

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/266144757>

# Електричні вимірювання

Book · January 2008

CITATIONS

0

READS

1,100

3 authors, including:



**D. I. Bletskan**

Uzhhorod National University

**205 PUBLICATIONS** **145 CITATIONS**

[SEE PROFILE](#)



**V. M. Kabatsii**

Mukachevo State University

**84 PUBLICATIONS** **39 CITATIONS**

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Electronic properties of semiconductor crystals [View project](#)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МУКАЧІВСЬКИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ІНСТИТУТ

**Д.І. Блецкан**  
**А.А. Горват**  
**В.М. Кабацій**

# Електричні вимірювання

*За редакцією професора Д. І. Блецкана*

*Затверджено*  
*Міністерством освіти і науки України*  
*як підручник для студентів вищих*  
*навчальних закладів*

Ужгород  
ВАТ “Видавництво “Закарпаття”  
2008

ББК 31.221 (3 221я73)  
Б–68  
УДК 621.317(075.8) + 537

*Затверджено Міністерством освіти і науки України як підручник для  
студентів вищих навчальних закладів  
(Лист № 1.4/18-Г-1239 від 31 травня 2008)*

Рецензенти:

*Шпеник О. Б.*, доктор фізико-математичних наук, професор, академік  
НАН України (Інститут електронної фізики НАН України);

*Бабич В. М.*, доктор фізико-математичних наук, професор (Інститут  
фізики напівпровідників ім. В. Є. Лашкарьова НАН України);

*Попик Ю. В.*, доктор фізико-математичних наук, професор  
(Ужгородський національний університет)

**Блецкан Д.І., Горват А.А., Кабацій В.М.**

**Б 68** Електричні вимірювання: Підручник для студентів вищих  
навчальних закладів / За редакцією професора Д. І. Блецкана.  
– Ужгород.: ВАТ “Видавництво “Закарпаття”, 2008. – 400 с.;  
іл. – 202  
ISBN 966-347-047-X

Підручник складається з двох частин. Перша частина присвячена методам і засобам вимірювання електричних і магнітних величин, викладено відомості про конструкцію, схеми вмикання, застосування та похибки аналогових і цифрових вимірювальних приладів. В другій частині міститься опис 16 лабораторних робіт з розділу «Електрика і магнетизм» курсу загальної фізики. У кожній з них докладно подано основи теорії досліджуваних явищ, описано методику проведення експерименту, указано конкретні завдання, які необхідно виконати, і наведено контрольні питання для самоперевірки. Завдання складені таким чином, щоб викладач міг варіювати їх підбір згідно з індивідуальними здібностями студента.

Для студентів фізичних спеціальностей університетів та інженерно-технічних спеціальностей вузів, а також може бути використаний інженерними працівниками при підготовці лабораторних практикумів.

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	6
<b>ЧАСТИНА 1. ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ І ЕЛЕКТРО- ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ</b> .....	9
<b>1. Загальні відомості про електричні вимірювання</b> .....	9
1.1. Класифікація вимірювань, методів і засобів вимірювань ....	9
1.2. Характеристики засобів вимірювань .....	13
1.3. Основні структурні схеми засобів вимірювань .....	22
1.4. Еталони та міри електричних величин .....	27
1.4.1. Державні первинні еталони .....	27
1.4.2. Міри ЕРС .....	30
1.4.3. Міри електричного опору .....	33
1.4.4. Міри індуктивності та взаємної індуктивності .....	36
1.4.5. Міри ємності .....	37
<b>2. Аналогові перетворювачі та вимірювальні прилади безпосе- редньої оцінки</b> .....	39
2.1. Вимірювальні перетворювачі електричних величин .....	39
2.2. Загальна характеристика аналогових вимірювальних прила- дів прямого перетворення .....	44
2.3. Момент заспокоєння. Час заспокоєння. Заспокоювачі .....	51
2.4. Вимірювальні механізми електромеханічних приладів та їх використання .....	54
2.4.1. Магнітоелектричні вимірювальні механізми .....	54
2.4.2. Електромагнітні вимірювальні механізми .....	61
2.4.3. Електродинамічні та феродинамічні вимірювальні ме- ханізми .....	65
2.4.4. Ватметри електродинамічної та феродинамічної систе- ми .....	68

2.4.5. Індукційні вимірювальні механізми. Лічильники .....	73
2.4.6. Електростатичні вимірювальні механізми .....	77
2.5. Вимірювання магнітних величин.....	80
2.6. Особливості побудови ресструвальних приладів прямого перетворення .....	85
<b>3. Вимірювання електричних величин методами порівняння з мірою .....</b>	<b>87</b>
3.1. Загальні принципи вимірювання електричних величин методом порівняння з мірою і їх класифікація .....	87
3.2. Одинарні містки постійного струму .....	89
3.3. Недоліки одинарних містків. Подвійний місток .....	95
3.4. Особливості містків змінного струму .....	98
3.5. Компенсаційні кола .....	100
<b>4. Цифрові вимірювальні прилади .....</b>	<b>108</b>
4.1. Основні поняття і визначення .....	108
4.2. Методи перетворення аналогових сигналів у код .....	112
4.3. Структура, основні вузли ЦВП та особливості їх характеристик .....	114
4.4. ЦВП для вимірювання інтервалу часу (періоду) та частоти ..	121
4.5. Цифрові вольтметри постійного струму .....	123
4.6. Основні напрямки розвитку ЦВП .....	126
<b>ЧАСТИНА 2. ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ .....</b>	<b>129</b>
<b>Лабораторна робота № 1. Вивчення електростатичного поля ..</b>	<b>129</b>
<b>Лабораторна робота № 2. Градування амперметра і вольтметра .....</b>	<b>143</b>
<b>Лабораторна робота № 3. Вивчення фізичних основ і методик електричних компенсаційних вимірювань .....</b>	<b>153</b>
<b>Лабораторна робота № 4. Вимірювання опору методом амперметра-вольтметра та з допомогою містка постійного струму.</b>	<b>164</b>

