

Список використаних джерел

1. Попов В. К. Мощные эксимерные лазеры и новые источники когерентного излучения в вакуумном ультрафиолете / В.К. Попов // УФН. 1985. – Т. 147. – Вып. 3. – С. 587 – 604.
2. Жигуц Ю. Ю. Технології отримання та особливості сплавів синтезованих комбінованими процесами / Ю. Ю. Жигуц, В. Ф. Лазар. – Ужгород: Видавництво «Інватор», 2014. – 388 с.
3. Hutt K. W. Laser initiated electron avalanches observed in a laser microprobe mass spectrometer / K. W. Hutt, E. R. Wallach // J. Appl. Phys. – 1989. – № 66 (5). – P. 127-130.
4. Zhiguts Yu. Yu., Lazar V. F., Khomjak B. Ya. Perspective materials and technologies for industry // Сучасні тенденції розвитку науки і освіти в умовах поглиблення євроінтеграційних процесів: збірник тез доповідей Всеукр. наук.-практ. конф., 17-18 травня 2017. – Мукачево: Вид-во МДУ, 2017. – С. 248 - 249.
5. Наукові дослідження в технології машинобудування / Ю. Ю. Жигуц. – Ужгород: Видавництво УжНУ, 2008. – 225 с.

УДК 621.01:004(045)**ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АНІМАЦІЯ ХАОТИЧНОГО РУХУ ПОДВІЙНОГО
МАЯТНИКА В ПАКЕТІ MATHCAD**

Ігнатишин М. І., Туряниць І. І., Пелех Я. М.

**RESEARCH AND ANIMATION OF THE CHAOTIC MOVEMENT OF THE
DOUBLE PENDULUM IN THE MATHCAD PACKAGE**

Ignatishin Mykola, Turyanytsia Ivan, Pelekh Yaroslav

Анімація складних механічних систем з хаотичними рухами представляє інтерес з точки зору активізації уяви при їх вивченні та дослідженні. Побудовано в пакеті Matcad, математичну модель та анімацію динамічної системи подвійного маятника. Отримано кінематичні характеристики та анімацію.

Ключові слова: хаотичні рухи, подвійний маятник, анімація, mathcad.

Animation of complex mechanical systems with chaotic movements is of interest in terms of reviving the imagination during their study and research. The double pendulum is an example of chaotic behavior and is very sensitive to the starting position. Even with the slightest deviation, the behavior of the pendulum changes completely. A mathematical model and animation of a dynamic system of a double pendulum are obtained. Graphs of kinematic characteristics of chaotic motion, position, velocity of masses and animation are obtained. The motion of a double pendulum is represented by a system of four 1st-order differential equations. The numerical solution is obtained and converted using the Mathcad package. The program in the Matcad package makes it possible to simulate the operation of a double pendulum under different initial conditions.

Key words: chaotic movements, double pendulum, animation, mathcad.

Хаотична динаміка має своє застосування в багатьох галузях науки та техніки, включаючи астрономію, фізику плазми, статистичну механіку та гідродинаміку, що доводить перспективність розвитку цієї галузі та досліджень, пов'язаних з хаотичною поведінкою різноманітних систем і представляє нову галузь нелінійної механіки, що стрімко розвивається в наш час [1, 2].

Прикладом хаотичної механічної системи є подвійний маятник. Подвійний маятник – це приклад хаотичної поведінки, він дуже чутливий до початкового стану. Навіть при

найменшому відхиленні поведінка маятника повністю змінюється. Досліджувані подвійний маятник належать до двомасових механічних систем.

Хаотичні процеси вивчаються досить давно і інтенсивно [3, 4], однак, їх вивчення вимагає саме моделювання. А моделювання вимагає програмних продуктів. Для досліджень можна використати одну з таких програм і ми розглянемо Mathcad. З її допомогою ми спробуємо дослідити хаотичний маятник.

MathCad - програмний засіб, середовище для виконання на комп'ютері різноманітних математичних і технічних розрахунків, забезпечена простим в освоєнні і в роботі графічним інтерфейсом, яка надає користувачеві інструменти для роботи з формулами, числами, графіками і текстом. У середовищі MathCad доступні більше сотні операторів і логічних функцій, призначених для чисельного і символічного розв'язання математичних задач різної складності з моделювання динаміки технічних систем [5], а також анімації розв'язків.

