



**МУКІЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**КАФЕДРА МАШИНОБУДУВАННЯ, ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН ТА**  
**ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**



**СХЕМОТЕХНІЧНЕ ПРОЕКТУВАННЯ МАШИН**  
**методичні вказівки**  
**до виконання лабораторних робіт**  
  
**для студентів**  
**напряму підготовки 6.050503 «Машинобудування»**

**м. Мукачево 2019 р.**

УДК

*Розглянуто та рекомендовано до друку науково-методичною радою  
Мукачівського державного університету  
протокол № 6 від 14 лютого 2019 р.*

*Обговорено та схвалено на засіданні кафедри машинобудування, природничих  
дисциплін та інформаційних технологій (МПДтаІТ)  
протокол № 4 від 8 листопада 2018 р.*

Укладач:

Ігнатишин М.І., к.т.н., доц. кафедри машинобудування, природничих дисциплін та інформаційних технологій

Рецензент:

Хом'як Б.Я. - к.ф.-м.н., доцент кафедри МПДтаІТ

З-41

«Схемотехнічне проектування машин», методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів напряму підготовки 6.050503 «Машинобудування», укладач Ігнатишин М.І. – Мукачево: МДУ, 2019. – 64 с. (1,55 др. арк.)

Методичні вказівки з даної дисципліни містять навчально-методичні рекомендації щодо виконання лабораторних робіт. Наведені теоретичні відомості з дисципліни «Схемотехнічне проектування машин» необхідні для виконання лабораторної роботи, та дано список літератури

© МДУ, 2019

## Зміст

Лабораторна робота №1.....	8
Лабораторна робота №2.....	22
Лабораторна робота №3.....	38
Лабораторна робота №4.....	49
Варіанти завдань.....	50
Література.....	63

## Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

Послідовність тематики практичних робіт відповідає змісту лекційного курсу з дисципліни, який вивчається на лекційних заняттях та під час самостійної підготовки.

У зв'язку з цим пропонується наступна послідовність підготовки до лабораторних занять з використанням наданого методичного посібника:

1. Самостійно проробити теоретичний матеріал з певної теми лабораторного заняття.
2. Якість засвоєння теоретичного матеріалу перевірити за питаннями до самоконтролю, які надаються наприкінці кожної лабораторної роботи.
3. Проаналізувати запропоновану послідовність виконання роботи та приклади можливих розрахунків.
4. Побудувати схемотехнічну модель механізму.
5. Дослідити кінематичні характеристики механізму.
6. Дослідити інерційні характеристики механізму.
7. Створити анімацію механізму в пакеті Mathcad/
8. Виконана лабораторна робота підлягає обов'язковому захисту.

## ВСТУП

*Схемотехніка* – технічна наука про загальні закономірності механічних підсистем технічної системи (далі механічної системи), яка є предметом науки «Схемотехніка». Стосовно терміна механічна система, або механіко-технологічна система, – це сукупність механізмів цільового призначення, робочі органи яких взаємодіють між собою й зовнішнім середовищем (нитками, пряжею, текстилем, шкірою тощо) протягом циклу, який повторюється до завершення технологічної операції.

*Предметом дисципліни «Схемотехнічне проектування машин»* є вивчення загальних закономірностей механічних підсистем технічної системи (механічної системи), складання структурних схем, кінематичних схем, компоновки, дослідження кінематики, динаміки, конструктивних особливостей типових механізмів машин технологічного обладнання.

Дисципліна «Схемотехнічне проектування машин» базується на загальнотеоретичних та загально-інженерних дисциплінах, які вивчалися у попередніх навчальних роках, а саме: «Теоретична механіка», «Теорія механізмів і машин», «Механічна технологія та обладнання підприємств».

*Мета дисципліни «Схемотехнічне проектування машин»* – придбання студентами:

– **знань** організації складних рухів виконавчих органів технологічних машин, кінематики й динаміки механізмів, математичного моделювання механізмів технологічного обладнання, прогнозування перспектив його розвитку;

– **вміння** розбиратися в принципі роботи технологічного обладнання, виконувати кінематичні розрахункові схеми його механізмів, обирати й компоновувати механізми, моделювати робочий простір, виконувати кінематичні й силові розрахунки;

– **навичок** в проектуванні, розрахунках та дослідженні технологічного обладнання в пакеті MATHCAD.

*Головними завданнями дисципліни «Схемотехнічне проектування машин»* для формування інженерів-механіків є :

– формування сучасних підходів до цільового застосування комп'ютерних технологій проектування машин галузі на стадіях «Розробка технічної пропозиції» і «Технічний проект»;

– доведення ефективності застосування розрахунків на ЕОМ при вирішенні прикладних задач аналізу та синтезу механізмів галузі;

– ознайомлення студентів з принципами складання комбінованих функціональних та кінематичних принципових схем окремих механізмів технологічного обладнання, математичного моделювання механізмів, методами розрахунку механізмів з використанням сучасних комп'ютерних програм.

## Загальні теоретичні відомості

Для аналітичного дослідження важільного механізму поршневого насоса застосуємо Mathcad. Mathcad-система комп'ютерної алгебри з класу систем проектування, орієнтована на підготовку інтерактивних документів з обчисленнями і візуальним супроводом.

Побудуємо програму на мові Mathcad.

Введемо декотрі оператори мови Mathcad

$$\begin{aligned} X &:= \text{ORIGIN} \\ Y &:= \text{ORIGIN} + 1 \end{aligned}$$

Визначимо тригонометричні функції, кут в градусній мірі.

$$\begin{aligned} \arccos(x) &:= \text{acos}(x) \cdot \text{deg}^{-1} \\ \arcsin(x) &:= \text{asin}(x) \cdot \text{deg}^{-1} \\ \sin(x) &:= \sin(x \cdot \text{deg}) \\ \cos(x) &:= \cos(x \cdot \text{deg}) \end{aligned}$$

Одиничні орти осей координат

$$e_X := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad e_Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вектор (функція поворота вектора), що отримується поворотом вихідного вектора в площині без або зі зміною його довжини

$r$  - вихідний вектор, який повертають;

$\alpha$  - кут повороту (+ якщо проти годинникової стрілки; - якщо за годинниковою стрілкою);

$\text{NovaLong}$  - нова довжина вектора.

$$\rho(r, \alpha, \text{NovaLong}) := \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_X \\ r_Y \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{NovaLong}}{|r|}$$

Визначення кута між векторами  $L_1$  і  $L_2$  (за теоремою косинусів)

$$\text{Tcos}(L_1, L_2, L_3) := \arccos\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - L_3^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2}\right)$$

Визначення орта  $\text{Ort}(r) := \frac{r}{|r|}$ .

Визначення аналога кутової швидкості вектора-ланки

$$\omega_a(r, V_a) := \frac{r_X \cdot V_{a_Y} - r_Y \cdot V_{a_X}}{(|r|)^2}$$

Визначення аналога кутового прискорення вектора-ланки

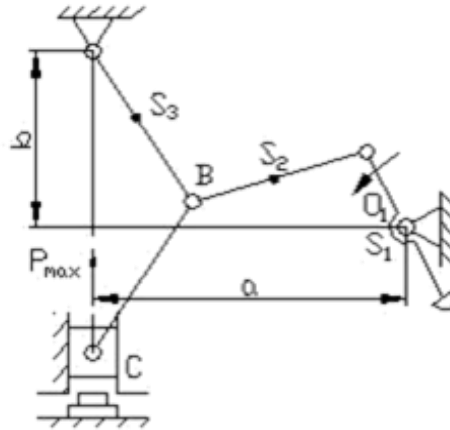
$$\varepsilon_a(r, a_a) := \frac{r_X \cdot a_{a_Y} - r_Y \cdot a_{a_X}}{(|r|)^2}$$

Функція розрахунку моменту інерції ланок  $J(L, S, m) := \frac{1}{4} \cdot (L - S) \cdot S \cdot m$ .

Функція відрізка-лінії на площині  $\text{Line}(V_1, V_2, K) := \begin{pmatrix} V_{1K} \\ V_{2K} \end{pmatrix}$ .

**Лабораторна робота № 1.**  
**Схемотехнічне проектування, кінематичне дослідження та анімація**  
**важільного механізму преса.**

**Вихідні дані** для схематичного моделювання та кінематичного аналізу механізму, рис.1.



**Рис. 1.** Кінематична схема штамп

$a := 700 \cdot \text{mm}$ ,     $L := 500 \cdot \text{mm}$ ,     $AB := 160 \cdot \text{mm}$ ,     $BC := L - AB$     ( $550 \cdot \text{mm}$ ),  
 $CD := 700 \cdot \text{mm}$ ,     $CE := 700 \cdot \text{mm}$ ,     $D_n := 150 \cdot \text{mm}$ ,     $n_1 := 6 \text{ об/хв}$

Координати точки  $O_1$  (стояк)     $X_1 := 0 \cdot \text{mm}$ ,     $Y_1 := 0 \cdot \text{mm}$ .

Координати точки  $O_4$  (стояк)     $X_4 := -L$ ,     $Y_4 := a$ .

Довжина ланки 1-2 (кривошипа)     $L_{12} := AB$ .

Довжина ланки 2-3 (шатун)     $L_{23} := BC$ .

Довжина ланки 3-4 (кривошипа)     $L_{34} := CD$ .

Довжина ланки 3-5 (шатун)     $L_{35} := CE$ .

Варіант складання двоповодкової групи першого виду 2-3-4     $W_1 := -1$

Початковий кут ланки 1-2 (кривошипа), град     $\alpha_0 := 0$

Кутова швидкість ланки 1-2 (кривошипа)     $\Omega_1 := \frac{n_1 \cdot \pi}{30} \text{ s}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кутове прискорення ланки 1-2 (кривошипа)     $E_1 := 0 \text{ s}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кількість положень механізму     $N_{\text{POL}} := 12$

Максимальний кут повороту кривошипа     $\alpha_{\text{max}_-} := \alpha_0 + 360$

Крок розрахунку     $\Delta\alpha := \frac{\alpha_{\text{max}_-} - \alpha_0}{N_{\text{POL}}}$

Поточний кут повороту ланки 1-2 (кривошипа)     $\alpha_1 := \alpha_0$     (або  
 $\alpha_0, \alpha_0 + \Delta\alpha \dots \alpha_{\text{max}_-}$ )



Центри мас ланок  $S_{12} := 0.5 \cdot L_{12}$ ,  $S_{23} := 0.5 \cdot L_{23}$ ,  $S_{34} := 0.5 \cdot L_{34}$ ,  $S_{35} := 0.5 \cdot L_{35}$

Маси та моменти інерції ланок  $\gamma := 0.84 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$  - маса одиниці довжини ланки.

Ланка АВ,  $m_1 := \gamma \cdot L_{12}$ ,  $m_1 = 0.134 \text{ kg}$ ,  $J_1 := J(L_{12}, S_{12}, m_1)$ ,  
 $J_1 = 2.15 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ .

Ланка ВС,  $m_2 := \gamma \cdot L_{23}$ ,  $m_2 = 0.286 \text{ kg}$ ,  $J_2 := J(L_{23}, S_{23}, m_2)$ ,  
 $J_2 = 2.063 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ .

Ланка CD,  $m_3 := \gamma \cdot L_{34}$ ,  $m_3 = 0.588 \text{ kg}$ ,  $J_3 := J(L_{34}, S_{34}, m_3)$ ,  $J_3 = 0.018 \text{ kgm}^2$ .

Ланка CE,  $m_4 := \gamma \cdot L_{35}$ ,  $m_4 = 0.588 \text{ kg}$ ,  $J_4 := J(L_{35}, S_{35}, m_4)$ ,  $J_4 = 0.018 \text{ kgm}^2$ .

Ланка E,  $m_5 := \gamma \cdot D_n \text{ кг}$ ,  $m_5 = 0.126 \text{ kg}$ .

### Розрахункові формули для кінематичного аналізу механізму

Вирази для визначення векторів-точок, векторів-ланок та кутів між ланками.

Вектори-точки стояків  $P_{O1} := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}$   $P_{O4} := \begin{pmatrix} X_4 \\ Y_4 \end{pmatrix}$

Вектори-функції кута повороту вхідної ланки, кривошипа АО<sub>1</sub>,  $\alpha_1$ :

Вектори-ланки та вектори-точки шарнірів

$$P_{12}(\alpha_1) := \rho(e_X, \alpha_1, L_{12}), P_2(\alpha_1) := P_{O1} + P_{12}(\alpha_1).$$

Вектор-змінної довжини

$$P_{24}(\alpha_1) := P_{O4} - P_2(\alpha_1).$$

Кут  $\phi_{243}$  між вектором змінної довжини  $P_{24}$  та вектором-ланкою коромислом  $P_{34}$  (з модулем  $L_{34}$ ).

$$\phi_{243}(\alpha_1) := T \cos(|P_{24}(\alpha_1)|, L_{34}, L_{23})$$

Вектори-ланки коромисло  $P_{34}$ ,  $P_{23}$ ,  $P_{35}$  та вектори-точки  $P_3$ ,  $P_5$

$$P_{34}(\alpha_1) := \rho(P_{24}(\alpha_1), W_1 \cdot \phi_{243}(\alpha_1), L_{34}), P_{23}(\alpha_1) := P_{24}(\alpha_1) - P_{34}(\alpha_1)$$

$$P_3(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + P_{23}(\alpha_1),$$

$$P_5(\alpha_1) := -L \cdot e_X - \left[ |P_{34}(\alpha_1)_Y| - P_{O4}_Y + \sqrt{L_{35}^2 - (|P_{34}(\alpha_1)_X|)^2} \right] \cdot e_Y,$$

$$P_{35}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) - P_3(\alpha_1).$$

Вектори-точок центрів мас

$$S_{12}(\alpha_1) := S_{12} \cdot \frac{P_{12}(\alpha_1)}{|P_{12}(\alpha_1)|}, S_1(\alpha_1) := P_{O1} + S_{12}(\alpha_1),$$

$$S_{23}(\alpha_1) := S_{23} \cdot \frac{P_{23}(\alpha_1)}{|P_{23}(\alpha_1)|}, S_2(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + S_{23}(\alpha_1),$$

$$S_{23}(\alpha_1) := S_{23} \cdot \frac{P_{23}(\alpha_1)}{|P_{23}(\alpha_1)|}, \quad S_2(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + S_{23}(\alpha_1),$$

$$S_{35}(\alpha_1) := S_{35} \cdot \frac{P_{35}(\alpha_1)}{|P_{35}(\alpha_1)|}, \quad S_4(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + S_{35}(\alpha_1).$$

Визначення кутів між ланками

$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(P_{12}(\alpha_1)_X, P_{23}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} \text{ - кривошип - шатун}$$

$$\alpha_3(\alpha_1) := \text{atan2}(P_{23}(\alpha_1)_X, P_{34}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} \text{ - шатун - коромисло}$$

$$\alpha_4(\alpha_1) := \text{atan2}(P_{23}(\alpha_1)_X, P_{35}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} \text{ - шатун - шатун}$$

Результати розрахунку для побудови плану положень механізму.