<b>Лабораторна робота № 5.</b> Вивчення температурної залежності опору металів .....	179
<b>Лабораторна робота № 6.</b> Вивчення температурної залежності опору напівпровідників .....	190
<b>Лабораторна робота № 7.</b> Дослідження вольт-амперних характеристик та визначення параметрів випрямних діодів .....	216
<b>Лабораторна робота № 8.</b> Дослідження вольт-амперних характеристик та визначення параметрів напівпровідникового тріода..	241
<b>Лабораторна робота № 9.</b> Вивчення температурної залежності поляризації та діелектричної проникності сегнетоелектриків .....	260
<b>Лабораторна робота № 10.</b> Визначення електрохімічного еквівалента речовини, числа Фарадея і заряду електрона .....	285
<b>Лабораторна робота № 11.</b> Дослідження процесів зарядки та розрядки конденсатора .....	301
<b>Лабораторна робота № 12.</b> Визначення індуктивності котушки, ємності конденсатора і перевірка закону Ома для кола змінного струму .....	310
<b>Лабораторна робота № 13.</b> Вимірювання потужності змінного струму та зсуву фаз між струмом і напругою .....	323
<b>Лабораторна робота № 14.</b> Вивчення будови та використання електронного осцилографа .....	334
<b>Лабораторна робота № 15.</b> Дослідження згасаючих коливань у коливальному контурі .....	361
<b>Лабораторна робота № 16.</b> Дослідження петлі гістерезису ферромагнетиків .....	373
<b>Література</b> .....	392
<b>Додатки</b> .....	394

## ВСТУП

На всіх етапах вивчення фізики велике значення має вміння застосовувати теоретичні знання до вирішення практичних завдань, що у вирішальній мірі визначає якість підготовки майбутніх фахівців. Розвитку практичних вмінь найбільше сприяє виконання лабораторних робіт. З іншого боку, мета лабораторного практикуму полягає в тому, щоб надати студенту можливість самостійно відтворити фізичні явища і закони, навчити його користуватись основними вимірювальними засобами, познайомити із важливішими методами вимірювань.

Вимірювання – один із основних способів пізнання природи, її явищ і законів. Саме тому більшість наукових досліджень супроводжуються вимірюваннями, які дозволяють встановити кількісні співвідношення і закономірності того або іншого явища. Д. І. Менделєєв писав: „Наука починається з тих пір, як починають вимірювати; точна наука немислима без міри”.

Кожне нове відкриття в науці, кожна нова закономірність, яка лежить в основі фізичних або хімічних явищ, потребують створення нових засобів вимірювання, що у свою чергу приводить до нових наукових досягнень і відкриттів. Усі фізичні закони, які встановлюють залежність між різними фізичними величинами, були сформульовані завдяки удосконаленню вимірювальної техніки. За допомогою вимірювань здійснюється зв'язок формул теорії з експериментом.

Наукою про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності, способи досягнення необхідної точності є *метрологія*. В метрології відображені два напрямки – науково-технічний і законодавчий. Суттю першого напрямку є створення еталонів, засобів і методів вимірювань, методів оцінки точності вимірювань тощо, другого – створення регламентованих державою загальних правил, вимог і норм, які забезпечують високий рівень вимірювальної справи на строго науковій основі. Встановлення в державному порядку чітко визначених норм якості, форм і розмірів виробів, обов'язкових для різних виробників, називається *стандартизацією*. Стандарти встановлюють певні вимоги до матеріалів, виробів, технологічних процесів, технічної й технологічної документації, методів випробувань тощо. Метрологія і стандартизація тісно пов'язані між собою: з одного боку, стандарти використовують при вимірюваннях, з іншого – вимірювання забезпечують виконання стандартів.

Із усіх видів вимірювань електричні вимірювання мають особливе значення, оскільки електричні і магнітні величини, як правило, безпосередньо не сприймаються органами почуттів людини. Тому виявлення електричних і магнітних величин, їх кількісне визначення, а також вивчення електричних і магнітних явищ можливе лише за допомогою засобів вимірювання електричних і магнітних величин.

Електровимірювальна техніка, як одна із галузей вимірювальної техніки, відіграє особливу роль, бо дає можливість здійснювати вимірювання практично будь-яких фізичних величин у широкому діапазоні їх значень із використанням вимірювальних перетворювачів неелектричних величин в електричні. Електровимірювальна техніка дозволяє вимірювати постійні й змінні у часі фізичні величини; вимірювання може проводитись на дуже великій відстані, коли об'єкт вимірювання віддалений від засобу опрацювання результатів вимірювань на десятки мільйонів кілометрів (наприклад, вимірювання на поверхні небесних тіл). Тому електровимірювальна техніка є важливим фактором прискорення прогресу в усіх галузях науки та виробництва.

Говорячи про роль і значення вимірювальної техніки у науковому і технічному прогресі, необхідно пам'ятати, що для успішного виконання цих задач необхідна єдність вимірювань, які забезпечують необхідну точність і співставлення результатів вимірювань. Єдністю вимірювань називається такий стан вимірювань, при якому їх результати виражені в узаконених одиницях, а похибки відомі із заданою ймовірністю. Єдність вимірювань досягається єдністю еталонів і мір; методів випробувань, перевірок і ревізій; метрологічних характеристик засобів вимірювання; методик вимірювальних процесів; форм представлення результатів вимірювань.

Для того, щоб проводити електричні вимірювання, потрібно знати конструктивні особливості та властивості вимірювальних приладів, уміти вибирати цілеспрямований метод вимірювань і підбирати відповідну вимірювальну апаратуру.

Важливим напрямком електровимірювальної техніки є створення цифрових вимірювальних приладів. Вимірювану інформацію можна представити у неперервній або дискретній формі у вигляді неперервних або дискретних сигналів. Дискретна форма представлення вимірюваної інформації зручна для обробки та передавання інформації і має високу заводо захищеність, завдяки цьому цифрові вимірювальні прилади, які представляють вимірювану інформацію в дискретній формі, набули широкого використання.

Ці питання є предметом розгляду у першій частині цього навчального посібника. Друга частина посібника присвячена опису 17 лабораторних робіт розділу "Електрика і магнетизм" курсу загальної фізики.

Лабораторні роботи виконуються паралельно з читанням лекцій згідно з програмою курсу. Отже, виконання лабораторних робіт зазвичай випереджає тематику лекційного матеріалу. Тому описи лабораторних робіт містять детальний виклад теоретичних відомостей досліджуваного фізичного явища. Це полегшує студенту підготовку до лабораторного заняття, однак не виключає вивчення іншої навча-



льної та спеціальної літератури, яка забезпечує більш повне розуміння досліджуваних фізичних явищ і законів.

Активне експериментування передбачає розуміння процесів і явищ, а також методичних прийомів досягнення позитивних результатів дослідження. Цього можна досягти старанною попередньою теоретичною підготовкою до лабораторної роботи, ознайомленням з приладами які використовуються в роботі, а також належною організацією занять у лабораторії.