Отже, актуальним є дослідження, аналіз та анімація хаотичної системи подвійного маятника, що описується системою двох нелінійних рівнянь другого порядку.

Метою даної роботи є побудова математичної моделі та анімація двомасової динамічної системи, – подвійного маятника, в пакеті Mathcad. Отримати програму в середовищі Mathcad та дослідити кінематику системи, – положення та швидкості мас подвійного маятника.

Об'єктом дослідження є плоска механічна хаотична система, що складається з двох мас з'єднаних стержнем, одна з мас закріплена стержнем до нерухомої опори. Маса знаходиться в полі тяжіння та їм задані початкові положення і швидкості, рис.1. При дослідженні застосовано метод моделювання динамічних систем з використанням пакета Mathcad.

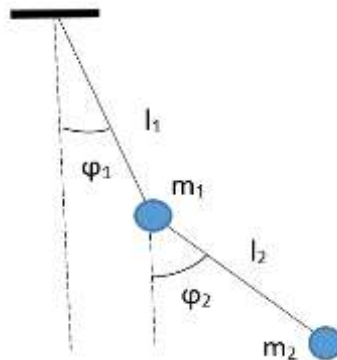


Рис.1. Подвійний маятник

Для досягнення поставленої мети систему двох нелінійних диференціальних рівнянь 2-го порядку (1):

$$\begin{cases} h_{11}\ddot{\varphi}_1 + h_{12}\ddot{\varphi}_2 = f_1 \\ h_{12}\ddot{\varphi}_1 + h_{22}\ddot{\varphi}_2 = f_2 \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} h_{11} &= (m_1 + m_2)l_1^2; & h_{12} &= m_2l_1l_2(\cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1)\sin(\varphi_2)) \\ h_{21} &= m_2l_1l_2(\cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1)\sin(\varphi_2)); & h_{22} &= m_2l_2^2 \\ f_1 &= l_1\sin(\varphi_1)g(m_1 + m_2) - m_2l_1l_2\sin(\varphi_2 - \varphi_1)\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - \\ & \quad - m_2l_1l_2\sin(\varphi_2 - \varphi_1)(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)\dot{\varphi}_2; \\ f_2 &= l_2\sin(\varphi_2)gm_2 - m_2l_1l_2\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - \\ & \quad - m_2l_1l_2\sin(\varphi_2 - \varphi_1)(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)\dot{\varphi}_2, \end{aligned}$$

що описують рух двомасової системи подвійного маятника перетворимо в систему чотирьох диференціальних рівнянь 1-го порядку і запишемо в оператор $D(t, Q)$ позначивши $Q_0 \Rightarrow \varphi_1$, $Q_1 \Rightarrow \varphi_2$, $Q_2 \Rightarrow \omega_1$, $Q_3 \Rightarrow \omega_2$.

Початок програми «Дослідження та анімація подвійного маятника».

Вихідні дані:

$l_1 := 1 \text{ м}$; $l_2 := 0.5 \text{ м}$ – довжини ланок; $m_1 := 2 \text{ кг}$; $m_2 := 0.5 \text{ кг}$ – маси вантажів;

$g := 9.81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ - прискорення вільного падіння;

Скористаємось операторами Mathcad для числового розв'язку системи диференціальних

$$D(t, Q) := \begin{bmatrix} \frac{l_2}{l_1} \cdot \sin(Q_0 - Q_1) \cdot (Q_3)^2 - \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right) \cdot \frac{g}{l_1} \cdot \sin(Q_0) \cos(Q_0 - Q_1) \left[\sin(Q_0 - Q_1) \cdot (Q_2)^2 - \frac{g}{l_1} \cdot \sin(Q_0) \right]}{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2} + \frac{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2}{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2} \\ \cos(Q_0 - Q_1) \left[\sin(Q_0 - Q_1) \cdot (Q_3)^2 - \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right) \cdot \frac{g}{l_1} \cdot \sin(Q_0) \right] + \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right) \left[\frac{l_1}{l_2} \cdot \sin(Q_0 - Q_1) \cdot (Q_2)^2 - \frac{g}{l_1} \cdot \sin(Q_0) \right]}{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2} + \frac{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2}{\frac{m_1}{m_2} + \sin(Q_0 - Q_1)^2} \end{bmatrix}$$