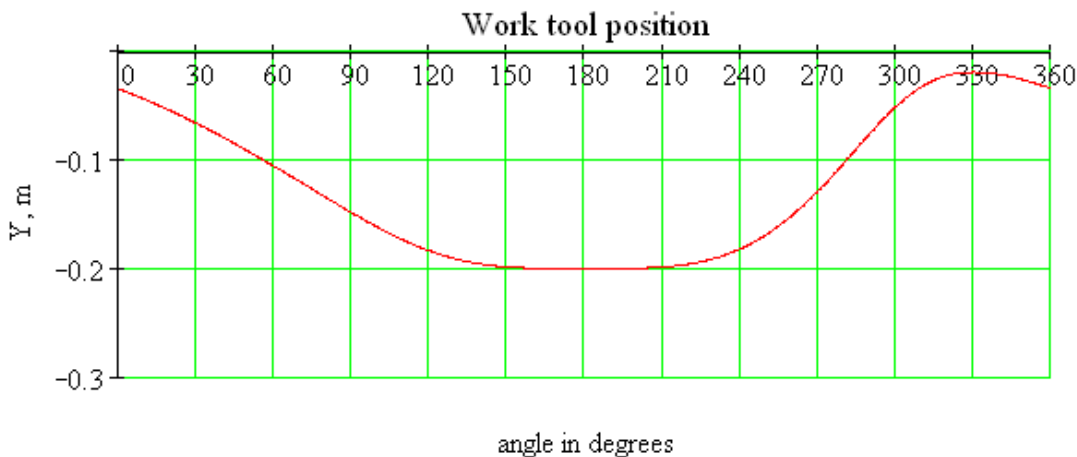
Положення точок механізму

$$\alpha_1 = 0, \quad P_2(\alpha_1)_X = 0.16 \text{ m}, \quad P_2(\alpha_1)_Y = 0 \text{ m}, \quad P_3(\alpha_1)_X = -0.17 \text{ m},$$

$$P_3(\alpha_1)_Y = 0.083 \text{ m}, \quad P_5(\alpha_1)_X = -0.5 \text{ m}, \quad P_5(\alpha_1)_Y = -0.534 \text{ m}.$$

Кути повороту ланок

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2(\alpha_1) = 27.359 \quad \alpha_3(\alpha_1) = 118.115 \quad \alpha_4(\alpha_1) = -118.115$$



**Рис.2.** Положення штампа.

### Анімація важільного механізму преса

Функції лінії-відрізки кута  $\alpha_1$ :

а) Важільний механізм.

$$L_1(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{O1}, P_2(\alpha_1), K), \quad L_2(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_2(\alpha_1), P_3(\alpha_1), K),$$

$$L_3(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_3(\alpha_1), P_{O4}, K), \quad L_4(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_3(\alpha_1), P_5(\alpha_1), K),$$

$$L(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_1(\alpha_1, K), L_2(\alpha_1, K), L_3(\alpha_1, K), L_4(\alpha_1, K)).$$

б) Штмп преса

$$P_{D1}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_X, 45, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right), \quad P_{D2}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_X, 135, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$P_{D3}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,225}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right),$$

$$P_{D4}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,315}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$L_6(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D1}(\alpha_1), P_{D2}(\alpha_1), K),$$

$$L_7(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D2}(\alpha_1), P_{D3}(\alpha_1), K),$$

$$L_8(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D3}(\alpha_1), P_{D4}(\alpha_1), K),$$

$$L_9(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D4}(\alpha_1), P_{D1}(\alpha_1), K),$$

$$L_{\text{piston}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_6(\alpha_1, K), L_7(\alpha_1, K), L_8(\alpha_1, K), L_9(\alpha_1, K))$$

б) Пресувальний повзун

$$P_{D1}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,45}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right), \quad P_{D2}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,135}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$P_{D3}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,225}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right),$$

$$P_{D4}(\alpha_1) := P_5(\alpha_1) + \rho \left( e_{X,315}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$L_6(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D1}(\alpha_1), P_{D2}(\alpha_1), K),$$

$$L_7(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D2}(\alpha_1), P_{D3}(\alpha_1), K),$$

$$L_8(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D3}(\alpha_1), P_{D4}(\alpha_1), K),$$

$$L_9(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D4}(\alpha_1), P_{D1}(\alpha_1), K),$$

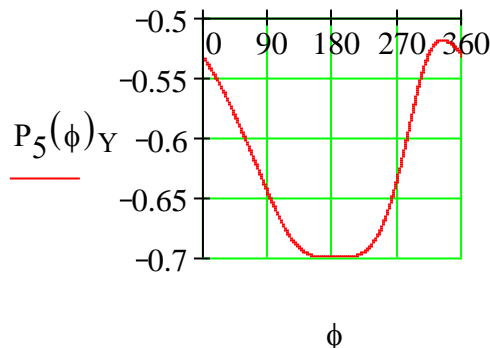
$$L_{\text{piston}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_6(\alpha_1, K), L_7(\alpha_1, K), L_8(\alpha_1, K), L_9(\alpha_1, K)).$$

в) Циліндр преса

Розрахунок ходу пресувального повзуна, Н.

З графіка, рис.1, знаходимо наближені значення кутів  $\alpha_{\min}$  та  $\alpha_{\max}$  кривошипа

$O_1 A$ , що відповідають крайнім положенням пресувального повзуна



**Рис.3.** Графік залежності положення пресувального повзуна від кута  $\alpha_1$ .

Знаходимо точні значення кутів  $\alpha_{\min}$  та  $\alpha_{\max}$  кривошипа  $O_1 A$ , що відповідають крайнім положенням пресувального повзуна та хід пресувального повзуна Н.

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} P_5(\phi)_Y, \quad \phi_1 := 315, \quad \alpha_{\min} := \text{root}(f(\phi_1), \phi_1), \quad \alpha_{\min} = 327.083 .$$

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} P_5(\phi)_Y, \quad \phi_2 := 200, \quad \alpha_{\max} := \text{root}(f(\phi_2), \phi_2), \quad \alpha_{\max} = 193.19 .$$

$$H := P_5(\alpha_{\min})_Y - P_5(\alpha_{\max})_Y, \quad H = 0.181 \text{ m} \quad - \text{ хід пресувального повзуна.}$$

Координати центра циліндра

$$X_0 := P_5(\alpha_{\max})_X, \quad X_0 = -0.5 \text{ m} .$$

$$Y_0 := \frac{P_5(\alpha_{\max})_Y + P_5(\alpha_{\min})_Y}{2}, \quad Y_0 = -0.609 \text{ m} .$$

Вектори-точки циліндра. Відстань між пресувальним повзуном та циліндром на схемі прийємо  $\tau := \frac{D_n}{10}$ .

$$P_{C1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ \frac{H}{2} + \frac{D_n}{2} \end{pmatrix}, \quad P_{C2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ \frac{H}{2} + \frac{D_n}{2} \end{pmatrix},$$

$$P_{C3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ -\frac{H}{2} - \frac{D_n}{2} \end{pmatrix}, \quad P_{C4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ -\frac{H}{2} - \frac{D_n}{2} \end{pmatrix}.$$

Лінії-відрізки

$$L_{10}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C1}(\alpha_1), P_{C4}(\alpha_1), K)$$

$$L_{11}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C2}(\alpha_1), P_{C3}(\alpha_1), K)$$

$$L_{\text{cylinder}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_{10}(\alpha_1, K), L_{11}(\alpha_1, K))$$

Визначення допоміжної ранжируваної змінної  $F$  для візуалізації та анімації кінематичної схеми механізму  $F := \text{FRAME}$

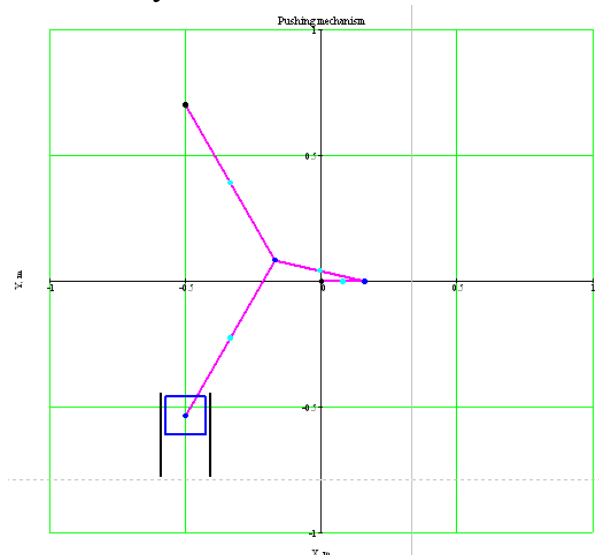


Рис.4. Конфігурація механізму преса при  $\alpha_1=0^\circ$ .

**Розрахунок векторів плану швидкостей в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів швидкостей центрів мас ланок**

$$V_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix},$$

$$V_{S3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{S4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_4(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_4(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$V_{S1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.396 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad V_{S2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.049 \times 10^{-4} \\ 1.18 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м},$$

$$V_{S3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.049 \times 10^{-4} \\ -2.167 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad V_{S4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.049 \times 10^{-4} \\ -6.5 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{ м},$$

**Розрахунок векторів аналогів відносних швидкостей точок**  
**Вектор аналога лінійної швидкості точки 2 відносно точки 1**

$$V_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \text{ - кривошип}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3 відносно точки 2

$$V_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \text{ - шатун}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 4 відносно точки 3

$$V_{a34}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \text{ - коромисло}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 5 відносно точки 3

$$V_{a35}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} - \text{шатун}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 4 відносно точки 3

$$V_{a34}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} - \text{коромисло}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 5 відносно точки 3

$$V_{a35}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} - \text{шатун}$$

### **Розрахунок векторів аналогів швидкостей точок відносно точки $O_1$**

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2

$$V_{a2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3

$$V_{a3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 5

$$V_{a5}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $V_{a2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.793 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{m}$  ,

$$V_{a3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -8.667 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{m} , \quad V_{a5}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -8.099 \times 10^{-4} \\ -4.333 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{m} .$$

### Розрахунок векторів дійсних швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор лінійної швидкості точки 2

$$V_2(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 3

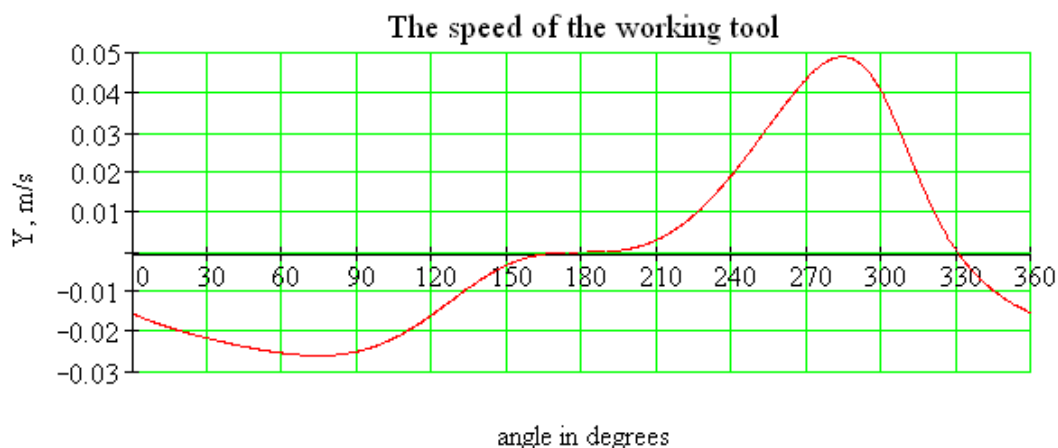
$$V_3(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 5

$$V_5(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $V_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.101 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ,

$$V_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.031 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} , \quad V_5(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.029 \\ -0.016 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$



**Рис.5.** Швидкість штампа.

**Розрахунок векторів плану прискорень механізму в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів прискорень центрів мас ланок**

$$a_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad a_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix},$$

$$a_{S3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad a_{S4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_4(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_4(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$a_{S1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -2.437 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ м}, \quad a_{S2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.295 \times 10^{-5} \\ -3.906 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{ м},$$

$$a_{S3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.295 \times 10^{-5} \\ -3.906 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad a_{S4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -8.577 \times 10^{-6} \\ -1.172 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \text{ м}.$$

**Розрахунок векторів аналогів відносних прискорень**

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 2 відносно точки 1

$$a_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \quad \text{- кривошип}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 3 відносно точки 2

$$a_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \quad \text{- шатун.}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 4 відносно точки 3



$$a_{a34}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{коромисло.}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 5 відносно точки 3

$$a_{a35}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{34}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$a_{a12}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.874 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \text{м}, \quad a_{a23}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 3.158 \times 10^{-5} \\ -7.812 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{м},$$

$$a_{a34}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 1.715 \times 10^{-5} \\ -7.812 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{м}, \quad a_{a35}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 1.715 \times 10^{-5} \\ 7.812 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{м}.$$

**Розрахунок векторів дійсних прискорень відносно точки  $O_1$**

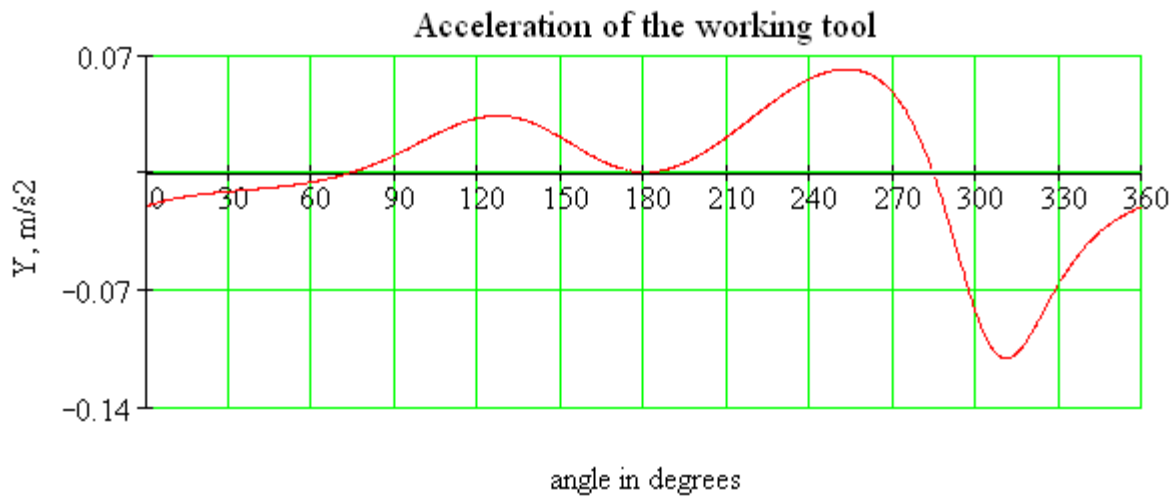
$$a_2(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_3(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_5(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_5(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_5(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_5(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_5(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2} .$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $a_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.063 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$ ,

$$a_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.022 \\ -0.01 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}, \quad a_5(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.02 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2} .$$



**Рис.6.** Прискорення штампа.

### **Розрахунок кутових швидкостей та прискорень ланок в системі Mathcad**

#### **Розрахунок векторів аналогів кутових швидкостей ланок**

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L12

$$\omega_{a1}(\alpha_1) := \omega_a(P_{12}(\alpha_1), V_{a12}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L23

$$\omega_{a2}(\alpha_1) := \omega_a(P_{23}(\alpha_1), V_{a23}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L34

$$\omega_{a4}(\alpha_1) := \omega_a(P_{34}(\alpha_1), V_{a34}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L35

$$\omega_{a5}(\alpha_1) := \omega_a(P_{35}(\alpha_1), V_{a35}(\alpha_1))$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\omega_{a1}(\alpha_1) = 0.017, \quad \omega_{a2}(\alpha_1) = 9.782 \times 10^{-3}, \quad \omega_{a4}(\alpha_1) = -1.312 \times 10^{-3},$$

$$\omega_{a5}(\alpha_1) = 1.312 \times 10^{-3} .$$

#### **Розрахунок векторів дійсних кутових швидкостей ланок**

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L12

$$\omega_1(\alpha_1) := \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L23

$$\omega_2(\alpha_1) := \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L34

$$\omega_4(\alpha_1) := \omega_{a4}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L35

$$\omega_5(\alpha_1) := \omega_{a5}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\omega_1(\alpha_1) \cdot \frac{30}{\pi} = 6\text{Hz} , \quad \omega_2(\alpha_1) = 0.352\text{Hz} , \quad \omega_4(\alpha_1) = -0.047\text{Hz} , \\ \omega_5(\alpha_1) = 0.047\text{Hz} .$$