Більшість лабораторних робіт побудовано у методичному відношенні таким чином, щоб студент виконав невелике самостійне дослідження. При цьому він повинен самостійно вибрати режим роботи приладів та реєстрації результатів вимірювань, діапазон зміни вимірювальних величин, опрацювати і представити результати досліджень, проаналізувати їх похибки та достовірність, зробити відповідні висновки.

## Частина 1

# ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ І ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ

## 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ

### 1.1. КЛАСИФІКАЦІЯ ВИМІРЮВАНЬ, МЕТОДІВ І ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

Вивчення фізичних явищ та їх закономірностей, а також використання цих закономірностей в практичній діяльності людини, тісно пов'язане з вимірюванням фізичних величин.

*Фізична величина* – це властивість, в якісному відношенні загальна для багатьох фізичних об'єктів (фізичних систем, їхніх станів і процесів, що в них відбуваються), але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного об'єкта. Якісна сторона визначає "вид" величини (наприклад, електричний опір), а кількісна – її "розмір" (наприклад, опір конкретного резистора). Фізичними величинами є також довжина, температура, сила струму, напруженість електричного поля, період коливань і т.д.

Конкретні реалізації однієї й тієї ж самої величини називають *однорідними* величинами. Наприклад, відстань між дзеркалом гальванометра та шкалою і висота телевежі – це конкретні реалізації однієї фізичної величини – довжини, і через це вони є однорідними фізичними величинами. Однорідні фізичні величини відрізняються одна від одної розміром.

*Розмір фізичної величини* – це кількісний вміст у даному об'єкті властивості, яка відповідає поняттю "фізична величина". Розміри однорідних фізичних величин різних об'єктів порівнюють між собою, якщо відомі значення цих величин.

*Значенням фізичної величини* називається оцінка фізичної величини за допомогою певного числа прийнятих для неї одиниць.

*Одиниця фізичної величини* – це фізична величина, якій за означенням надано числове значення, що дорівнює 1.

Абстрактне число, яке виражає відношення значення величини до відповідної одиниці цієї фізичної величини, називається *числовим значенням величини*. Потрібно розрізняти істинне та дійсне значення фізичної величини.

*Істинне значення фізичної величини* – це таке значення величини, яке ідеальним чином відобразило б в якісному та кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта.

*Дійсне значення фізичної величини* – це таке значення величини, яке знайдене експериментально і настільки наближається до істинного значення, що для даної мети може бути використане замість нього.

*Знаходження значень фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів називають вимірюванням.* *Вимірювання* – це фізичний експеримент порівняння даної фізичної величини з деяким її значенням, прийнятим за одиницю порівняння.

Розмір одиниці величини може бути довільним. Проте, вимірювання повинні виконуватись у загальноприйнятих одиницях і, насамперед, у міжнародній системі одиниць СІ, до якої як основна одиниця входить ампер (А) – одиниця сили струму.

Одиниця фізичної величини повинна бути матеріалізована, тобто відтворена, причому таким чином, щоб її розмір був постійним у часі і не залежав від зовнішніх дій. Наявність точно відтворюваних одиниць фізичних величин дозволяє забезпечити єдність вимірювань, виконаних у різних місцях, у різний час і різними засобами.

Вимірювання, як експериментальні процедури визначення фізичних величин, досить різноманітні, що пояснюється великою кількістю вимірюваних величин, різним характером їх зміни з часом, різними вимогами до точності вимірювання тощо.

Вимірювання в залежності від способу обробки експериментальних даних для знаходження результату поділяють на *прямі, посередні, сукупні та сумісні*.

*Пряме вимірювання* – вимірювання, при якому шукане значення фізичної величини знаходять безпосередньо з дослідних даних. Приклад прямого вимірювання – вимірювання вольтметром спаду напруги на резисторі.

*Посереднє вимірювання* – вимірювання, при якому шукане значення фізичної величини знаходять на основі відомої залежності між цією величиною і величинами, які піддаються прямим вимірюванням. При посередньому вимірюванні значення вимірюваної величини одержують шляхом розв'язання рівняння:

$$X = F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n),$$

де  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  – значення величин, одержаних за допомогою прямих вимірювань.

Приклад посереднього вимірювання: знаходження об'єму тіла за його геометричними розмірами; визначення опору резистора  $R$  із рівняння  $R = U/I$ , в яке підставляють виміряні значення спаду напруги  $U$  на резисторі та сили струму  $I$ , який через нього протікає.

*Сукупні вимірювання* – одночасні вимірювання кількох однойменних величин, за якими шукані значення величин знаходять розв'язуванням системи рівнянь, здобутих при прямим вимірюваннях різних сполучень цих величин або при зміні умов вимірювань.

Приклад сукупного вимірювання: вимірювання опорів резисторів, з'єднаних трикутником, шляхом вимірювань опорів між різними вершинами трикутника; за результатами трьох вимірювань визначають опори резисторів.

*Сумісні вимірювання* – одночасне вимірювання двох або кількох неоднойменних величин для знаходження залежності між ними (наприклад, температурний коефіцієнт опору резистора визначають за даними прямих вимірювань його опору при різних температурах).

Усі вимірювання фізичних величин здійснюють за допомогою засобів вимірювання. *Засіб вимірювання* – це технічний пристрій, який використовується при вимірюваннях і має нормовані метрологічні властивості. Розрізняють такі види засобів електричних вимірювань:

- міри та еталони;
- вимірювальні перетворювачі;
- вимірювальні прилади;
- вимірювальні установки;
- вимірювальні системи.

*Еталоном* одиниці фізичної величини називають засіб вимірювання (або комплекс засобів вимірювання), який забезпечує відтворення і (або) зберігання одиниці з метою передавання її розміру нижчим за перевіркою схемою засобам вимірювання.

*Взірцевими засобами вимірювання* називаються міра, вимірювальний прилад або вимірювальний перетворювач, які призначені для перевірки за ними інших засобів і утверджені як взірцеві. Взірцеві засоби вимірювання можуть бути також безпосередньо використані для точних вимірювань.

*Мірою* називається засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру. Розрізняють однозначну міру, багатозначну міру і набір мір. Однозначна міра відтворює фізичну величину одного розміру. Багатозначна міра відтворює ряд значень однойменних фізичних величин різного розміру. *Набір мір* – це підібраний комплект мір для відтворення ряду значень однойменних величин різного розміру, причому міри можуть використовуватись як окремо, так і в різних комбінаціях. Прикладом набору мір є шальки терезів, магазин опорів, ємностей тощо. *Магазин мір* – це набір мір, конструктивно об'єднаних в одне ціле.

