

**ДОСЛІДЖЕННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ КВАЗІЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ
ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ З РОЗРИВНОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ**

Розглянемо в R^2 область $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$, де

$$D_1 = \{(x, y) / x \in (x_0, x_1], y \in (y_0, y_1)\},$$

$$D_2 = \{(x, y) / x \in [x_0, x_1], y \in (y_1, g_1(x))\},$$

$$D_3 = \{(x, y) / x \in (x_1, x_2], y \in (g_2(x), y_1)\},$$

$$x_0 < x_1 < x_2, \quad y_0 < y_1 < y_2,$$

а $y = g_r(x) \Leftrightarrow x = \kappa_r(y), r = 1, 2$ – «вільні» криві, причому $g'_r(x) > 0$,
 $g_1(x_{r-1}) = y_r, g_2(x_r) = y_{r-1}$.

Позначимо через $D^* := D \setminus E_1 \cup E_2$, де

$$E_1 = \{(x, y) | x \in [x_0, x_1], y = y_1\}$$

$$E_2 = \{(x, y) | y \in [y_0, y_1], x = x_1\}.$$

Дослідимо задачу: в просторі функцій $C^*(\bar{D}) := C^{(1,1)}(D^*) \cap C(\bar{D})$
знайти розв'язок диференціального рівняння

$$\begin{aligned} U_{xy}(x, y) + a_1(x, y)U_x(x, y) + a_2(x, y)U_y(x, y) = \\ = f(x, y, U(x, y)) := f[U(x, y)], \end{aligned} \quad (1)$$

який задовольняє умови

$$U(x_0, y) = \psi(y), \quad y \in [y_0, y_1], \quad U(x, y_0) = \varphi(x), \quad x \in [x_0, x_1], \quad (2)$$

$$U(x, g_1(x)) = \omega_1(x), \quad x \in [x_0, x_1] \quad (3)$$

$$U(x, g_2(x)) = \omega_2(x), \quad x \in [x_1, x_2] \quad (4)$$

$$\psi(y_0) = \varphi(x_0), \quad \psi(y_1) = \omega_1(x_0), \quad \varphi(x_1) = \omega_2(x_1) \quad (5)$$

а функція $f[U(x, y)] = f_s[U_s(x, y)], (x, y) \in \bar{D}_s, s = 1, 2, 3$,

$f_s[U_s(x, y)] \in C(\bar{B}_s), f_s: \bar{B}_s \rightarrow R, \bar{B}_s \subset R^3, \text{Пр}_{x_0 y} \bar{B}_s = \bar{D}_s$, причому

$$U_2(x, y_1) = U_1(x, y_1), \quad x \in [x_0, x_1], \quad U_3(x_1, y) = U_1(x_1, y), \quad y \in [y_0, y_1]. \quad (6)$$

Зауважимо, що умови (5) є умовами узгодженості крайових умов (2) – (4),
а (6) – умови неперервності розв'язку задачі (1) – (5), якщо він існує. Права

частина рівняння (1) $f[U(x, y)]$ всюди неперервна функція в області $\bar{B} := \bar{B}_1 \cup \bar{B}_2 \cup \bar{B}_3$, за виключенням характеристик $x = x_1$, $y = y_1$ рівняння (1), вздовж яких вона може мати скінченні розриви.

Очевидно, якщо існує розв'язок задачі (1)–(5) $U(x, y)$, то $U(x, y) = U_s(x, y)$, $(x, y) \in \bar{D}_s$, $s = 1, 2, 3$, де $U_1(x, y)$ є розв'язком задачі Гурса (1), (2), (5) при $(x, y) \in \bar{D}_1$, $U_2(x, y)$ – задачі Дарбу (1), (3), (5) і першої з умов (6), $(x, y) \in \bar{D}_2$, а $U_3(x, y)$ – задачі Дарбу (1), (4), (5) і другої з умов (6) при $(x, y) \in \bar{D}_3$.

Надалі вважатимемо, що задані функції $a_1(x, y) \in C^{(1,0)}(D)$, $a_2(x, y) \in C^{(0,1)}(D)$, $\psi(y) \in C^1[y_0, y_1]$, $\varphi(x) \in C^1[x_0, x_1]$, $\omega_r(x, y) \in C^1[x_{r-1}, x_r]$, $r = 1, 2$, причому

$$a_{1x}(x, y) = a_{2y}(x, y) \quad (7)$$

За допомогою побудованої модифікації двостороннього методу досліджується крайова задача для хвильового рівняння в області із складною структурою краю. Встановлюються умови регулярності (іррегулярності) розв'язку крайової задачі гіперболічного типу з розривною правою частиною. Визначаються функції порівняння крайової задачі та зазначаються умови, за яких множина цих функцій не порожня. Доводиться рівномірна збіжність побудованих послідовностей функцій до єдиного розв'язку крайової задачі.

Література

[1] Marynets V.V., Marynets K.V. On Goursat-Darboux boundary-value problem for systems of non-linear differential equations of hyperbolic type. Miskolc Mathematical Notes. 2013. Vol. 14, N 3. P. 1009 – 1020.

[2] Маринець В.В., Маринець К.В., Питьовка О.Ю. Про одну крайову задачу теорії ДРЧП гіперболічного типу в області із складною структурою краю. Наук. Вісник УжНУ. Сер. матем. і інформ. 2014. 25, № 2. С.110–117.

[3] Маринець В.В., Питьовка О.Ю.. Про один підхід дослідження крайових задач для нелінійних рівнянь гіперболічного типу в області зі складною структурою краю. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фіз.-мат. науки: Зб. наук. праць ІК ім. В.М. Глушкова НАНУ. 2017. Вип. 15. С.113–119.

[4] Маринець В.В., Питьовка О.Ю. Дослідження крайової задачі для нелінійного хвильового рівняння з розривною правою частиною. Наук. Вісник УжНУ. Сер. матем. і інформ. 2018. Вип. № 1(32). С. 127–134.

[5] Collatz L. Funktionalanalysis und numerische mathematic. Berlin – Göttingen–Heidelberg: Springer-Verlag. 1964. P. 440.

[6] Marynets V.V., Marynets K.V., Pytovka O.Yu. On one constructive method of the differential equations of the hyper



МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: www.msu.edu.ua

E-mail: info@msu.edu.ua, pr@mail.msu.edu.ua

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>