### Розрахунок векторів аналогів кутових прискорень ланок

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{12}(\alpha_1), a_{a12}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_{a23}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{23}(\alpha_1), a_{a23}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутовоо прискорення ланки L34

$$\varepsilon_{a34}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{34}(\alpha_1), a_{a34}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутовоо прискорення ланки L35

$$\varepsilon_{a35}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{35}(\alpha_1), a_{a35}(\alpha_1)).$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) = 0 , \quad \varepsilon_{a23}(\alpha_1) = -3.369 \times 10^{-7} , \quad \varepsilon_{a34}(\alpha_1) = -1.634 \times 10^{-5} , \\ \varepsilon_{a35}(\alpha_1) = 1.634 \times 10^{-5} .$$

### Розрахунок векторів дійсних кутових прискорень ланок

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_1(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a12}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_2(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a23}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L34

$$\varepsilon_4(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a34}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a4}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L35

$$\varepsilon_5(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a35}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a5}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\varepsilon_1(\alpha_1) = 0 \frac{1}{s^2}, \quad \varepsilon_2(\alpha_1) = -4.366 \times 10^{-4} \frac{1}{s^2}, \quad \varepsilon_4(\alpha_1) = -0.021 \frac{1}{s^2},$$

$$\varepsilon_5(\alpha_1) = 0.021 \frac{1}{s^2}.$$

### Розрахунок приведених інерційних параметрів важільного механізму

#### Розрахунок приведеної маси важільного механізму

Приведемо масу до точки А важільного механізму

$$m_{\text{пм1}}(\alpha_1) := \frac{m_1 \cdot (|V_{S1}(\alpha_1)|)^2 + m_2 \cdot (|V_{S2}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\text{пм2}}(\alpha_1) := \frac{m_3 \cdot (|V_{S3}(\alpha_1)|)^2 + m_4 \cdot (|V_{S4}(\alpha_1)|)^2 + m_5 \cdot (|V_{a5}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

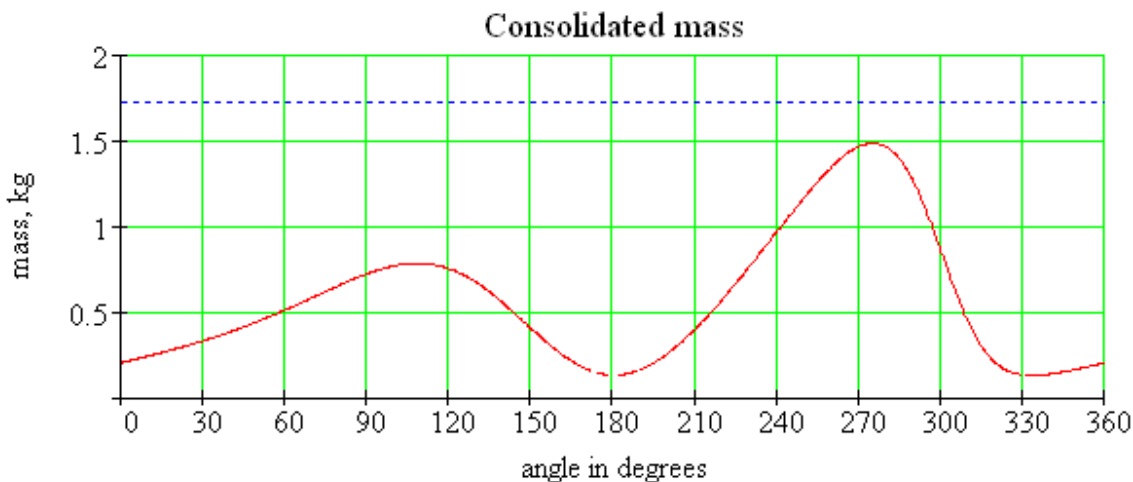
$$m_{\text{пJ1}}(\alpha_1) := \frac{J_1 \cdot \omega_{a1}(\alpha_1)^2 + J_2 \cdot \omega_{a2}(\alpha_1)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2},$$

$$m_{\text{пJ2}}(\alpha_1) := \frac{J_3 \cdot \omega_{a4}(\alpha_1)^2 + J_4 \cdot \omega_{a5}(\alpha_1)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\text{п}}(\alpha_1) := m_{\text{пм1}}(\alpha_1) + m_{\text{пм2}}(\alpha_1) + m_{\text{пJ1}}(\alpha_1) + m_{\text{пJ2}}(\alpha_1), \text{ рис. .}$$

$$m(\phi) := m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів  $m_{\text{п}}(\alpha_1) = 0.206 \text{ kg}$



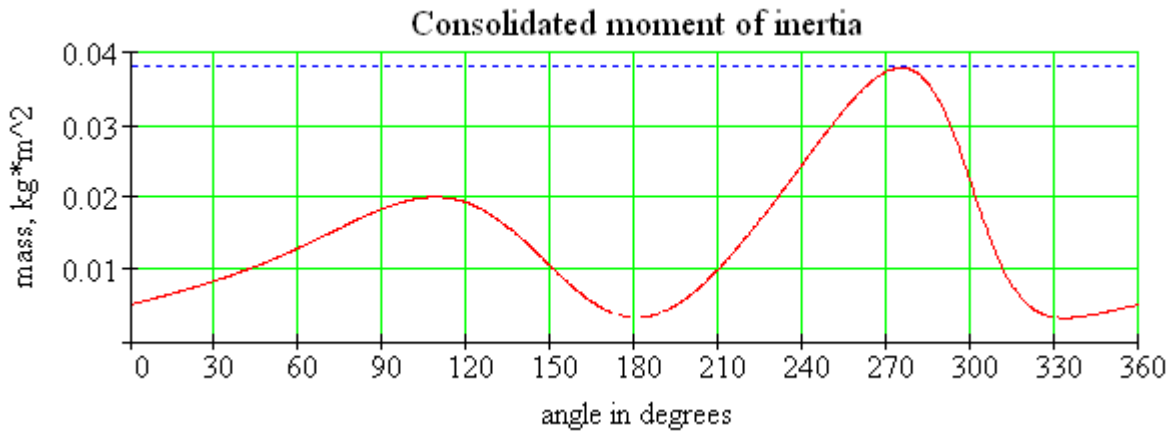
**Рис.6.** Зведена маса механізму преса.

### Розрахунок приведенного момента інерції важільного механізму

$$J(\phi) := J_1 + J_2 + J_3 + J_4, \quad J_{\Pi}(\alpha_1) := m_{\Pi}(\alpha_1) \cdot L_{12}^2, \text{ рис. .}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів

$$J_{\Pi}(\alpha_1) = 5.274 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

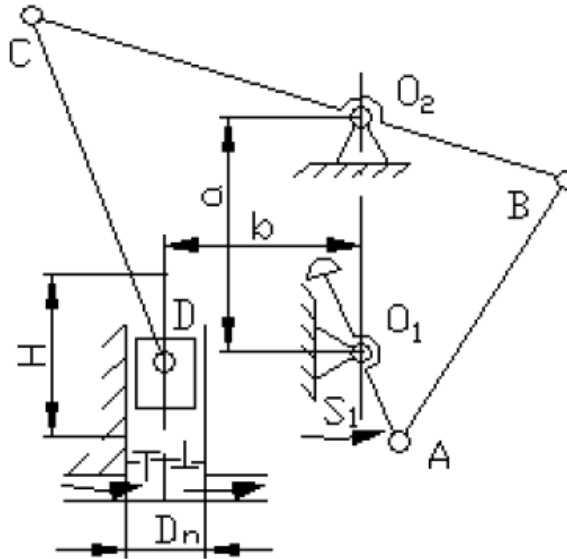


**Рис,7.** Зведений момент інерції механізму преса.

## Лабораторна робота № 2.

### Схемотехнічне проектування, кінематичне дослідження та анімація важільного механізму поршневого насоса.

**Вихідні дані** для схемотехнічного моделювання та кінематичного аналізу механізму, рис.8.



**Рис. 8.**Важільний механізм поршневого насоса.

$a := 500 \cdot \text{mm}$ ,  $b := 500 \cdot \text{mm}$ ,  $AO_1 := 160 \cdot \text{mm}$ ,  $AB := 690 \cdot \text{mm}$ ,  $BO_2 := 420 \cdot \text{mm}$ ,

$CO_2 := 600 \cdot \text{mm}$ ,  $CD := 900 \cdot \text{mm}$ ,  $D_n := 150 \cdot \text{mm}$ ,  $n_1 := 60 \text{ об/хв}$

Координати точки  $O_1$  (стояк)  $X_1 := 0 \cdot \text{mm}$ ,  $Y_1 := 0 \cdot \text{mm}$ .

Координати точки  $O_4$  (стояк)  $X_4 := 0 \cdot \text{mm}$ ,  $Y_4 := a$ .

Довжина ланки 1-2 (кривошипа)  $L_{12} := AO_1$ .

Довжина ланки 2-3 (шатун)  $L_{23} := AB$ .

Довжина ланки 3-4 (коромисло)  $L_{34} := BO_2$ .

Довжина ланки 4-5 (коромисло)  $L_{45} := CO_2$ .

Довжина ланки 5-6 (шатун)  $L_{56} := CD$ .

Варіант складання двоповодкової групи першого виду 2-3-4  $W_1 := 1$

Початковий кут ланки 1-2 (кривошипа), град  $\alpha_0 := 0$

Кутова швидкість ланки 1-2 (кривошипа)  $\Omega_1 := \frac{n_1 \cdot \pi}{30} \text{ s}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кутове прискорення ланки 1-2 (кривошипа)  $E_1 := 0 \text{ s}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кількість положень механізму  $N_{\text{POL}} := 12$

Максимальний кут повороту кривошипа  $\alpha_{\text{max}_-} := \alpha_0 + 360$

Крок розрахунку

$$\Delta\alpha := \frac{\alpha_{\max} - \alpha_0}{N_{\text{POL}}}$$

Поточний кут повороту ланки 1-2 (кривошипа)  $\alpha_1 := \alpha_0$  ( $\alpha_0, \alpha_0 + \Delta\alpha \dots \alpha_{\max}$ )

Центри мас ланок  $S_{12} := 0.5 \cdot L_{12}$ ,  $S_{23} := 0.5 \cdot L_{23}$ ,  $S_{35} := 0.5 \cdot (L_{34} + L_{45})$ ,  
 $S_{56} := 0.5 \cdot L_{56}$

Маси та моменти інерції ланок  $\gamma := 0.84 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

Ланка AO<sub>1</sub>,  $m_1 := \gamma \cdot L_{12}$  кг,  $m_1 = 0.134$  кг ,

$J_1 := J(L_{12}, S_{12}, m_1)$ ,  $J_1 = 2.15 \times 10^{-4}$  кгм<sup>2</sup> ,

Ланка AB,  $m_2 := \gamma \cdot L_{23}$  кг,  $m_2 = 0.58$  кг ,

$J_2 := J(L_{23}, S_{23}, m_2)$ ,  $J_2 = 0.017$  кгм<sup>2</sup> ,

Ланка BC,  $m_3 := \gamma \cdot (L_{34} + L_{45})$  кг,  $m_3 = 0.857$  кг ,

$J_3 := J(L_{34} + L_{45}, S_{35}, m_3)$ ,  $J_3 = 0.056$  кгм<sup>2</sup> ,

Ланка CD,  $m_4 := \gamma \cdot (L_{34} + L_{45})$  кг,  $m_4 = 0.857$  кг ,

$J_4 := J(L_{34} + L_{45}, S_{35}, m_4)$ ,  $J_4 = 0.056$  кгм<sup>2</sup> ,

Ланка E,  $m_5 := \gamma \cdot D_n$  кг,  $m_5 = 0.126$  кг .

### Розрахункові формули для кінематичного аналізу механізму

Вирази для визначення векторів-точок, векторів-ланок та кутів між ланками.

Вектори-точки стояків  $P_{O1} := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}$   $P_{O4} := \begin{pmatrix} X_4 \\ Y_4 \end{pmatrix}$ .

Вектори-функції кута повороту вхідної ланки, кривошипа O<sub>1</sub> A,  $\alpha_1$ :

Вектор-ланки та вектор-точки кривошипа

$P_{12}(\alpha_1) := \rho(e_X, \alpha_1, L_{12})$ ,  $P_2(\alpha_1) := P_{O1} + P_{12}(\alpha_1)$ .

Вектор змінної довжини

$P_{24}(\alpha_1) := P_{O4} - P_2(\alpha_1)$ .

Кут  $\phi_{243}$  між вектором змінної довжини P<sub>42</sub> та вектором-ланкою коромислом

P<sub>43</sub>

(з модулем L<sub>34</sub>) у функції кута  $\alpha_1$  повороту кривошипа 1-2

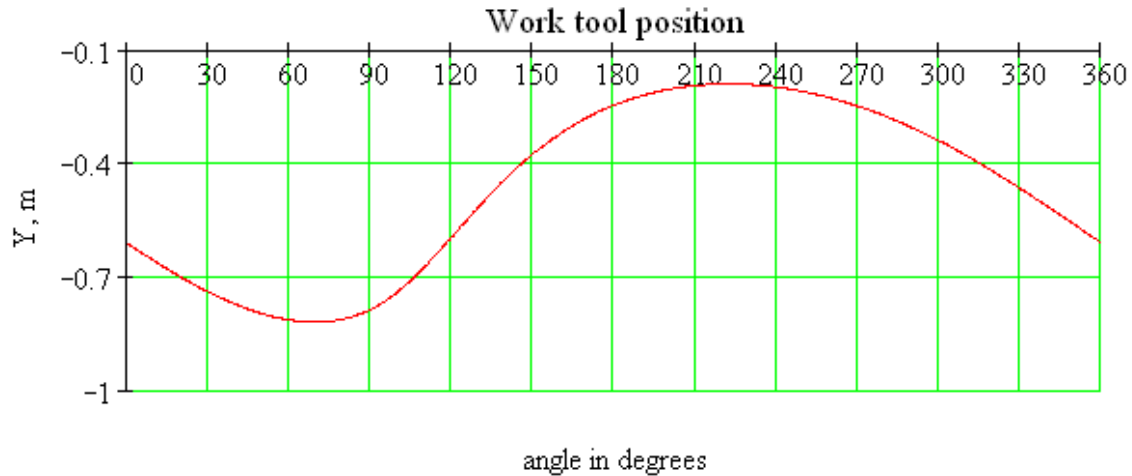
$\phi_{243}(\alpha_1) := T \cos(|P_{24}(\alpha_1)|, L_{34}, L_{23})$ .

Вектор-ланка коромисла P<sub>34</sub> у функції кута  $\alpha_1$  повороту кривошипа 1-2

$P_{34}(\alpha_1) := \rho(P_{24}(\alpha_1), W_1 \cdot \phi_{243}(\alpha_1), L_{34})$ .