*Електровимірювальним приладом* називається засіб вимірювання, який служить для вироблення сигналу вимірюваної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприймання спостерігачем. Електровимірювальні прилади класифікуються за різними ознаками. Прилади, покази яких є неперервними функціями змін вимірюваних величин, називаються *аналоговими* приладами. Електровимірювальні прилади, які автоматично виробляють дискретні сигнали вимірюваної інформації і покази яких подані в цифровій формі, називаються *цифровими* приладами.

Електровимірювальні прилади поділяються на *показуючі*, які допускають тільки зчитування показів оператором, та *реєструючі*, в яких передбачена реєстрація і зберігання інформації. Реєструючі прилади поділяються на *самописні* – з записом показів у формі діаграми, на якій може бути відтворена неперервна функція вимірюваної величини, і *незчитуючі*, в яких передбачено друк показів у цифровій формі. У приладах з вмонтованими міні-ЕОМ можлива реєстрація і зберігання інформації в оперативній пам'яті міні-ЕОМ, або, наприклад, на магнітних носіях інформації.

Для одержання результату вимірювань фізичної величини в прийнятих одиницях у процесі вимірювань обов'язково повинна брати участь міра. Електровимірювальний *прилад прямої дії* може бути попередньо проградуєований в одиницях вимірюваної величини, тобто міра попередньо використовується в процесі виготовлення приладу. Існують прилади, які призначені для безпосереднього порівняння вимірюваної величини з величиною, значення якої відоме. Такі електровимірювальні прилади називаються *приладами порівняння*.

За характером використання прилади поділяються на стаціонарні (щитові), корпуси яких пристосовані для жорсткого кріплення на місці встановлення, та переносні. В залежності від ступеня захищеності прилади бувають звичайними, пило-, водозахисними, герметичними тощо.

*Вимірювальними перетворювачами* називають засоби електричних вимірювань, призначені для вироблення сигналів вимірюваної інформації у формі, зручній для передачі, подальшого перетворення, обробки і (або) зберігання, але які не піддаються безпосередньому сприйняттю спостерігачем. Залежність між вимірюваною величиною і вихідним сигналом вимірювального перетворювача називається *функцією перетворення*. В залежності від призначення вимірювальні перетворювачі поділяються на масштабні, які змінюють вхідну величину у задане число разів, і перетворювачі роду величини. До масштабних відносяться шунти, подільники напруги, вимірювальні трансформатори, електронні підсилювачі.

Слід відмітити різноманітну групу аналогово-цифрових перетворювачів (АЦП), які перетворюють вимірювані електричні величини у код і які широко використовуються у цифрових вимірювальних приладах.

Перетворювачі роду величин, наприклад, неелектричних в електричні, складають різноманітну групу пристроїв, які використовують у різних галузях вимірювальної техніки, наприклад, при вимірюваннях температури, тиску і т.д. Деякі види вимірювальних перетворювачів інколи називають датчиками, під якими розуміють конструктивну сукупність одного або кількох вимірювальних перетворювачів і супутніх їм конструктивних елементів, розташованих безпосередньо

на об'єкті вимірювання і віддалених від місця відображення, реєстрації або опрацювання вимірюваної інформації.

Прикладом перетворювачів електричної величини у неелектричну можуть бути вимірювальні механізми електромеханічних приладів.

*Електровимірювальною установкою* називають сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювання (мір, вимірювальних приладів і перетворювачів) та допоміжних пристроїв, призначених для вироблення сигналів вимірюваної інформації у формі, зручній для безпосереднього сприймання спостерігачем або її автоматичної реєстрації.

*Інформаційно-вимірювальна система* – це сукупність функціонально об'єднаних вимірювальних, обчислювальних та інших допоміжних технічних засобів, об'єднаних каналами зв'язку і призначених для отримання вимірюваної інформації, її перетворення, опрацювання з метою подання споживачу (в тому числі в автоматизованій системі управління (АСУ)) у необхідному вигляді або автоматичного здійснення логічних функцій контролю, діагностування, ідентифікації.

## 1.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

*Основними загальними характеристиками засобів вимірювань є діапазон вимірювань, їх похибки, варіації показів, чутливість до вхідної величини, споживана потужність, швидкодія, час встановлення показів і надійність.* Усі вказані характеристики, крім надійності, чинять вплив на результати вимірювань.

*Діапазон вимірювання* – проміжок значень між верхньою і нижньою межами вимірювання. Верхньою і нижньою границями вимірювань приладу називається відповідно найбільше та найменше значення величин, які можуть бути виміряні з нормованою похибкою. Від діапазону вимірювань слід відрізнити діапазон показів – проміжок значень вхідної величини, обмеженої кінцевим і початковим значенням шкали приладу.

Процедура вимірювань складається з таких основних етапів: прийняття моделі об'єкта вимірювання, вибору методу вимірювань, вибору засобів вимірювань, проведення експерименту з метою отримання числового значення результату вимірювання. Різного роду недоліки, властиві цим етапам, приводять до того, що результат вимірювання відрізняється від істинного значення вимірюваної величини.

Похибка є однією з основних характеристик вимірювань. Під *похибкою вимірювання розуміють відхилення результату вимірювання від істинного значення вхідної величини.* Причини виникнення похибки можуть бути різними. Вимірювальні перетворення здійснюються з використанням різних фізичних явищ, на основі яких можна встановити співвідношення між вимірюваною величиною об'єкта дослідження і вихідним сигналом засобу вимірювань, з допомогою якого

оцінюється результат вимірювання. Точно встановити це співвідношення ніколи не вдається внаслідок недостатньої вивченості об'єкта дослідження і неадекватності його прийнятої моделі, неможливості точного врахування впливу зовнішніх факторів, недостатньої розробленості теорії фізичних явищ, які покладено в основу вимірювання, використання простих і наближених аналітичних залежностей замість більш точних, але складних і т.д. В результаті вибрана залежність між вимірюваною величиною і вхідним сигналом засобу вимірювання завжди відрізняється від реальної, що приводить до похибки, яку називають *методичною похибкою вимірювання*.