, Npts := 3600,

$$L := \text{rkfixed} \left(\begin{bmatrix} \pi - \frac{\pi}{96} \\ \pi - \frac{\pi}{96} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{init}_t, \text{final}_t, \text{Npts}, D \right)$$

$t := L^{(0)}$, $\Phi_1 := L^{(1)}$, $\Phi_2 := L^{(2)}$, $\Omega_1 := L^{(3)}$, $\Omega_2 := L^{(4)}$

$j := 0..Npts$ від $\text{init}_t \equiv 0$ до $\text{final}_t \equiv 72$, ,

На графіках, рис.3, рис.3. по осі ординат ціна поділки в секундах $\Delta t := \frac{\text{final}_t - \text{init}_t}{Npts}$

$\Delta t = 0.02$ секунди. Початкові умови руху подвійного маятника: $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi - \frac{\pi}{6}$, кутові швидкості $\omega_1 = \omega_2 = 0$.

Побудуємо програму на мові Mathcad для анімації.

Введемо декотрі оператори мови Mathcad

$X := \text{ORIGIN}$

$Y := \text{ORIGIN} + 1$

Функція відрізка-лінії на площині $\text{Line}(V_1, V_2, K) := \begin{pmatrix} V_{1K} \\ V_{2K} \end{pmatrix}$.

Вектор-точка стояка $P_O := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$P_{m.1(j)} := \begin{pmatrix} l_1 \cdot \sin(\Phi_{1j}) \\ l_1 \cdot \cos(\Phi_{1j}) \end{pmatrix}$ $P_{m.2(j)} := \left[P_{m.1(j)} + \begin{pmatrix} l_2 \cdot \sin(\Phi_{2j}) \\ l_2 \cdot \cos(\Phi_{2j}) \end{pmatrix} \right]$

$$L_{00}(j, K) := \text{Line}\left[P_O - \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0 \end{pmatrix}, P_O + \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0 \end{pmatrix}, K\right]$$

$$L_{01}(j, K) := \text{Line}(P_O, P_{m.1}(j), K), \quad L_{12}(j, K) := \text{Line}(P_{m.1}(j), P_{m.2}(j), K),$$

F := FRAMI

На рис.2 графіки руху мас на інтервалі 0 – 72×0,02 секунди.

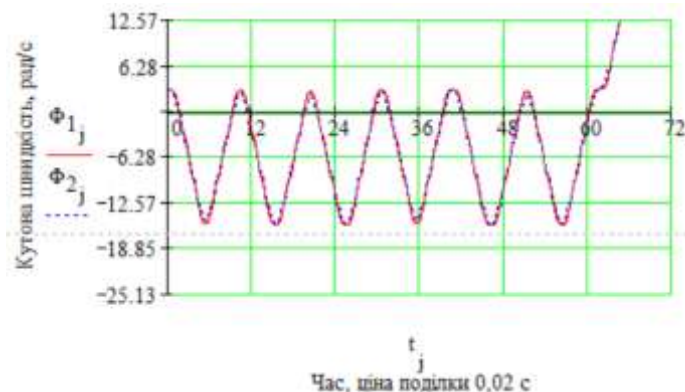


Рис. 2. Узагальнені координати ϕ_1 та ϕ_2 подвійного маятника, системи з двома степенями свободи.

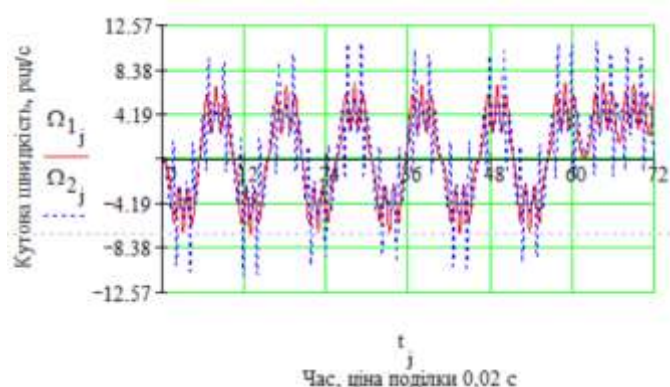


Рис. 3. Кутові швидкості Ω_1 та Ω_2 подвійного маятника, системи з двома степенями свободи.