Вектори-ланок та точок шатунів

$$\begin{aligned}
P_{23}(\alpha_1) &:= P_{24}(\alpha_1) - P_{34}(\alpha_1), \quad P_3(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + P_{23}(\alpha_1), \\
P_4(\alpha_1) &:= P_3(\alpha_1) + P_{34}(\alpha_1), \quad P_{45}(\alpha_1) := \rho(P_{24}(\alpha_1), W_1 \cdot \Phi_{243}(\alpha_1), L_{45}), \\
P_5(\alpha_1) &:= P_4(\alpha_1) + P_{45}(\alpha_1), \\
P_{56}(\alpha_1) &:= - \left[ (b + P_{45}(\alpha_1)X) \cdot e_X + \sqrt{L_{56}^2 - (b + P_{45}(\alpha_1)X)^2} \cdot e_Y \right], \\
P_6(\alpha_1) &:= P_5(\alpha_1) + P_{56}(\alpha_1), \quad P_{35}(\alpha_1) := P_{34}(\alpha_1) + P_{45}(\alpha_1) - \text{коромисло}
\end{aligned}$$



**Рис.9 .** Положення поршня, точки  $P_6(\alpha_1)$ .

Вектори центрів мас

$$\begin{aligned}
S_{12}(\alpha_1) &:= S_{12} \cdot \frac{P_{12}(\alpha_1)}{|P_{12}(\alpha_1)|}, \quad S_1(\alpha_1) := P_{O1} + S_{12}(\alpha_1), \\
S_{23}(\alpha_1) &:= S_{23} \cdot \frac{P_{23}(\alpha_1)}{|P_{23}(\alpha_1)|}, \quad S_2(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + S_{23}(\alpha_1), \\
S_{35}(\alpha_1) &:= S_{35} \cdot \frac{P_{35}(\alpha_1)}{|P_{35}(\alpha_1)|}, \quad S_3(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + S_{35}(\alpha_1), \\
S_{56}(\alpha_1) &:= S_{56} \cdot \frac{P_{56}(\alpha_1)}{|P_{56}(\alpha_1)|}, \quad S_4(\alpha_1) := P_4(\alpha_1) + S_{56}(\alpha_1).
\end{aligned}$$

Визначення кутів повороту ланок відносно осі X-сів

$$\begin{aligned}
\alpha_2(\alpha_1) &:= \text{atan2}(P_{23}(\alpha_1)_X, P_{23}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} - \text{шатун}, \\
\alpha_3(\alpha_1) &:= \text{atan2}(P_{35}(\alpha_1)_X, P_{35}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} - \text{коромисло}, \\
\alpha_4(\alpha_1) &:= \text{atan2}(P_{56}(\alpha_1)_X, P_{56}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} - \text{шатун}.
\end{aligned}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $P_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m}$ ,

$$P_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.392 \\ 0.65 \end{pmatrix} \text{ m}, \quad P_5(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.561 \\ 0.286 \end{pmatrix} \text{ m}, \quad P_6(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.612 \end{pmatrix} \text{ m},$$



$$S_1(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ м} , S_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.276 \\ 0.325 \end{pmatrix} \text{ м} .$$

$$S_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.084 \\ 0.468 \end{pmatrix} \text{ м} , S_4(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.051 \end{pmatrix} \text{ м} .$$

Кут між ланками  $\alpha_2(\alpha_1) = 70.315$  ,  $\alpha_3(\alpha_1) = -159.122$  ,  $\alpha_4(\alpha_1) = -86.139$  .

### Анімація важільного механізму поршневого насоса.

Лінії-відрізки функції кута  $\alpha_1$ :

а) Важільний механізм.

$$L_1(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{O1}, P_2(\alpha_1), K), \quad L_2(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_2(\alpha_1), P_3(\alpha_1), K),$$

$$L_3(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_3(\alpha_1), P_4(\alpha_1), K), \quad L_4(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_4(\alpha_1), P_5(\alpha_1), K),$$

$$L_5(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_5(\alpha_1), P_6(\alpha_1), K),$$

$$L(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_1(\alpha_1, K), L_2(\alpha_1, K), L_3(\alpha_1, K), L_4(\alpha_1, K), L_5(\alpha_1, K))$$

б) Поршень помпи

$$P_{D1}(\alpha_1) := P_6(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 45}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right), \quad P_{D2}(\alpha_1) := P_6(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 135}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$P_{D3}(\alpha_1) := P_6(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 225}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right),$$

$$P_{D4}(\alpha_1) := P_6(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 315}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right),$$

$$L_6(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D1}(\alpha_1), P_{D2}(\alpha_1), K),$$

$$L_7(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D2}(\alpha_1), P_{D3}(\alpha_1), K),$$

$$L_8(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D3}(\alpha_1), P_{D4}(\alpha_1), K),$$

$$L_9(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D4}(\alpha_1), P_{D1}(\alpha_1), K),$$

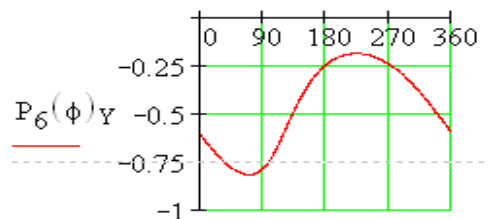
$$L_{\text{piston}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_6(\alpha_1, K), L_7(\alpha_1, K), L_8(\alpha_1, K), L_9(\alpha_1, K)).$$

в) Циліндр насоса

Розрахунок ходу поршня, Н.

З графіка, рис.1, знаходимо наближені значення кутів  $\alpha_{\min}$  та  $\alpha_{\max}$  кривошипа

$O_1$  А, що відповідають крайнім положенням



**Рис. 10.** Графік залежності положення поршня від кута  $\alpha_1$ .

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_6(\phi)|, \quad \phi_1 := 30, \quad \alpha_{\min} := \text{root}(f(\phi_1), \phi_1), \quad \alpha_{\min} = 66.236 .$$

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_6(\phi)|, \quad \phi_2 := 150, \quad \alpha_{\max} := \text{root}(f(\phi_2), \phi_2), \quad \alpha_{\max} = 198.674 .$$

$$H := P_6(\alpha_{\max})_Y - P_6(\alpha_{\min})_Y, \quad \text{- хід поршня, } H = 0.613 \text{ m} .$$

Координати центра циліндра

$$X_0 := P_6(\alpha_{\max})_X, \quad X_0 = -0.5 \text{ m} .$$

$$Y_0 := \frac{P_6(\alpha_{\max})_Y + P_6(\alpha_{\min})_Y}{2}, \quad Y_0 = -0.513 \text{ m} .$$

Вектори-точки. Відстань між поршнем та циліндром на схемі  $\tau := \frac{D_n}{10}$ .

$$P_{C1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ H + D_n \\ 2 \end{pmatrix}, \quad P_{C2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ H + D_n \\ 2 \end{pmatrix},$$

$$P_{C3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ H + D_n \\ -2 \end{pmatrix}, \quad P_{C4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ H + D_n \\ -2 \end{pmatrix} .$$

Лінії

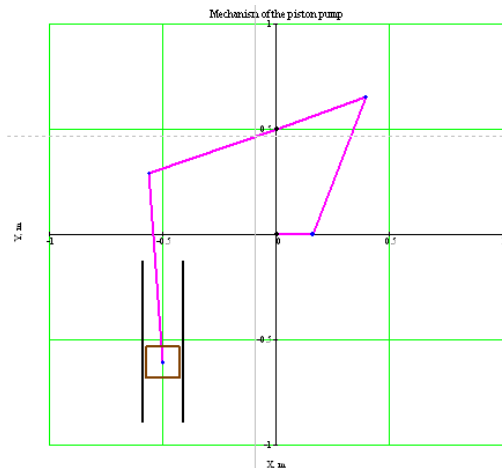
$$L_{10}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C1}(\alpha_1), P_{C4}(\alpha_1), K),$$

$$L_{11}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C2}(\alpha_1), P_{C3}(\alpha_1), K),$$

$$L_{\text{cylinder}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_{10}(\alpha_1, K), L_{11}(\alpha_1, K)).$$

Визначення допоміжної ранжируваної змінної  $F$  для візуалізації та анімації кінематичної

схеми механізму  $F := \text{FRAME}$



**Рис.11.** Момент анімації важільного механізму, кут повороту

кривошипа,  $\alpha_1 = 0^\circ$

**Розрахунок векторів плану швидкостей в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів швидкостей центрів мас ланок**

$$V_{aS1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{aS2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix},$$

$$V_{aS3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{aS4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$V_{aS1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.396 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad V_{aS2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -6.167 \times 10^{-4} \\ 3.013 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м},$$

$$V_{aS3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.396 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad V_{aS4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -6.167 \times 10^{-4} \\ 3.013 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м}.$$

**Розрахунок векторів дійсних швидкостей центрів мас ланок**

$$V_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1, \quad V_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1,$$

$$V_{S3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1, \quad V_{S4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$V_{S1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.503 \end{pmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad V_{S2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.222 \\ 1.085 \end{pmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$V_{S3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.503 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad V_{S4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.222 \\ 1.085 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Розрахунок векторів аналогів відносних швидкостей точок**

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2 відносно точки 1

$$V_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{кривошип.}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3 відносно точки 2

$$V_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатуна.}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 5 відносно точки 3

$$V_{a35}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатуна.}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 6 відносно точки 5

$$V_{a56}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{56}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{56}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатуна.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$V_{a12}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.793 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{m},$$

$$V_{a23}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -1.233 \times 10^{-3} \\ 4.413 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{m}, \quad V_{a35}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 2.995 \times 10^{-3} \\ -7.853 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{m},$$

$$V_{a56}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -1.762 \times 10^{-3} \\ -1.189 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{m}.$$

## Розрахунок векторів аналогів швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2

$$V_{a2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3

$$V_{a3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 5

$$V_{a5}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 6

$$V_{a6}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_6(\alpha_1)X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_6(\alpha_1)Y \end{pmatrix}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\begin{aligned} V_{a2}(\alpha_1) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 2.793 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м ,} \\ V_{a3}(\alpha_1) &= \begin{pmatrix} -1.233 \times 10^{-3} \\ 3.234 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м ,} \quad V_{a5}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 1.762 \times 10^{-3} \\ -4.62 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м ,} \\ V_{a6}(\alpha_1) &= \begin{pmatrix} 0 \\ -4.739 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м .} \end{aligned}$$

## Розрахунок векторів дійсних швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор лінійної швидкості точки 2

$$V_2(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 3

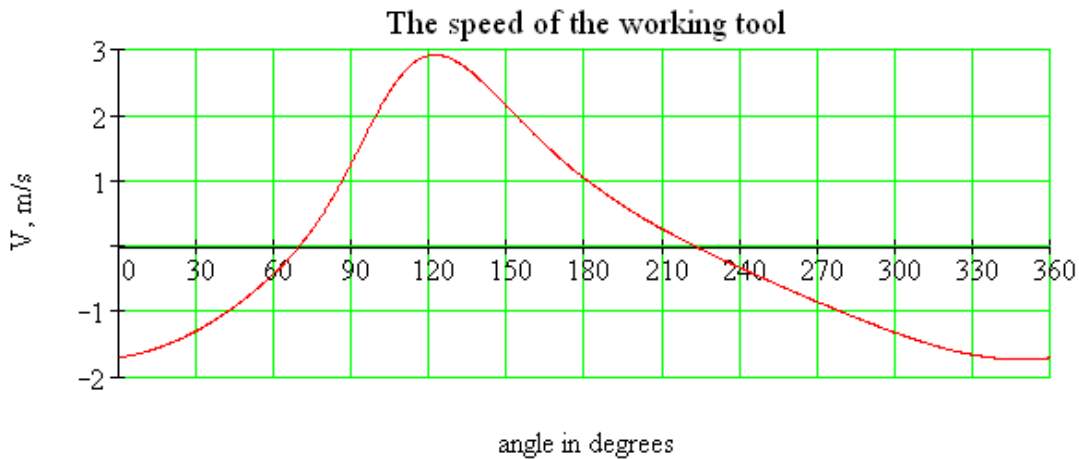
$$V_3(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 5

$$V_5(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_5(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 6

$$V_6(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_6(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_6(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$



**Рис.12 . Швидкість поршня,  $V_6(\alpha_1)$ .**

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $V_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.005 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$  ,

$$V_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -0.444 \\ 1.164 \end{pmatrix} \frac{m}{s} , \quad V_5(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.634 \\ -1.663 \end{pmatrix} \frac{m}{s} , \quad V_6(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.706 \end{pmatrix} \frac{m}{s} ..$$

**Розрахунок векторів плану прискорень механізму в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів прискорень центрів мас ланок**

$$a_{aS1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)Y \end{pmatrix}, \quad a_{aS2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)Y \end{pmatrix},$$

$$a_{aS3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} S_3(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} S_3(\alpha_1)Y \end{pmatrix}, \quad a_{aS4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} S_4(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} S_4(\alpha_1)Y \end{pmatrix},$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$a_{aS1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -2.437 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ м},$$

$$a_{aS2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.761 \times 10^{-5} \\ -5.302 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad a_{aS3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 5.674 \times 10^{-6} \\ 2.272 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \text{ м},$$

$$a_{aS4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -1.891 \times 10^{-5} \\ 4.6 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \text{ м}.$$

**1.5.2. Розрахунок векторів аналогів відносних прискорень**

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 2 відносно точки 1

$$a_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} - \text{кривошип.}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 3 відносно точки 2

$$a_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун.}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 5 відносно точки 3

$$a_{a35}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{35}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун.}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 6 відносно точки 5

$$a_{a56}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{56}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1} P_{56}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$a_{a12}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.874 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ м ,}$$

$$a_{a23}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 2.226 \times 10^{-5} \\ -1.06 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \text{ м , } \quad a_{a35}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 6.431 \times 10^{-5} \\ 2.575 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \text{ м ,}$$

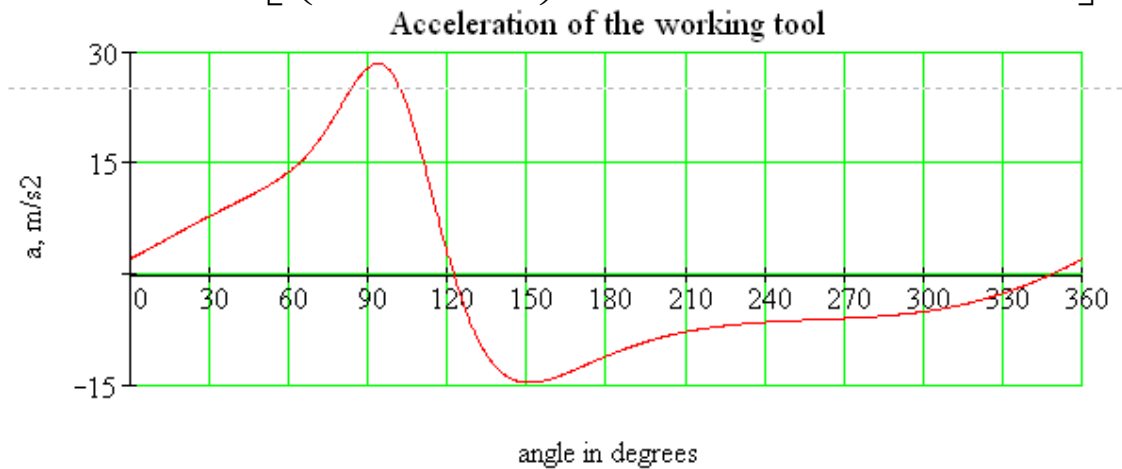
$$a_{a56}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.783 \times 10^{-5} \\ 9.2 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \text{ м .}$$

**.Розрахунок векторів дійсних прискорень відносно точки  $O_1$**

$$a_2(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \left[ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \right] \\ \left[ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \right] \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{s^2} ,$$



$$\begin{aligned}
 a_3(\alpha_1) &:= \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2}, \\
 a_5(\alpha_1) &:= \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_5(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_5(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_5(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_5(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2}, \\
 a_6(\alpha_1) &:= \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_6(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_6(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_6(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_6(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2},
 \end{aligned}$$



**Рис.13.** Прискорення поршня,  $a_6(\alpha_1)$ .

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $a_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -6.317 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$ ,

$a_3(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.432 \\ -1.374 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$ ,  $a_5(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 4.903 \\ 1.963 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$ ,  $a_6(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.083 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$  ..