Розглянемо приклад, який ілюструє методичну похибку. Нехай об'єктом дослідження є джерело змінної напруги, амплітудне значення якого  $U_{max}$  потрібно виміряти. На підставі попереднього вивчення об'єкта дослідження як модель вибрано генератор напруги синусоїдальної форми. Використовуючи вольтметр, призначений для вимірювань діючих значень змінних напруг, і знаючи співвідношення між діючим і амплітудним значенням синусоїдальної напруги, одержимо результат вимірювання у вигляді  $U_{max} = \sqrt{2} U_V$ , де  $U_V$  – покази вольтметра. Більш ретельне вивчення об'єкта могло б виявити, що форма вимірюваної напруги відрізняється від синусоїдальної і більш правильне співвідношення між значенням вимірюваної величини і показом вольтметра  $U_{max} = kU_V$ , де  $k \neq \sqrt{2}$ . Таким чином, недосконалість вибраної моделі об'єкта дослідження (синусоїдальність змінної напруги) приводить до методичної похибки вимірювання:

$$\Delta U = \sqrt{2} U_V - k U_V.$$

Цю похибку можна зменшити або розрахувавши значення  $k$  на основі аналізу форми кривої вимірюваної напруги, або замінивши засіб вимірювання, взявши вольтметр, придатний для вимірювання амплітудних значень змінних напруг.

У похибку вимірювання входить похибка засобів вимірювань, які використовуються в експерименті. Допустимі значення основної похибки засобів вимірювання вказують в нормативно-технічній документації на ці засоби і можуть бути також вказані на самих засобах. В процесі експерименту у використовуваних засобах вимірювань можуть виникнути додаткові похибки внаслідок впливу зовнішніх факторів (наприклад, температури оточуючого середовища, зовнішнього магнітного поля, неправильного встановлення приладу – вертикального або похилого розташування приладу, який повинен бути встановлений горизонтально тощо).

Слід також мати на увазі, що вмикання засобу вимірювання в коло, де проводиться вимірювання, може змінити режим кола за рахунок взаємодії засобу вимірювань з колом (з об'єктом вимірювання). Вказані похибки, зумовлені недосконалістю властивостей засобів, які

використовуються для вимірювань, утворюють *інструментальний* складник похибки вимірювань.

У процесі вимірювання часто бере участь експериментатор. Він може внести суб'єктивну похибку, яка є наслідком індивідуальних властивостей людини і зумовлена фізіологічними особливостями її організму, швидкістю реакції або закоренілими неправильними навичками. Наприклад, якщо кільком експериментаторам доручити встановити одне й те ж значення струму в колі за допомогою аналогового амперметра, то попри всю старанність одержані значення струму будуть відрізнятися одне від одного.

При проведенні експерименту може виникнути необхідність в опрацюванні проміжних результатів вимірювань. З цією метою зручно використати засоби обчислювальної техніки (мікрокалькулятори, ПЕОМ). Вони можуть внести свій складник похибки, зумовлений неточністю виконання обчислювальних операцій.

Таким чином, *похибка вимірювання утворюється з методичної похибки, інструментальної похибки, похибки обчислень і похибки, яку привносить оператор*. В основу наведеної класифікації похибок покладено причини виникнення похибок.

В залежності від режиму (*статичного* або *динамічного*) роботи засобу вимірювань, який використовується, розрізняють похибки в статичному режимі (статичні похибки) і похибки в динамічному режимі. У статичному режимі вимірювана величина і вихідний сигнал (наприклад, відхилення покажчика), за допомогою якого оцінюють результат вимірювання, не змінюється в часі. У динамічному режимі вихідний сигнал змінюється з часом. Особливістю динамічного режиму є те, що, крім перерахованих вище похибок, характерних для статичного режиму, тут виникає похибка, зумовлена інерційними властивостями засобів вимірювань. Інерція (теплова, механічна, електрична) засобів вимірювань призводить до того, що вихідний сигнал не зможе встигати правильно реагувати на швидкі зміни вхідної вимірюваної величини, спотворюючи таким чином уявлення про характер цих змін. *Похибка, зумовлена інерційними властивостями, називається динамічною похибкою* і її визначають як різницю між похибкою в динамічному режимі і статичною похибкою, яка відповідає значенню вимірюваної величини в даний момент часу.

За характером зміни похибки вимірювань поділяють на *систематичні, випадкові та промахи*.

1. *Систематичні похибки* зумовлені дією незмінних за величиною і напрямком факторів. Вони сталі за розміром або змінюються за певними законами і зумовлені:

а) похибками засобів вимірювання, які визначаються їхньою конструкцією та якістю виготовлення (наприклад, неточно програду-йована шкала, неправильно встановлено нульовий відлік вимірювального приладу тощо), значною складністю вимірювань;



б) похибкою вибраного методу вимірювання, в якому не враховано деякі фактори, що впливають на результат вимірювання.

Систематичні похибки виявляють шляхом використання для вимірювання фізичної величини кількох взаємно незалежних методів, які ґрунтуються на різних фізичних явищах, а також шляхом перевірки приладу за зразковим приладом більш високої точності і т.д. Систематичні похибки можна зменшити удосконаленням методів вимірювання, уточненням теорії відповідного фізичного явища, удосконаленням вимірювальних приладів, якщо своєчасно перевіряти їх і вносити відповідні поправки або при відомих закономірностях їхньої зміни усувати з результатів вимірювання систематичні похибки на основі методів автоматичної корекції.

*Правильність вимірювання* – це якість вимірювань, яка відображає близькість до нуля систематичної похибки в їхніх результатах. Малі значення систематичної похибки є свідченням правильності вимірювань.

2. *Випадкові похибки* – похибки, які змінюються випадково (без будь-якої очевидної закономірності) при повторних вимірюваннях тієї самої величини. Вони проявляються нерегулярно і з нерегулярною інтенсивністю. Випадкові похибки виникають внаслідок одночасної дії багатьох невідомих, залежних та незалежних причин. Зокрема вони можуть бути зумовлені як об'єктивними, так і суб'єктивними причинами:

а) дією навколишнього середовища (наприклад, освітленням приладів, зміною температури в процесі вимірювання, змінами напруги в електричній мережі, повітряними течіями та ін.);

б) недосконалістю наших органів чуття, головним чином недостатніми гостротою та якістю зору і слуху (йдеться про фізіологічні характеристики органів чуття), реакцією на спостереження, психологічним настроєм при вимірюванні тощо.

Випадкові похибки не є сталими за абсолютним значенням та за знаком і через це їх не можна усунути введенням спеціальних сталих поправок. Випадкові похибки вимірювання підлягають статистичним закономірностям і тому їхнє значення можна оцінити.

*Збіг вимірювань* – це якість, що відображає близькість один до одного результатів вимірювань, які виконуються в однакових умовах. Малі значення випадкових похибок є свідченням високого збігу результатів повторних вимірювань.