Рис. 4. QR- код доступу до анімації подвійного маятника.

Отримано модель з візуалізацією математичного опису руху хаотичного маятника з використанням пакету Mathcad. Подальше дослідження передбачає розгляд різних варіантів хаотичного руху з застосуванням отриманої програми в пакеті Mathcad, зокрема, випадків коли обидва тіла знаходяться в рідині, або газі, коли маси тіл змінні і т.п.

Список використаних джерел

1. Лихтенберг А. Регулярная и стохастическая динамика / А. Лихтенберг, М. Либерман. – М.: Мир, 1984.
2. Мун Ф. Хаотические колебания / Ф. Мун. – М.: Мир, 1990.
3. The Double Pendulum of Variable Mass: Numerical Study for different cases / R. Espíndola, G. Del Valle, G. Hernández, I. Pineda, D. Muciño, P. Díaz, S. Guijosa // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – № 1221.
4. Parker J. P. A study of the double pendulum using polynomial optimization [Електронний ресурс] / J. P. Parker, D. Goluskin, G. M. Vasil. – Режим доступу: <https://arxiv.org/pdf/2106.13518.pdf>.
5. Матвеев М. А. Исследование хаотических процессов с помощью Blender / М. А. Матвеев // Young Scientist. – 2016. – Vol. 11 (115).

References

1. Lichtenberg, A., and M. Lieberman. 1984. *Regulyarnaya y stokhasticheskaya dynamyka [Regular and stochastic dynamics]*. Moscow: Mir.
2. Moon, F. 1990. *Khaotycheskye kolebaniya [Chaotic oscillations]*. Moscow: Mir.
3. Espíndola, R., G. Del Valle, G. Hernández, I. Pineda, D. Muciño, P. Díaz, and S. Guijosa. 2019. “The Double Pendulum of Variable Mass: Numerical Study for different cases”. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1221.
4. Parker, J. P., D. Goluskin, and G. M. Vasil. “A study of the double pendulum using polynomial optimization”. <https://arxiv.org/pdf/2106.13518.pdf>.
5. Matveev, M. A. 2016. *Yssledovanye khaotycheskykh protsessov s pomoshch'yu Blender [Investigation of chaotic processes using Blender]*. *Young Scientist* 11 (115).

УДК 615.3:61:636.09(045)

**ЗАСТОСУВАННЯ ПРОБІОТИКІВ LACTOBACILLUS
В МЕДИЦИНІ ТА ВЕТЕРИНАРІЇ**

Кошелап Б. А., Талашченко Д. О., Волошина І. М.

**THE APPLICATION OF PROBIOTIC LACTOBACILLUS IN MEDICINE AND
VETERINARY MEDICINE**

Koshelap Bogdan, Talashchenko Daniil, Voloshyna Iryna

*Стаття присвячена актуальним напрямкам використання пробіотичних препаратів на основі бактерії роду *Lactobacillus*, оскільки вони здатні синтезувати різні речовини, а саме кислоти (молочну, оцтову), лізоцим, речовини з антибіотичною активністю, перекис водню, тощо. Ці речовини широко застосовується в медицині та ветеринарії, оскільки допомагають стимулювати шлункові соки і ферменти, необхідні для покращення процесів травлення, здатні зменшувати побічні ефекти антибіотиків, сприяти розщепленню солей жовчних кислот і нормалізації ліпідного обміну, тощо.*

Ключові слова: *Lactobacillus*, пробіотики, біотехнологія, медицина, ветеринарія, мікроорганізми.

*The article is devoted to the actual directions of obtaining biopreparations, the basis of which are bacteria of the genus *Lactobacillus*. Because lactobacilli have a diverse range of biological activities, for example, they help stimulate gastric juices and enzymes needed to improve digestive processes, reduce the side effects of antibiotics, promote the splitting of bile acid salts and normalize lipid metabolism, protect epithelial cells from damage, they are widely used in medicine, cosmetology, food and agriculture, and veterinary medicine.*



МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: www.msu.edu.ua

E-mail: info@msu.edu.ua, pr@mail.msu.edu.ua

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>