## Розрахунок векторів дійсних прискорень центрів мас відносно точки $O_1$

$$a_{S1}(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_{S2}(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_{S3}(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_3(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_3(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_3(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_3(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_{S4}(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_4(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_4(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_4(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_4(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2},$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:  $a_{S1}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -3.158 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}$ ,

$$a_{S2}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -4.874 \\ -0.687 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}, \quad a_{S3}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.735 \\ 0.295 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}, \quad a_{S4}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} -2.451 \\ 0.06 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}.$$

## Розрахунок кутових швидкостей та прискорень ланок в системі Mathcad

### Розрахунок векторів аналогів кутових швидкостей ланок

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L12

$$\omega_{a1}(\alpha_1) := \omega_a(P_{12}(\alpha_1), V_{a12}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L23

$$\omega_{a2}(\alpha_1) := \omega_a(P_{23}(\alpha_1), V_{a23}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L35

$$\omega_{a3}(\alpha_1) := \omega_a(P_{35}(\alpha_1), V_{a35}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L56

$$\omega_{a4}(\alpha_1) := \omega_a(P_{56}(\alpha_1), V_{a56}(\alpha_1)).$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\begin{aligned} \omega_{a1}(\alpha_1) &= 0.017, \quad \omega_{a2}(\alpha_1) = 1.898 \times 10^{-3}, \\ \omega_{a3}(\alpha_1) &= 8.241 \times 10^{-3}, \quad \omega_{a4}(\alpha_1) = -1.962 \times 10^{-3}. \end{aligned}$$

### **Розрахунок векторів дійсних кутових швидкостей ланок**

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L12

$$\omega_1(\alpha_1) := \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L23

$$\omega_2(\alpha_1) := \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L35

$$\omega_3(\alpha_1) := \omega_{a3}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L56

$$\omega_4(\alpha_1) := \omega_{a4}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\begin{aligned} \omega_1(\alpha_1) \cdot \frac{30}{\pi} &= 60 \text{ Hz}, \quad \omega_2(\alpha_1) = 0.683 \text{ Hz}, \\ \omega_3(\alpha_1) &= 2.967 \text{ Hz}, \quad \omega_4(\alpha_1) = -0.706 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

### **Розрахунок векторів аналогів кутових прискорень ланок**

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{12}(\alpha_1), a_{a12}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_{a23}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{23}(\alpha_1), a_{a23}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L35

$$\varepsilon_{a35}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{35}(\alpha_1), a_{a35}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L56

$$\varepsilon_{a56}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{56}(\alpha_1), a_{a56}(\alpha_1)).$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{a12}(\alpha_1) &= 0, \quad \varepsilon_{a23}(\alpha_1) = -3.555 \times 10^{-5}, \\ \varepsilon_{a35}(\alpha_1) &= -1.123 \times 10^{-6}, \quad \varepsilon_{a56}(\alpha_1) = -4.187 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

### **Розрахунок векторів дійсних кутових прискорень ланок**

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_1(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a12}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_2(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a23}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L35

$$\varepsilon_3(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a35}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a3}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L56

$$\varepsilon_4(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a56}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a4}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\varepsilon_1(\alpha_1) = 0 \frac{1}{s^2}, \quad \varepsilon_2(\alpha_1) = -4.607 \frac{1}{s^2},$$

$$\varepsilon_3(\alpha_1) = -0.146 \frac{1}{s^2}, \quad \varepsilon_4(\alpha_1) = -5.426 \frac{1}{s^2}.$$

### **Розрахунок приведених інерційних параметрів важільного механізму Розрахунок приведеної маси важільного механізму**

Приведемо масу до точки А важільного механізму

$$m_{\Pi 1}(\alpha_1) := \frac{m_1 \cdot (|V_{aS1}(\alpha_1)|)^2 + m_2 \cdot (|V_{aS2}(\alpha_1)|)^2 + m_3 \cdot (|V_{aS3}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2},$$

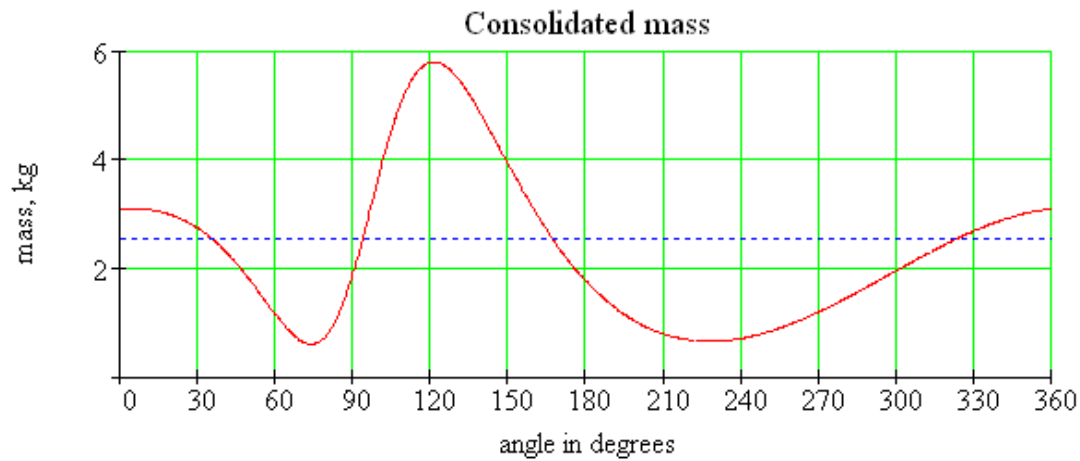
$$m_{\Pi 2}(\alpha_1) := \frac{m_4 \cdot (|V_{aS4}(\alpha_1)|)^2 + m_5 \cdot (|V_{a5}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2},$$

$$m_{\Pi 3}(\alpha_1) := \frac{J_1 \cdot \omega_{a1}(\alpha_1)^2 + J_2 \cdot \omega_{a2}(\alpha_1)^2 + J_3 \cdot \omega_{a3}(\alpha_1)^2 + J_4 \cdot \omega_{a4}(\alpha_1)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2},$$

$$m_{\Pi}(\alpha_1) := m_{\Pi 1}(\alpha_1) + m_{\Pi 2}(\alpha_1) + m_{\Pi 3}(\alpha_1)$$

$$m(\phi) := m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5,$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів  $m_{\Pi}(\alpha_1) = 3.091 \text{ kg}$



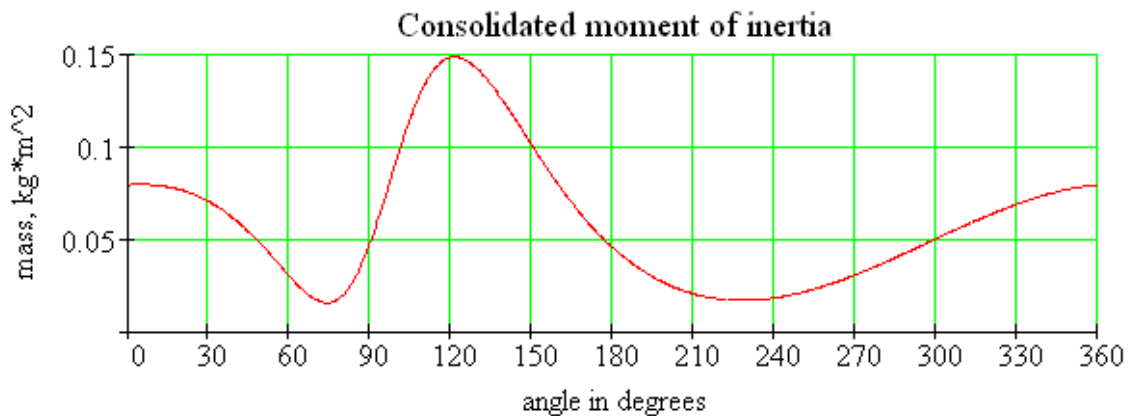
**Рис,14.** Залежність приведеної маси важільного механізму від кута повороту кривошипа  $\alpha_1$ .

**Розрахунок приведенного моменту інерції важільного механізму**

$$J(\phi) := J_1 + J_2 + J_3 + J_4,$$

$$J_{\Pi}(\alpha_1) := m_{\Pi}(\alpha_1) \cdot L_{12}^2$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів  $J_{\Pi}(\alpha_1) = 0.079 \text{ kgm}^2$

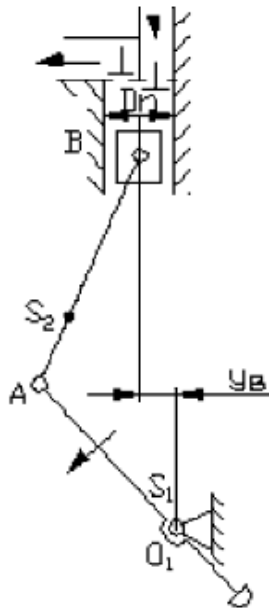


**Рис,15.** Залежність приведенного моменту інерції важільного механізму від кута повороту кривошипа  $\alpha_1$ .

### Лабораторна робота № 3.

#### Схемотехнічне проектування, кінематичне дослідження та анімація важільного механізму компресора

Вихідні дані для схемотехнічного моделювання та кінематичного аналізу механізму, рис.16.



**Рис. 16.** Важільний механізм компресора.

$Y_B := 50 \cdot \text{mm}$ ,  $O_1A := 150 \cdot \text{mm}$ ,  $AB := 650 \cdot \text{mm}$ ,  $D_n := 150 \cdot \text{mm}$ ,  $n_1 := 60 \text{ об/хв}$

Координати точки  $O_1$  (стояк)  $X_1 := 0 \cdot \text{mm}$ ,  $Y_1 := 0 \cdot \text{mm}$ .

Довжина ланки 1-2 (кривошипа)  $L_{12} := O_1A$ .

Довжина ланки 2-3 (шатун)  $L_{23} := AB$ .

Варіант складання двоповодкової групи першого виду 2-3-4  $W_1 := -1$

Початковий кут ланки 1-2 (кривошипа), град  $\alpha_0 := 0$

Кутова швидкість ланки 1-2 (кривошипа)  $\Omega_1 := \frac{n_1 \cdot \pi}{30} \text{ s}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кутове прискорення ланки 1-2 (кривошипа)  $E_1 := 0 \text{ s}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кількість положень механізму  $N_{POL} := 6$

Максимальний кут повороту кривошипа  $\alpha_{\text{max}_-} := \alpha_0 + 360$

Крок розрахунку  $\Delta\alpha := \frac{\alpha_{\text{max}_-} - \alpha_0}{N_{POL}}$

Поточний кут повороту ланки 1-2 (кривошипа)  $\alpha_1 := \alpha_0$

$(\alpha_0, \alpha_0 + \Delta\alpha \dots \alpha_{\max})$

Центри мас ланок  $S_{12} := 0.5 \cdot L_{12}$ ,  $S_{23} := 0.5 \cdot L_{23}$ .

Маси та моменти інерції ланок  $\gamma := 0.84 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

Ланка АВ,  $m_1 := \gamma \cdot L_{12}$  кг,  $m_1 = 0.126$  кг ,

$$J_1 := J(L_{12}, S_{12}, m_1), \quad J_1 = 2.362 \times 10^{-4} \text{kgm}^2 ,$$

Ланка ВС,  $m_2 := \gamma \cdot L_{23}$  кг,  $m_2 = 0.546$  кг ,

$$J_2 := J(L_{23}, S_{23}, m_2), \quad J_2 = 0.019 \text{kgm}^2 ,$$

Ланка Е,  $m_3 := \gamma \cdot D_n$  кг,  $m_3 = 0.126$  кг ,

### Розрахункові формули для кінематичного аналізу механізму

Вирази для визначення векторів-точок, векторів-ланок та кутів між ланками.

Вектори-точки стояків  $P_{O1} := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}$

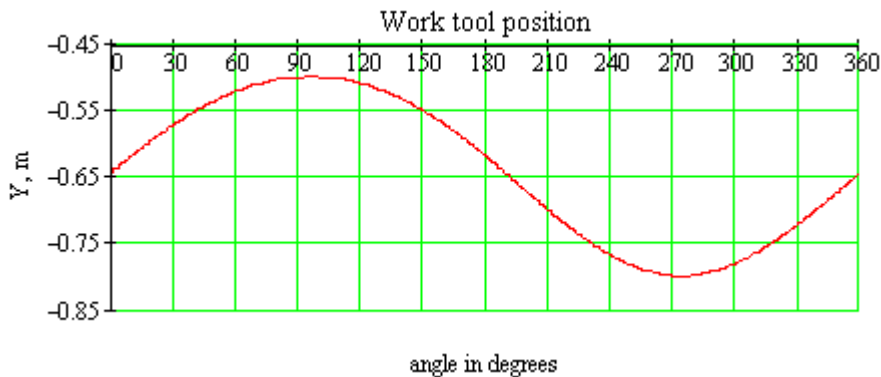
Вектори-функції кута повороту вхідної ланки, кривошипа  $O_1A$ ,  $\alpha_1$ :

Вектор-ланки та вектор-точки кривошипа

$$P_{12}(\alpha_1) := \rho(e_X, \alpha_1, L_{12}) \quad P_2(\alpha_1) := P_{O1} + P_{12}(\alpha_1)$$

Вектор точки 3 механізму

$$P_3(\alpha_1) := Y_B \cdot e_X + \left[ P_{12}(\alpha_1)Y - \sqrt{L_{23}^2 - (P_{12}(\alpha_1)X - Y_B)^2} \right] \cdot e_Y$$



**Рис.17.** Положення поршня.

Вектор-ланка шатун  $L_{23}$

$$P_{23}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) - P_{12}(\alpha_1)$$

Вектори центрів мас

$$S_{12}(\alpha_1) := S_{12} \cdot \frac{P_{12}(\alpha_1)}{|P_{12}(\alpha_1)|}, \quad S_1(\alpha_1) := P_{O1} + S_{12}(\alpha_1)$$

$$S_{23}(\alpha_1) := S_{23} \cdot \frac{P_{23}(\alpha_1)}{|P_{23}(\alpha_1)|}, \quad S_2(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + S_{23}(\alpha_1)$$

Визначення кутів повороту ланки відносно осі X-сів

$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(P_{23}(\alpha_1)_X, P_{23}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} - \text{шатуни.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $P_2(\alpha_1)_X = 0.15 \text{ m}$  ,  $P_2(\alpha_1)_Y = 0 \text{ m}$  ,

$$P_3(\alpha_1)_X = 0.05 \text{ m} , \quad P_3(\alpha_1)_Y = -0.642 \text{ m} .$$

$$S_1(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.075 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m} , \quad S_2(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.321 \end{pmatrix} \text{ m} .$$

Кут між ланками

$$\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2(\alpha_1) = -98.85 .$$

### Анімація важільного механізму насоса.

Лінії-відрізки функції кута  $\alpha_1$ :

а) Важільний механізм.

$$L_1(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{O1}, P_2(\alpha_1), K) \quad L_2(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_2(\alpha_1), P_3(\alpha_1), K)$$

$$L(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_1(\alpha_1, K), L_2(\alpha_1, K))$$

б) Поршень насоса

$$P_{D1}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 45}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right), \quad P_{D2}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 135}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$P_{D3}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 225}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right),$$

$$P_{D4}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) + \rho \left( e_{X, 315}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n \right)$$

$$L_6(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D1}(\alpha_1), P_{D2}(\alpha_1), K),$$

$$L_7(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D2}(\alpha_1), P_{D3}(\alpha_1), K),$$

$$L_8(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D3}(\alpha_1), P_{D4}(\alpha_1), K),$$

$$L_9(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{D4}(\alpha_1), P_{D1}(\alpha_1), K),$$

$$L_{\text{piston}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_6(\alpha_1, K), L_7(\alpha_1, K), L_8(\alpha_1, K), L_9(\alpha_1, K))$$

в) Циліндр насоса

Розрахунок ходу поршня, Н.