3. *Промахи* (грубі похибки вимірювань) – це похибки вимірювань, які істотно перевищують похибку, очікувану за даних умов. Вони зумовлені неуважністю експериментатора, який неправильно зробив відлік або неправильно його записав, а також неправильним поводженням із засобами вимірювання (неправильним вмиканням вимірювальних приладів) і т.п. При загальній оцінці результатів вимірювання такі помилкові результати слід відкинути та провести вимірю-

вання вдруге (в інших умовах або повторити через певний проміжок часу); йдеться про контрольне вимірювання.

У процесі вимірювання названі види похибок проявляються одночасно, і загальна похибка є складною функцією її складових частин.

В залежності від умов виникнення похибок розрізняють: *основну похибку* – похибку засобів вимірювань при заданих нормальних умовах, і *додаткову похибку*, яка викликана відхиленням однієї або більше величин від нормального значення або їх виходом за межі проміжку нормальних значень.

За способом вираження похибок засобів вимірювань (мір, вимірювальних приладів) вони поділяються на *абсолютні, приведені та відносні*.

*Абсолютною похибкою*  $\Delta X$  називається різниця між його показом  $X$  та істинним значенням вимірюваної величини  $X_i$ :

$$\Delta X = X - X_i. \quad (1.1)$$

Абсолютна похибка, взята з оберненим знаком, називається поправкою і обидві вони виражаються в одиницях вхідної вимірюваної величини.

*Відносна похибка*  $\delta$  дорівнює відношенню абсолютної похибки  $\Delta X$  до істинного значення вимірюваної величини  $X_i$ . Часто відносна похибка виражається у процентах. На практиці істинне значення фізичної величини  $X_i$  (оскільки воно залишається невідомим) замінюється дійсним значенням вимірюваної величини  $X_d$ . Тому

$$\Delta X = X - X_d, \quad \delta = \frac{\Delta X}{X_d} \cdot 100\%. \quad (1.2)$$

При однаковій абсолютній похибці в різних місцях шкали приладу відносна похибка різна. Вона буде меншою тоді, коли вимірювана величина більша. Отже, для зменшення відносної похибки підбирають прилад (або діапазон у випадку багатомезних приладів), щоб відліки знімали в кінці його шкали.

*Приведена похибка*  $\gamma$  дорівнює відношенню абсолютної похибки  $\Delta X$  до нормуючого значення  $X_N$  і виражається в процентах:

$$\gamma = \frac{\Delta X}{X_N} \cdot 100\%. \quad (1.3)$$

Приведена похибка характеризує точність приладу. Знаючи приведену похибку  $\gamma$ , можна визначити абсолютну похибку вимірюваної величини  $X$

$$\Delta X = \frac{\gamma \cdot X_N}{100\%}. \quad (1.4)$$

Відносна похибка

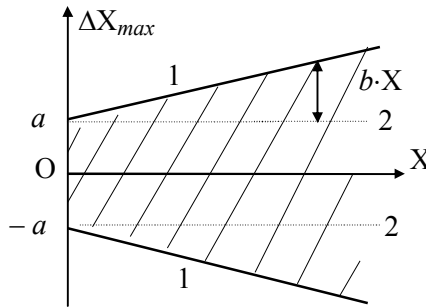
$$\delta = \pm \frac{\Delta X}{X} 100\% = \frac{\gamma \cdot X_N}{X}. \quad (1.5)$$

Нормоване значення приймається рівним:

1. Для засобів вимірювань з рівномірною, практично рівномірною або степеневою шкалою, якщо нульова позначка знаходиться на краю або поза шкалою, – кінцевому значенню діапазону вимірювань; якщо нульова позначка знаходиться всередині діапазону вимірювань, – арифметичній сумі кінцевих значень діапазону вимірювань.

2. Для засобів вимірювань із встановленим номінальним значенням – цьому номінальному значенню. Наприклад, для частотомірів з діапазоном вимірювання 45–55 Гц і номінальною частотою 50 Гц –  $X_N = 50$  Гц.

3. Для вимірювальних приладів з нерівномірною шкалою нормоване значення встановлюється рівним усій довжині шкали або її частині, яка відповідає діапазону вимірювань. У цьому випадку абсолютну похибку виражають, як і довжину шкали, в одиницях довжини.



**Рис.1.1.** Залежність абсолютної похибки приладу від вимірюваної величини.

Залежність абсолютної похибки  $\Delta X$  від вхідної величини  $X$  може бути подана певною смугою невизначеності, зумовленою випадковою похибкою і зміною характеристик засобів вимірювання під дією вхідних величин, тому абсолютна похибка обмежена двома граничними значеннями  $\Delta X_{max}$  (рис. 1.1), які можуть бути як додатніми, так і від’ємними, але однаковими за модулем.

Залежність їх від вимірюваної величини  $X$  характеризується прямими 1 на рис. 1.1, які описуються рівнянням

$$|\Delta X_{max}| = |a| + |b \cdot X|, \quad (1.6)$$

де  $a$  називають граничним значенням *адитивної похибки*,  $b \cdot X$  – граничним значенням *мультиплікативної похибки*.

Аддитивні похибки не залежать від значення вимірюваної величини  $X$ , а мультиплікативні – прямо пропорційні значенню  $X$ .

Джерела адитивної похибки: тертя в опорах, неточність у відліку, дрейф, наводки та інші фактори.

Джерела мультиплікативної похибки: дія вхідних величин на параметри елементів і вузлів засобів вимірювань, наприклад, залежність коефіцієнта жорсткості пружини приладу від прикладеної сили.

Граничне значення відносної похибки засобів вимірювання  $\delta_{max}$ , виражене у процентах, зв'язане з граничним значенням абсолютної похибки  $\Delta X_{max}$  залежністю:

$$|\delta_{max}| = \frac{|\Delta X_{max}|}{X} \cdot 100\% = \left( \frac{|a|}{X} + |b| \right) 100\% \quad (1.7)$$

Засобам вимірювань присвоюються певні класи точності. *Класом точності* засобів вимірювання називається узагальнена його характеристика, яка визначається межами допустимих значень основної та додаткової похибок і похибками, викликаними зміною значень вхідних величин. Клас точності визначає приведену похибку в процентах.

Межі допустимих змін показів від впливу зовнішніх факторів для будь-якого приладу встановлюються в залежності від класу його точності згідно із стандартами на окремі види приладів. Клас точності може виражатися буквою, цілим або дробовим числом.