З графіка, рис.1, знаходимо наближені значення кутів  $\alpha_{\min}$  та  $\alpha_{\max}$  кривошипа

$O_1 A$ , що відповідають крайнім положенням поршня

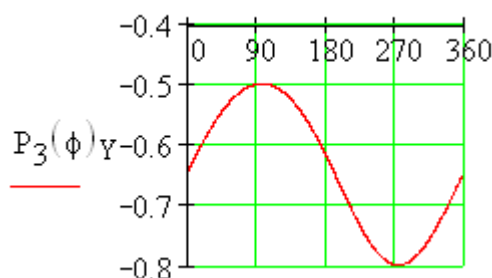


Рис. 18. Графік залежності положення поршня від кута  $\alpha_1$ .



$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_3(\phi)| \quad \phi_1 := 270 \quad \alpha_{\min} := \text{root}(f(\phi_1), \phi_1) \quad \alpha_{\min} = 273.585$$

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_3(\phi)| \quad \phi_2 := 90 \quad \alpha_{\max} := \text{root}(f(\phi_2), \phi_2) \quad \alpha_{\max} = 95.762$$

$$H := P_3(\alpha_{\max})Y - P_3(\alpha_{\min})Y, \quad \text{- хід поршня,} \quad H = 0.301 \text{ m}$$

Координати центра циліндра

$$X_0 := P_3(\alpha_{\max})X, \quad X_0 = 0.05 \text{ m}$$

$$Y_0 := \frac{P_3(\alpha_{\max})Y + P_3(\alpha_{\min})Y}{2}, \quad Y_0 = -0.648 \text{ m}$$

Вектори-точки циліндра. Відстань між пресувальним повзуном та циліндром на схемі

прийmemo  $\tau := \frac{D_n}{10}$

$$P_{C1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ \frac{H + D_n}{2} \end{pmatrix}, \quad P_{C2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ \frac{H + D_n}{2} \end{pmatrix}$$

$$P_{C3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \\ -\left(\frac{H + D_n}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad P_{C4}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{D_n}{2} + \tau \\ -\left(\frac{H + D_n}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Лінії-відрізки

$$L_{10}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C1}(\alpha_1), P_{C4}(\alpha_1), K)$$

$$L_{11}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C2}(\alpha_1), P_{C3}(\alpha_1), K)$$

$$L_{\text{cylinder}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_{10}(\alpha_1, K), L_{11}(\alpha_1, K))$$

Визначення допоміжної ранжируваної змінної  $F$  для візуалізації та анімації кінематичної схеми механізму  $F := \text{FRAME}$

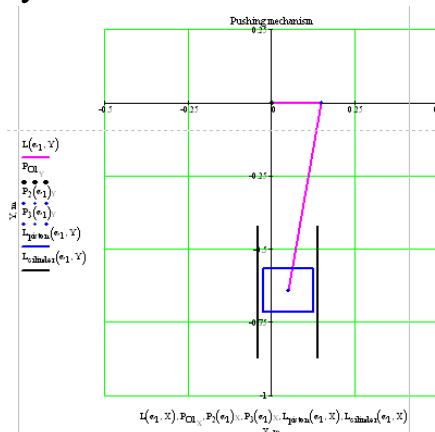


Рис.19. Мить анімації механізму  $\alpha_1 = 0^\circ$ .

**Розрахунок векторів плану швидкостей в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів швидкостей центрів мас ланок**

$$V_{aS1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{aS2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|V_{aS1}(\alpha_1)| = 1.309 \times 10^{-3} \text{ м}, \quad |V_{aS2}(\alpha_1)| = 2.618 \times 10^{-3} \text{ м}$$

**Розрахунок векторів дійсних швидкостей центрів мас ланок**

$$V_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1, \quad V_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1,$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|V_{S1}(\alpha_1)| = 0.471 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad |V_{S2}(\alpha_1)| = 0.942 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

**Розрахунок векторів аналогів відносних швидкостей точок**

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2 відносно точки 1

$$V_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{кривошип}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3 відносно точки 2

$$V_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$V_{a12}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.618 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \text{ м}, \quad V_{a23}(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ м}$$

**Розрахунок векторів аналогів швидкостей точок відносно точки  $O_1$**

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2

$$V_{a2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3

$$V_{a3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|V_{a2}(\alpha_1)| = 2.618 \times 10^{-3} \text{ м} , \quad |V_{a3}(\alpha_1)| = 2.618 \times 10^{-3} \text{ м} .$$

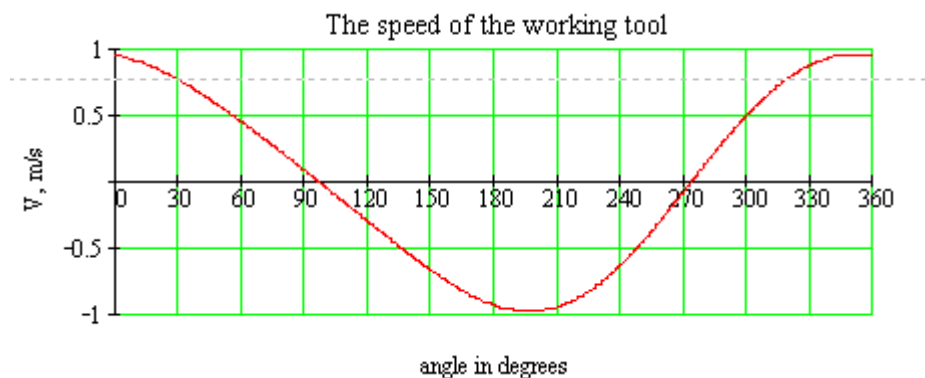
### 1Розрахунок векторів дійсних швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор лінійної швидкості точки 2

$$V_2(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

Вектор лінійної швидкості точки 3

$$V_3(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$



Рис,20. Швидкість поршня .

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|V_2(\alpha_1)| = 0.942 \frac{\text{m}}{\text{s}} , \quad |V_3(\alpha_1)| = 0.942 \frac{\text{m}}{\text{s}} /$$

**. Розрахунок векторів плану прискорень механізму в системі Mathcad**  
**Розрахунок векторів аналогів прискорень центрів мас ланок**

$$a_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad a_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|a_{S1}(\alpha_1)| = 2.285 \times 10^{-5} \text{ m} , \quad |a_{S2}(\alpha_1)| = 2.312 \times 10^{-5} \text{ m} .$$

**Розрахунок векторів аналогів відносних прискорень**

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 2 відносно точки 1

$$a_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \quad \text{- кривошип}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 3 відносно точки 2

$$a_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \quad \text{- шатун.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

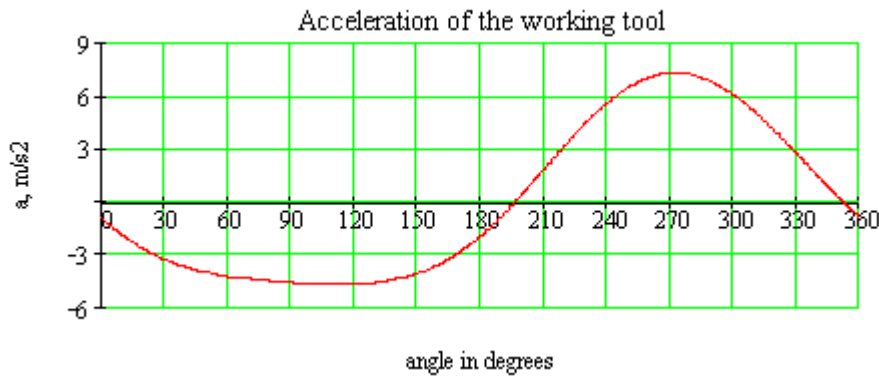
$$|a_{a12}(\alpha_1)| = 4.569 \times 10^{-5} \text{ m} , \quad |a_{a23}(\alpha_1)| = 4.624 \times 10^{-5} \text{ m} .$$

### Розрахунок векторів дійсних прискорень відносно точки $O_1$

$$a_2(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(a_2(\alpha_1)_X, a_2(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1},$$

$$a_3(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2}$$



**Рис,21.** Прискорення поршня .

$$\alpha_3(\alpha_1) := \text{atan2}(a_3(\alpha_1)_X, a_3(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} .$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$\alpha_1 = 0 , \quad |a_2(\alpha_1)| = 5.922 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} , \quad \alpha_2(\alpha_1) = 180 , \quad |a_3(\alpha_1)| = 0.922 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} , \\ \alpha_3(\alpha_1) = -90 .$$

### Розрахунок векторів дійсних прискорень центрів мас відносно точки $O_1$

$$a_{S1}(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_{S2}(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$|a_{S1}(\alpha_1)| = 2.961 \frac{m}{s^2}, \quad |a_{S2}(\alpha_1)| = 2.997 \frac{m}{s^2}.$$

### **Розрахунок кутових швидкостей та прискорень ланок в системі Mathcad**

#### **Розрахунок векторів аналогів кутових швидкостей ланок**

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L12

$$\omega_{a1}(\alpha_1) := \omega_a(P_{12}(\alpha_1), V_{a12}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L23

$$\omega_{a2}(\alpha_1) := \omega_a(P_{23}(\alpha_1), V_{a23}(\alpha_1))$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\omega_{a1}(\alpha_1) = 0.017, \quad \omega_{a2}(\alpha_1) = 0.$$

#### **Розрахунок векторів дійсних кутових швидкостей ланок**

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L12

$$\omega_1(\alpha_1) := \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L23

$$\omega_2(\alpha_1) := \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot \Omega_1.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$\omega_1(\alpha_1) \cdot \frac{30}{\pi} = 60 \text{ Hz}, \quad \omega_2(\alpha_1) = 0 \text{ Hz}.$$

#### **Розрахунок векторів аналогів кутових прискорень ланок**

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{12}(\alpha_1), a_{a12}(\alpha_1)).$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_{a23}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{23}(\alpha_1), a_{a23}(\alpha_1)).$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) = 0.$$

#### **Розрахунок векторів дійсних кутових прискорень ланок**

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_1(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a12}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_2(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a23}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$\varepsilon_1(\alpha_1) = 0 \frac{1}{s^2}, \quad \varepsilon_2(\alpha_1) = 9.22 \frac{1}{s^2}.$$

### Розрахунок приведених інерційних параметрів важільного механізму

#### Розрахунок приведеної маси важільного механізму

Приведемо масу до точки А важільного механізму

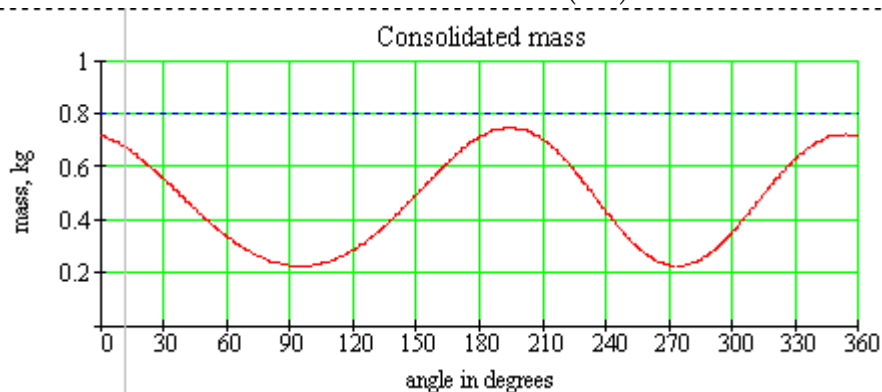
$$m_{\Pi 1}(\alpha_1) := \frac{m_1 \cdot (|V_{aS1}(\alpha_1)|)^2 + m_2 \cdot (|V_{aS2}(\alpha_1)|)^2 + m_3 \cdot (|V_{a3}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\Pi 2}(\alpha_1) := \frac{J_1 \cdot \omega_{a1}(\alpha_1)^2 + J_2 \cdot \omega_{a2}(\alpha_1)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\Pi}(\alpha_1) := m_{\Pi 1}(\alpha_1) + m_{\Pi 2}(\alpha_1)$$

$$m(\phi) := m_1 + m_2 + m_3,$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів  $m_{\Pi}(\alpha_1) = 0.714 \text{ kg}$



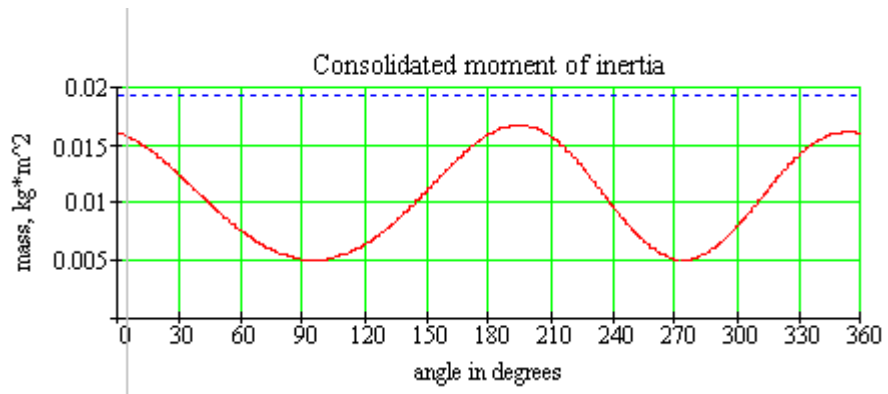
Рис,22. Графік зміни приведеної маси механізму .

#### Розрахунок приведеного моменту інерції важільного механізму

$$J(\phi) := J_1 + J_2,$$

$$J_{\Pi}(\alpha_1) := m_{\Pi}(\alpha_1) \cdot L_{12}^2$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів  $J_{\Pi}(\alpha_1) = 0.016 \text{ kgm}^2$



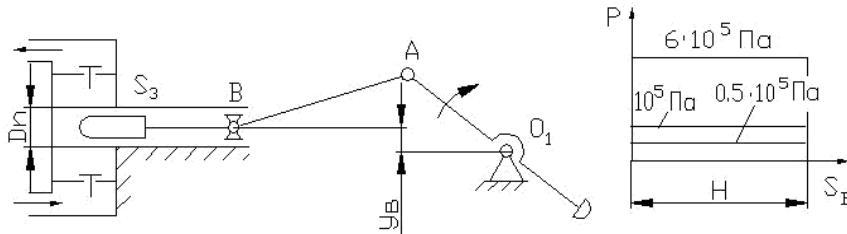
**Рис,23.** Графік зміни приведенного моменту інерції механізму .



## Лабораторна робота № 4.

### Схемотехнічне проектування, кінематичне дослідження та анімація важільного механізму насоса (горизонтального)

Вихідні дані для схемотехнічного моделювання та кінематичного аналізу механізму, рис.24.



**Рис.24.** Важільний механізм насоса

$$Y_B := 50 \cdot \text{mm}, \quad O1A := 150 \cdot \text{mm}, \quad AB := 650 \cdot \text{mm}, \quad D_n := 150 \cdot \text{mm}, \quad n_1 := 60 \text{ об/хв}$$

Довжина ланки 1-2 (кривошипа)  $L_{12} := O1A$ .

Довжина ланки 2-3 (шатун)  $L_{23} := AB$ .

Варіант складання двоповодкової групи першого виду 2-3-4  $W_1 := -1$

Початковий кут ланки 1-2 (кривошипа), град  $\alpha_0 := 0$

Кутова швидкість ланки 1-2 (кривошипа)  $\Omega_1 := \frac{n_1 \cdot \pi}{30} \text{ s}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кутове прискорення ланки 1-2 (кривошипа)  $E_1 := 0 \text{ s}^{-2} \cdot \text{deg}^{-1}$

Кількість положень механізму  $N_{POL} := 6$

Максимальний кут повороту кривошипа  $\alpha_{\max\_} := \alpha_0 + 360$

Крок розрахунку  $\Delta\alpha := \frac{\alpha_{\max\_} - \alpha_0}{N_{POL}}$

Поточний кут повороту ланки 1-2 (кривошипа)  $\alpha_1 := \alpha_0 (\alpha_0, \alpha_0 + \Delta\alpha \dots \alpha_{\max\_})$

Центри мас ланок  $S_{12} := 0.5 \cdot L_{12}, \quad S_{23} := 0.5 \cdot L_{23}$ .

Маси та моменти інерції ланок  $\gamma := 0.84 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}}$

Ланка АВ,  $m_1 := \gamma \cdot L_{12} \text{ кг}, \quad m_1 = 0.126 \text{ кг},$

$$J_1 := J(L_{12}, S_{12}, m_1), \quad J_1 = 2.362 \times 10^{-4} \text{ кгм}^2,$$

Ланка ВС,  $m_2 := \gamma \cdot L_{23} \text{ кг}, \quad m_2 = 0.546 \text{ кг},$

$$J_2 := J(L_{23}, S_{23}, m_2), \quad J_2 = 0.019 \text{ кгм}^2,$$

Ланка Е,  $m_3 := \gamma \cdot D_n \text{ кг}, \quad m_3 = 0.126 \text{ кг}.$

## Розрахункові формули для кінематичного аналізу механізму

Вирази для визначення векторів-точок, векторів-ланок та кутів між ланками.

$$\text{Вектори-точки стояків } P_{O1} := \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}$$

Вектори-функції кута повороту вхідної ланки, кривошипа  $O_1A$ ,  $\alpha_1$ :

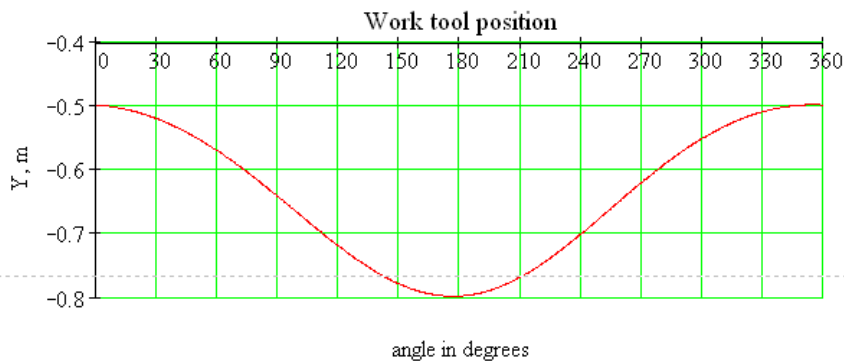
Вектор-ланки та вектор-точки кривошипа

$$P_{12}(\alpha_1) := \rho(\epsilon_X, \alpha_1, L_{12}) \quad P_2(\alpha_1) := P_{O1} + P_{12}(\alpha_1)$$

Вектор точки 3 механізму

$$P_3(\alpha_1) := \left[ P_{12}(\alpha_1)_X - \sqrt{L_{23}^2 - (P_{12}(\alpha_1)_Y - Y_B)^2} \right] \cdot \epsilon_X + Y_B \cdot \epsilon_Y$$

Вектор-ланка шатун  $L_{23}$



**Рис. 25** . Графік залежності положення поршня від кута кривошипа.

$$P_{23}(\alpha_1) := P_3(\alpha_1) - P_{12}(\alpha_1)$$

Вектори центрів мас

$$S_{12}(\alpha_1) := S_{12} \cdot \frac{P_{12}(\alpha_1)}{|P_{12}(\alpha_1)|}, \quad S_1(\alpha_1) := P_{O1} + S_{12}(\alpha_1)$$

$$S_{23}(\alpha_1) := S_{23} \cdot \frac{P_{23}(\alpha_1)}{|P_{23}(\alpha_1)|}, \quad S_2(\alpha_1) := P_2(\alpha_1) + S_{23}(\alpha_1)$$

Визначення кутів повороту ланки відносно осі X-сів

$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(P_{23}(\alpha_1)_X, P_{23}(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1} - \text{шатун.}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $P_2(\alpha_1)_X$ ,  $P_2(\alpha_1)_Y$ ,

$$P_3(\alpha_1)_X, \quad P_3(\alpha_1)_Y, \quad S_1(\alpha_1), \quad S_2(\alpha_1)$$

Кут між ланками  $\alpha_2(\alpha_1)$  .

### Анімація важільного механізму насоса.

Лінії-відрізки функції кута  $\alpha_1$ :

а) Важільний механізм.

$$L_1(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{O1}, P_2(\alpha_1), K) \quad L_2(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_2(\alpha_1), P_3(\alpha_1), K)$$

$$L(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_1(\alpha_1, K), L_2(\alpha_1, K))$$

б) Поршень насоса

$$\begin{aligned}
P_{D1}(\alpha_1) &:= P_3(\alpha_1) + \rho\left(e_{X,45}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n\right), & P_{D2}(\alpha_1) &:= P_3(\alpha_1) + \rho\left(e_{X,135}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n\right) \\
P_{D3}(\alpha_1) &:= P_3(\alpha_1) + \rho\left(e_{X,225}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n\right), \\
P_{D4}(\alpha_1) &:= P_3(\alpha_1) + \rho\left(e_{X,315}, \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot D_n\right) \\
L_6(\alpha_1, K) &:= \text{Line}(P_{D1}(\alpha_1), P_{D2}(\alpha_1), K), \\
L_7(\alpha_1, K) &:= \text{Line}(P_{D2}(\alpha_1), P_{D3}(\alpha_1), K), \\
L_8(\alpha_1, K) &:= \text{Line}(P_{D3}(\alpha_1), P_{D4}(\alpha_1), K), \\
L_9(\alpha_1, K) &:= \text{Line}(P_{D4}(\alpha_1), P_{D1}(\alpha_1), K), \\
L_{\text{piston}}(\alpha_1, K) &:= \text{augment}(L_6(\alpha_1, K), L_7(\alpha_1, K), L_8(\alpha_1, K), L_9(\alpha_1, K))
\end{aligned}$$

в) Циліндр насоса

Розрахунок ходу поршня, Н.

З графіка, рис.2, знаходимо наближені значення кутів  $\alpha_{\min}$  та  $\alpha_{\max}$  кривошипа  $O_1 A$ , що відповідають крайнім положенням поршня

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_3(\phi)| \quad \phi_1 := 0 \quad \alpha_{\min} := \text{root}(f(\phi_1), \phi_1) \quad \alpha_{\min} = -5.762$$

$$f(\phi) := \frac{d}{d\phi} |P_3(\phi)| \quad \phi_2 := 120 \quad \alpha_{\max} := \text{root}(f(\phi_2), \phi_2) \quad \alpha_{\max} = 176.761$$

$$H := P_3(\alpha_{\min})_X - P_3(\alpha_{\max})_X, \quad \text{- хід поршня, } H = 0.301 \text{ м.}$$

Координати центра циліндра

$$Y_0 := P_3(\alpha_{\max})_Y, \quad Y_0 = 0.05 \text{ м}$$

$$X_0 := \frac{P_3(\alpha_{\max})_X + P_3(\alpha_{\min})_X}{2}, \quad X_0 = -0.648 \text{ м}$$

Вектори-точки циліндра. Відстань між пресувальним повзуном та циліндром на схемі приймемо  $\tau := \frac{D_n}{10}$

$$\begin{aligned}
P_{C1}(\alpha_1) &:= \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{H}{2} + \frac{D_n}{2} \\ \frac{D_n}{2} + \tau \end{pmatrix}, & P_{C2}(\alpha_1) &:= \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{H}{2} + \frac{D_n}{2} \\ -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \end{pmatrix} \\
P_{C3}(\alpha_1) &:= \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{H}{2} - \frac{D_n}{2} \\ -\left(\frac{D_n}{2} + \tau\right) \end{pmatrix}, & P_{C4}(\alpha_1) &:= \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{H}{2} - \frac{D_n}{2} \\ \frac{D_n}{2} + \tau \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Лінії-відрізки

$$L_{10}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C1}(\alpha_1), P_{C4}(\alpha_1), K)$$

$$L_{11}(\alpha_1, K) := \text{Line}(P_{C2}(\alpha_1), P_{C3}(\alpha_1), K)$$

$$L_{\text{cylinder}}(\alpha_1, K) := \text{augment}(L_{10}(\alpha_1, K), L_{11}(\alpha_1, K))$$

Визначення допоміжної ранжируваної змінної  $F$  для візуалізації та анімації кінематичної схеми механізму  $F := \text{FRAME}$

### Розрахунок векторів плану швидкостей в системі Mathcad

#### Розрахунок векторів аналогів швидкостей центрів мас ланок

Швидкості центрів мас ланок

$$V_{aS1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}, \quad V_{aS2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$V_{aS1}(\alpha_1), V_{aS2}(\alpha_1)$$

Розрахунок векторів дійсних швидкостей центрів мас ланок

$$V_{S1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_1(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1, \quad V_{S2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} S_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1,$$

#### Розрахунок векторів аналогів відносних швидкостей точок

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2 відносно точки 1

$$V_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{12}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{кривошип}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3 відносно точки 2

$$V_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_{23}(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} - \text{шатун}$$

### Розрахунок векторів аналогів швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 2

$$V_{a2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

Вектор аналога лінійної швидкості точки 3

$$V_{a3}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix}$$

### Розрахунок векторів дійсних швидкостей точок відносно точки $O_1$

Вектор лінійної швидкості точки 2

$$V_2(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_2(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(V_2(\alpha_1)_X, V_2(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1}$$

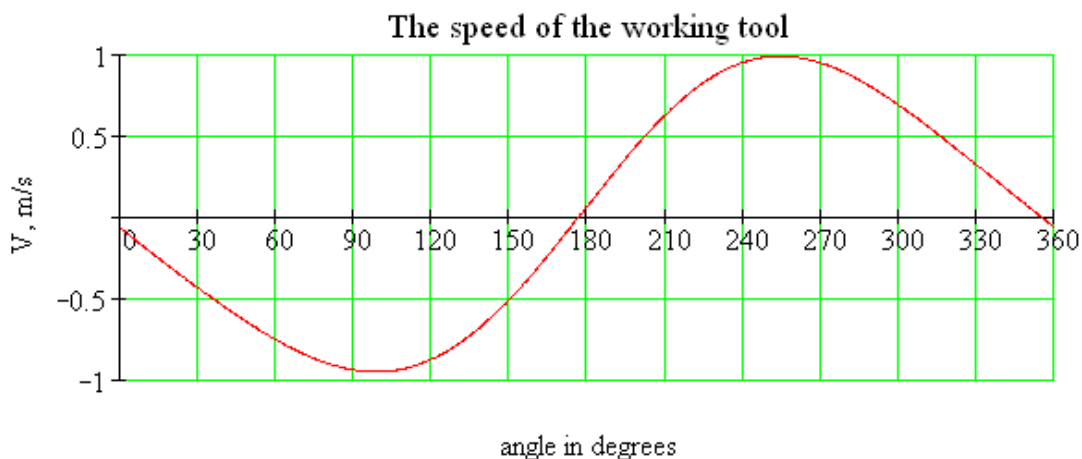
Вектор лінійної швидкості точки 3

$$V_3(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_X \\ \frac{d}{d\alpha_1} P_3(\alpha_1)_Y \end{pmatrix} \cdot \Omega_1$$

$$\alpha_3(\alpha_1) := \text{atan2}(V_3(\alpha_1)_X, V_3(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $\alpha_1 = 0$  ,  $|V_2(\alpha_1)| = 0.942 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ,

$\alpha_2(\alpha_1) = 90$  ,  $|V_3(\alpha_1)| = 0.073 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ,  $\alpha_3(\alpha_1) = 180$  .



**Рис. 26.** Графік швидкості поршня в залежності від кута повороту кривошипа.

### Розрахунок векторів аналогів прискорень центрів мас ланок

Прискорення центра мас ланок

$$a_{aS1}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)Y \end{pmatrix}, \quad a_{aS2}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)Y \end{pmatrix}.$$

### Розрахунок векторів аналогів відносних прискорень

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 2 відносно точки 1

$$a_{a12}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{12}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} \quad \text{- кривошип}$$

Вектор аналога тангенціального прискорення точки 3 відносно точки 2

$$a_{a23}(\alpha_1) := \begin{pmatrix} \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)X \\ \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_{23}(\alpha_1)Y \end{pmatrix} \quad \text{- шатун.}$$

### Розрахунок векторів дійсних прискорень відносно точки O<sub>1</sub>

Прискорення точок важільного механізму

$$a_2(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

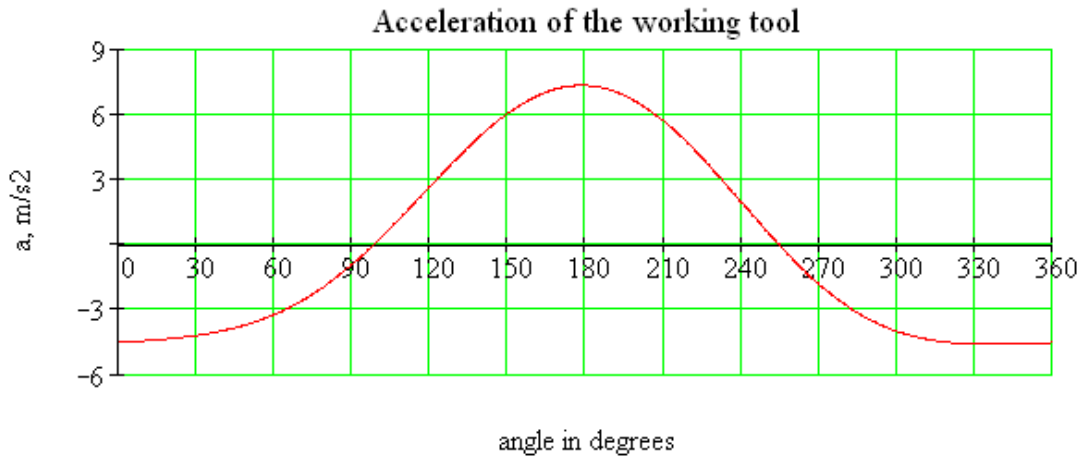
$$\alpha_2(\alpha_1) := \text{atan2}(a_2(\alpha_1)_X, a_2(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1},$$

$$a_3(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} P_3(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (P_3(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$\alpha_3(\alpha_1) := \text{atan2}(a_3(\alpha_1)_X, a_3(\alpha_1)_Y) \cdot \text{deg}^{-1}.$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $\alpha_1 = 0$  ,  $|a_2(\alpha_1)| = 5.922 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ,

$\alpha_2(\alpha_1) = 180$  ,  $|a_3(\alpha_1)| = 4.543 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ,  $\alpha_3(\alpha_1) = 180$  .