У приладів, адитивна складова похибки яких переважає над мультиплікативною, усі значення похибок виявляються в межах прямих 2, паралельних осі  $OX$  (рис. 1.1). В результаті абсолютна і приведена похибки приладу виявляються сталими у будь-якій точці його шкали. У таких приладів клас точності виражається одним числом, вибраним із ряду  $1 \cdot 10^n$ ;  $1,5 \cdot 10^n$ ;  $2 \cdot 10^n$ ;  $2,5 \cdot 10^n$ ;  $4 \cdot 10^n$ ;  $5 \cdot 10^n$ ;  $6 \cdot 10^n$ , де  $n = 1, 0, -1, -2$  і т.д. У приладів, клас точності яких виражається одним числом, основна приведена похибка приладу в робочому діапазоні шкали, виражена в процентах, не повинна перевищувати значення відповідного класу точності. До таких приладів відноситься більшість аналогових показуючих приладів.

Клас точності засобів вимірювання, у яких адитивна і мультиплікативна складові основної похибки співрозмірні, позначається двома числами, розділеними косою рисою, наприклад, клас точності  $0,1/0,05$ . Граничні значення основної відносної похибки засобів вимірювання, виражені в процентах, у цьому випадку можуть бути визначені шляхом обчислень за формулою:

$$\delta_{max} = \pm \left[ c + d \left( \left| \frac{X_N}{X} \right| - 1 \right) \right], \quad (1.8)$$

де  $X_N$  – кінцеве значення діапазону вимірювань;  $c$  і  $d$  – додатні числа, розділені косою рисою і виражають клас точності засобу вимірювання, причому:

$$c = b + d; d = \frac{a}{|X_N|}; \frac{c}{d} > 1. \quad (1.9)$$

Межі допустимої додаткової похибки можна виражати у формі, відмінній від форми вираження граничнодопустимої основної похибки. Як правило, межі допустимої додаткової похибки встановлюють у вигляді частки або кратного значення границі допустимої основної похибки. Позначення класів точності в технічній документації і на засобах вимірювання дещо відрізняються. Приклади позначень класів точності засобів вимірювань наведені в табл. 1.1.

Засобам вимірювань кількома діапазонами вимірювань допускається присвоювати кілька класів точності. Наприклад, амперметру з трьома діапазонами вимірювання струму 0–10, 0–20 і 0–50 А можуть бути присвоєні різні класи точності для окремих діапазонів.

Засобам вимірювання, призначеним для вимірювання кількох фізичних величин, допускається присвоювати різні класи точності для кожної вимірюваної величини. Наприклад, приладу, який призначений для вимірювання електричної напруги і струму, може бути присвоєно два класи точності: один – як вольтметру, другий – як амперметру.

*Варіація показів приладу* – це найбільша різниця показів приладу при одному і тому ж значенні вимірюваної величини і незмінних зовнішніх умовах.

*Чутливістю електровимірювального приладу* і вимірювального перетворювача називається похідна від його вихідної величини по вхідній. Чутливістю  $S$  аналогового електровимірювального приладу до вимірюваної величини  $X$  називається похідна від переміщення  $l$  покажчика по вимірюваній величині  $X$ :

$$S = dl/dX = f(X). \quad (1.10)$$

Виразом (1.10) визначається чутливість приладу у певній точці шкали, тобто у загальному випадку вона є функцією  $X$ . У приладів із сталою чутливістю переміщення покажчика пропорційно вимірюваній величині, тобто шкала приладу рівномірна.

Чутливість приладу має розмірність, яка залежить від характеру вимірюваної величини, тому, користуючись терміном "чутливість", кажуть: "чутливість приладу до струму", "чутливість приладу до напруги" і т.д. Наприклад, чутливість вольтметра до напруги рівна 10 под./В.

Величина, обернена чутливості,  $C = 1/S$  називається *ціною поділки* (сталою) приладу. Вона рівна числу одиниць вимірюваної величини, які припадають на одну поділку шкали. Наприклад, якщо  $S = 10$  под./В, то  $C = 0,1$  В/под.

*Поріг чутливості* – зміна вимірюваної величини, що викликає найменшу зміну показів, яку виявляє спостерігач при нормальному для даного приладу способі відліку.

*Споживана потужність* – потужність, яку споживає електровимірювальний прилад при вмиканні його в електричне коло, в якому здійснюється вимірювання.

**Табл. 1.1.** Приклади позначень класів точності і формули для визначення границь допустимих похибок.

Позначення класу точності		Формула для визначення допустимих похибок	Приклад границь допустимої похибки	Примітка
В документації	На засобах вимірювань			
Клас точності <i>M</i>	M	$\Delta X = \pm a$	$\pm a$	–
Клас точності <i>c</i>	c	$\Delta X = \pm a + b \cdot X$	$\pm (a + b \cdot X)$	–
Клас точності 0,5	0,5	$\Delta X = \frac{\gamma \cdot X_N}{100\%}$	$\gamma = 0,5 \%$	Якщо X виражається в одиницях величини
Клас точності 1,5	1,5	$\Delta X = \frac{\gamma \cdot X_N}{100\%}$	$\gamma = 1,5 \%$	Якщо X визначається довжиною шкали
Клас точності 0,02/0,01	0,02/0,01	$\Delta X = \frac{\delta \cdot X_N}{100\%}$ $\delta = \pm [c + d(\frac{X_N}{X} - 1)]$	$\delta = \pm 0,02 + 0,01(\frac{X_N}{X} - 1)$	–

*Швидкодія* – число вимірювань (перетворень), які виконуються в одиницю часу. Ця характеристика особливо важлива для цифрових приладів і перетворювачів, а також для самописців і вимірювальних систем, коли одним приладом з допомогою комутуючого пристрою необхідно виміряти кілька величин, які повільно змінюються.

*Час установлення показів* (час заспокоєння) – це проміжок часу, який проходить від моменту зміни вимірюваної величини до моменту, коли показчик займе положення, яке відповідає новому значенню вимірюваної величини. Проте, якщо врахувати, що усім приладам властива деяка похибка, час, який займає переміщення показчика в межах допустимої похибки приладу, не представляє інтересу. Під ча-

сом встановлення показів електровимірювального приладу розуміють інтервал часу, який пройшов з моменту вмикання або зміни вимірюваної величини до моменту, коли відхилення показчика від встановленого значення не перевищує похибки вимірювань. Час за спокоєння для більшості типів показуючих приладів не перевищує 4 с.