**Рис. 27.** Графік прискорення поршня в залежності від кута повороту кривошипа.

Розрахунок векторів дійсних прискорень центрів мас відносно точки  $O_1$

$$a_{S1}(\alpha_1) := \begin{bmatrix} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_1(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_1(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s^2},$$

$$a_{S2}(\alpha_1) := \left[ \begin{array}{l} \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_X \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_X) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \\ \left( \frac{d^2}{d\alpha_1^2} S_2(\alpha_1)_Y \right) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \left[ \frac{d}{d\alpha_1} (S_2(\alpha_1)_Y) \right] \cdot E_1 \cdot s^2 \end{array} \right] \cdot \frac{1}{s^2}$$

## Розрахунок кутових швидкостей та прискорень ланок в системі Mathcad

### Розрахунок векторів аналогів кутових швидкостей ланок

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L12

$$\omega_{a1}(\alpha_1) := \omega_a(P_{12}(\alpha_1), V_{a12}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутової швидкості ланки L23

$$\omega_{a2}(\alpha_1) := \omega_a(P_{23}(\alpha_1), V_{a23}(\alpha_1))$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $\omega_{a1}(\alpha_1) = 0.017$  ,

$$\omega_{a2}(\alpha_1) = 4.04 \times 10^{-3} .$$

### Розрахунок векторів дійсних кутових швидкостей ланок

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L12

$$\omega_1(\alpha_1) := \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot \Omega_1$$

Визначення вектора дійсної кутової швидкості ланки L23

$$\omega_2(\alpha_1) := \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot \Omega_1$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1 := 0$  градусів:

$$\omega_1(\alpha_1) \cdot \frac{30}{\pi} = 60 \text{ Hz} , \quad \omega_2(\alpha_1) = 1.454 \text{ Hz} .$$

### Розрахунок векторів аналогів кутових прискорень ланок

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{12}(\alpha_1), a_{a12}(\alpha_1))$$

Визначення вектора аналога кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_{a23}(\alpha_1) := \varepsilon_a(P_{23}(\alpha_1), a_{a23}(\alpha_1))$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:

$$\varepsilon_{a12}(\alpha_1) = 0 , \quad \varepsilon_{a23}(\alpha_1) = -1.259 \times 10^{-6} .$$

### Розрахунок векторів дійсних кутових прискорень ланок



Визначення дійсного кутового прискорення ланки L12

$$\varepsilon_1(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a12}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a1}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}$$

Визначення дійсного кутового прискорення ланки L23

$$\varepsilon_2(\alpha_1) := \left( \varepsilon_{a23}(\alpha_1) \cdot \Omega_1^2 \cdot s^2 + \omega_{a2}(\alpha_1) \cdot E_1 \cdot s^2 \right) \cdot \frac{1}{s^2}$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів:  $\varepsilon_1(\alpha_1) = 0 \frac{1}{s^2}$ ,  $\varepsilon_2(\alpha_1) = -0.163 \frac{1}{s^2}$ .

## Розрахунок приведеної маси важільного механізму в системі Mathcad

Приведемо масу до точки А важільного механізму

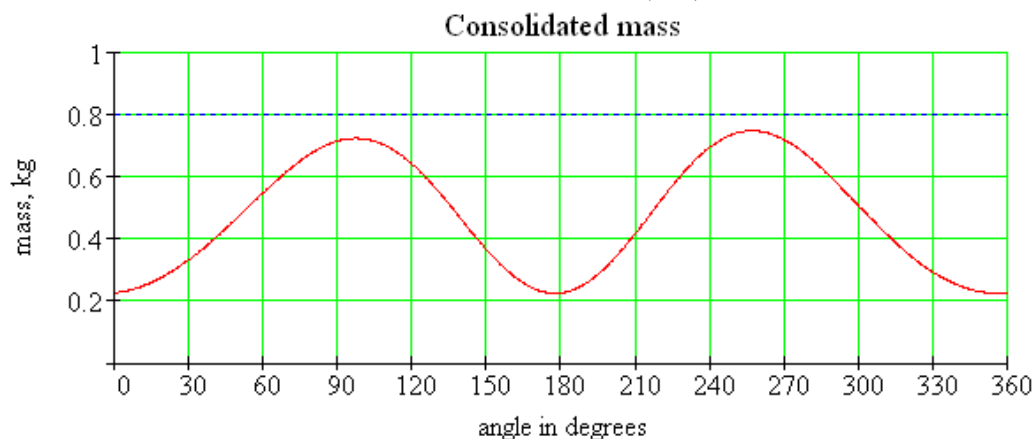
$$m_{\text{пм}}(\alpha_1) := \frac{m_1 \cdot (|V_{aS1}(\alpha_1)|)^2 + m_2 \cdot (|V_{aS2}(\alpha_1)|)^2 + m_3 \cdot (|V_{a3}(\alpha_1)|)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\text{пJ}}(\alpha_1) := \frac{J_1 \cdot \omega_{a1}(\alpha_1)^2 + J_2 \cdot \omega_{a2}(\alpha_1)^2}{(|V_{a12}(\alpha_1)|)^2}$$

$$m_{\text{п}}(\alpha_1) := m_{\text{пм}}(\alpha_1) + m_{\text{пJ}}(\alpha_1)$$

$$m(\phi) := m_1 + m_2 + m_3,$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів  $m_{\text{п}}(\alpha_1) = 0.226 \text{ kg}$



**Рис.28** . Графік залежності приведеної маси важільного механізму в залежності від кута повороту кривошипа.

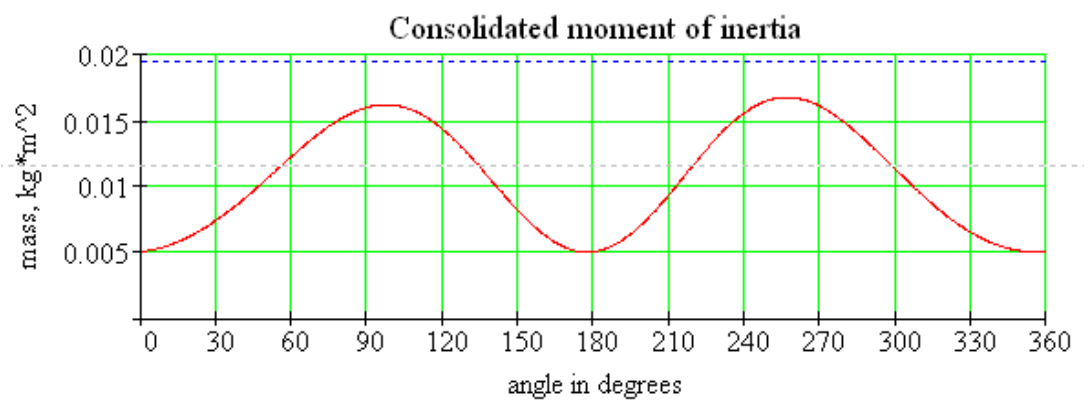
## Розрахунок приведенного моменту інерції важільного механізму

Приведемо момент інерції до точки А важільного механізму

$$J(\phi) := J_1 + J_2,$$

$$J_{\text{п}}(\alpha_1) := m_{\text{п}}(\alpha_1) \cdot L_{12}^2$$

Результати розрахунку при  $\alpha_1$  градусів  $J_{II}(\alpha_1) = 5.081 \times 10^{-3} \text{kgm}^2$



## Варіанти лабораторних робіт

### Лабораторна робота №1

Варіанти	a, мм	L, мм	AB, мм	BC, мм	CD, мм	CE, мм	Dn, мм	n, об/хв
1	1000	500	260	240	1000	1000	150	9
2	1000	700	260	440	800	800	250	7
3	800	600	260	340	900	900	350	6
4	900	700	360	340	800	800	450	7
5	800	700	360	340	800	800	250	8
6	1000	600	260	340	700	700	350	7
7	1000	500	260	240	800	800	350	8
8	1000	600	260	340	800	800	250	9
9	800	600	260	340	800	800	150	6
10	800	500	460	40	1000	1000	250	7
11	700	700	360	340	900	900	250	7
12	800	700	260	440	800	800	350	9
13	900	600	260	340	900	900	150	8
14	800	800	360	440	900	900	250	7
15	800	600	260	340	900	900	150	6
16	700	500	360	140	1000	1000	350	8
17	800	500	360	140	900	900	350	7
18	1000	700	160	540	700	700	350	7
19	800	600	260	340	900	900	350	8
20	800	700	160	540	900	900	150	8
21	900	700	160	540	1000	1000	450	7
22	800	700	460	240	900	900	250	7
23	1000	500	360	140	800	800	450	9
24	1000	700	260	440	900	900	250	9
25	1000	500	260	240	700	700	450	6

### Лабораторна робота №2

<b>Варіанти</b>	a, мм	b, мм	AO <sub>1</sub> , мм	AB, мм	BO <sub>2</sub> , мм	CO <sub>2</sub> , мм	CD, мм	D <sub>n</sub> , мм	n, об/хв
1	600	600	160	890	620	600	1100	350	70
2	600	600	360	890	420	700	1200	350	90
3	600	600	160	890	720	800	900	150	70
4	500	600	160	890	720	800	1100	150	60
5	700	600	260	890	720	700	1000	250	70
6	600	700	260	790	620	900	1000	350	90
7	700	500	260	690	520	600	1000	150	90
8	600	500	260	890	520	700	1000	150	80
9	800	700	160	790	620	800	1100	250	80
10	700	700	460	890	420	800	1000	350	80
11	500	700	160	890	720	700	1200	150	70
12	600	700	360	890	520	700	900	350	80
13	700	700	160	690	720	900	1100	350	80
14	700	500	360	790	520	600	900	250	60
15	600	600	360	790	620	600	1000	250	80
16	500	700	360	890	420	700	1000	350	70
17	800	500	360	690	520	600	1000	150	70
18	500	700	260	790	620	900	900	450	80
19	700	700	260	990	420	900	1000	350	70
20	700	600	260	790	420	800	1100	350	80
21	600	800	260	790	720	800	1000	150	80
22	500	800	260	890	520	900	900	150	70
23	600	700	360	690	520	800	1000	150	70
24	600	600	260	790	620	800	1000	350	70
25	700	700	160	890	620	800	1000	350	90

### Лабораторна робота №3

<b>Варіанти</b>	$Y_B,$ мм	$AO_1,$ мм	$AB,$ мм	$D_n,$ мм	$n,$ об/хв
1	50	150	650	350	80
2	150	450	850	150	70
3	150	450	650	450	80
4	250	350	650	450	70
5	250	250	750	250	60
6	250	150	750	350	60
7	250	350	650	250	70
8	150	150	950	250	80
9	50	250	750	350	80
10	250	250	750	350	70
11	350	350	850	250	70
12	150	450	950	150	80
13	50	350	850	450	70
14	150	250	950	350	60
15	250	150	750	350	60
16	350	150	750	250	60
17	250	350	750	250	90
18	150	350	950	250	60
19	50	350	750	250	70
20	350	250	850	250	80
21	250	250	850	150	80
22	150	350	850	150	70
23	150	250	750	250	70
24	250	350	750	350	80
25	350	350	650	350	70

### Лабораторна робота №4

<b>Варіанти</b>	<b>Y<sub>B</sub>, мм</b>	<b>AO<sub>I</sub>, мм</b>	<b>AB, мм</b>	<b>D<sub>n</sub>, мм</b>	<b>n, об/хв</b>
1	150	350	750	350	90
2	250	250	750	150	70
3	250	450	850	250	80
4	50	350	750	350	80
5	250	150	850	450	70
6	350	250	950	250	80
7	50	450	850	450	70
8	150	450	850	150	90
9	50	350	750	250	90
10	350	450	650	350	70
11	250	250	950	250	70
12	150	350	650	350	70
13	50	450	750	250	70
14	50	350	850	350	60
15	150	350	950	150	90
16	350	350	650	450	90
17	350	350	750	250	90
18	150	150	950	350	70
19	250	150	850	250	70
20	50	250	850	350	60
21	150	250	850	450	70
22	50	350	950	450	80
23	250	150	750	350	60
24	150	250	850	350	60
25	250	350	750	250	70

## **Література**

### **Основна**

1. Теория механизмов и машин /Фролов К.В., Попов С.В., Мусатов А.К. и др.; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987.–496с.
2. Пищиков В. О., Орловський Б. В. Проектування швейних машин. – К.: Поліграф. дім «Формат», 2007. – 320 с.
3. Анурьев В. И. Справочник конструктора-машиностроителя: В 3-х т. Т. 1. – 6-е изд., прераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1982. – 736 с.
4. Кирьянов Д. В. Самоучитель MathCAD 2001. – СПб.:БХВ-Петербург, 2001. – 544 с.
5. Основы конструирования и расчёта типовых машин и аппаратов лёгкой промышленности. Под ред. проф. М. М. Майзеля. – М.: Машгиз, 1963. – 599 с.
6. Кіницький Я.Т. Теорія механізмів і машин. Підручник. –К.: Наукова думка, 2002. –660с.
7. Кіницький Я.Т. Практикум із теорії механізмів і машин: Навчальний посібник. –Львів: Афіша, 2002. –452с.
8. Кореняко О.С. Теорія механізмів і машин / Кореняко О.С. – К: Вища школа,1987. – 206 с.
9. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин / Кожевников С.Н. – М.: Машиностроение, 1973. – 591 с.
10. Теорія механізмів і машин. Механічні передачі: Навч. посібник / Вишенський.–К.: НМКВО, 1992. –356с.
11. Мохнаток А.І. Синтез кулачкових механізмів на ЕОМ: Навч. посібник. – К.: НМК ВО, 1992. – 188с.
12. Синтез планетарних передач на ЕОМ. Навчальний посібник до курсового проектування з дисципліни “Теорія механізмів і машин” / А.І. Мохнаток. – Вінниця: ВДТУ, 1997. – 73с.
13. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988.– 640с.

### **Додаткова**

14. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин / Левитский Н.И. – М.: Наука, 1990. – 592 с.
15. Сборник задач по теории механизмов и машин / И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1973. – 256 с.

### **Інформаційні ресурси**

16. <http://www.twirpx.com/files/mechanics/termech/>
17. <http://msu.edu.ua/library/>
18. [https://www.youtube.com/channel/UCKyrAZFPP5UPhg19RxKi6vg?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCKyrAZFPP5UPhg19RxKi6vg?view_as=subscriber)



# МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: [www.msu.edu.ua](http://www.msu.edu.ua)

E-mail: [info@msu.edu.ua](mailto:info@msu.edu.ua), [pr@mail.msu.edu.ua](mailto:pr@mail.msu.edu.ua)

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>