*Надійність засобів вимірювань* – їх здатність зберігати задані характеристики при певних умовах роботи протягом заданого часу. Кількісною мірою надійності є імовірність безвідмовної роботи засобів вимірювань у заданих проміжках часу і умовах роботи. До показників надійності належить також середній час безвідмовної роботи засобів вимірювань, який визначається як середньоарифметичний час справної роботи.

*Гарантійним терміном* називають період часу, протягом якого завод-виготовлювач гарантує справну роботу виробу при дотриманні правил експлуатації приладу.

### 1.3. ОСНОВНІ СТРУКТУРНІ СХЕМИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

Кожний засіб вимірювання є технічним пристроєм певної структури. Складність засобів вимірювань визначається характером і кількістю перетворень при перетворенні інформаційного параметра вхідного сигналу в інформаційний параметр вихідного сигналу. Усі перетворення базуються на певних фізичних ефектах, які забезпечують своїм сполученням роботу засобів вимірювання. *Принципом дії засобу вимірювання* називається фізичний принцип (закон, явище), покладений в основу його побудови. Кожне перетворення здійснюється *перетворюючим елементом*, сукупність яких у засобах вимірювання називається *вимірювальним колом*. Перетворюючий елемент, який перебуває під безпосередньою дією вимірюваної або перетворюваної величини, називається *чутливим елементом, первинним перетворювачем, сенсором*.

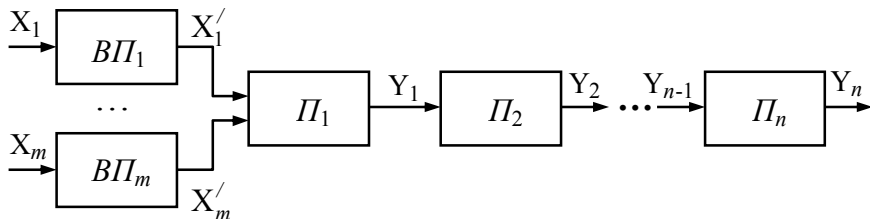
Вимірювальні кола засобів вимірювання зображають графічно їх схемами – *структурними, функціональними і принциповими*.

*Структурною* називається схема, яка відображає основні структурні частини засобу вимірювання, їх призначення та взаємозв'язки. Схема, яка поряд з структурою вимірювального кола роз'яснює функціонування окремих її ділянок, певні процеси у них, називається *функціональною*.

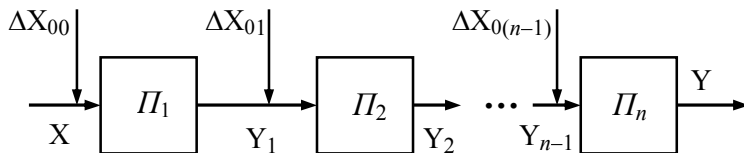
Схема, що відображає повний склад елементів вимірювального кола і їх взаємозв'язки, а також дає уявлення про принцип дії засобів вимірювання називається *принциповою* або *повною* схемою засобу вимірювань. Число структурних схем засобів вимірювань досить велике, проте їх можна звести до кількох найбільш характерних. Способом з'єднання при відповідному функціональному призначенні

елементів визначається метод вимірювального перетворення. Розрізняють методи *прямого, зрівноважуваного і комбінованого* перетворень.

*Пряме перетворення* характерне тим, що передача вимірювальної інформації між перетворювачами здійснюється тільки в одному напрямку від входу до виходу без зворотного зв'язку між ними (рис. 1.2).



**Рис. 1.2.** Структурна схема засобів вимірювань прямого перетворення:  
 $X_1, \dots, X_m$  – вхідні сигнали;  $ВП_1, \dots, ВП_m$  – вхідні перетворювачі;  
 $П_1, \dots, П_n$  – основні перетворювачі;  $Y_1, \dots, Y_n$  – їх вихідні сигнали.



**Рис.1.3.** Спрощена схема засобів вимірювання прямого перетворення з джерелами адитивних похибок  $\Delta X_{00}, \Delta X_{01}, \dots, \Delta X_{0(n-1)}$ .

Прикладом електровимірювального приладу, який має структурну схему, приведену на рис. 1.2, є однофазний ватметр, в якому вхідними величинами є струм  $X_1$  і напруга  $X_2$ , а вихідна величина  $Y_1$  перетворювача  $П_1$  є функцією добутку вхідних величин. У загальному випадку кожен вхідний сигнал може бути перетворений за допомогою декількох послідовно увімкнених допоміжних перетворювачів, а кожен перетворювач  $П_1 \dots П_n$  може мати декілька входів, а також і виходів, які дозволяють, наприклад, одночасно спостерігати і реєструвати вимірювану величину. Якщо засіб вимірювання має один вхідний сигнал  $X$ , то схему, приведену на рис. 1.2 можна спростити і подати у вигляді рис. 1.3.

Прикладом електровимірювального приладу з подібною схемою може служити аналоговий показуючий амперметр детекторної системи, в якому змінний струм спочатку перетворюється у спад напруги на шунті перетворювачем  $П_1$ , а потім змінна напруга за допомогою напівпровідникового випрямляча перетворюється у постійний



струм (перетворювач  $P_2$ ), який у подальшому, протікаючи по рамці, перетворюється в магнітне поле  $P_3$ , взаємодія якого, наприклад, з полем постійного магніту призводить до повертання рамки і відхилення прикріпленого до неї покажчика ( $P_4$ ).

Чутливість засобів вимірювань, які мають структурну схему, наведену на рис. 1.3, можна записати у вигляді:

$$S = \frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{\partial Y_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} \cdot \dots \cdot \frac{\partial Y}{\partial Y_{n-1}} = S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_n, \quad (1.11)$$

де  $S_1 = \frac{\partial Y_1}{\partial X}$ ;  $S_2 = \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1}$ ; ...;  $S_n = \frac{\partial Y}{\partial Y_{n-1}}$  – чутливості окремих ланок.

Зміна чутливості засобу вимірювання  $S$  при зміні чутливості окремих ланок набуде вигляду:

$$\frac{\Delta S}{S} \approx \frac{\Delta S_1}{S_1} + \frac{\Delta S_2}{S_2} + \dots + \frac{\Delta S_n}{S_n}. \quad (1.12)$$

Оскільки вихідний сигнал вимірювального пристрою  $Y = S \cdot X$ , то із виразу (1.12) випливає, що відносна мультиплікативна похибка  $\delta_M = \Delta X/X$  дорівнює зміні чутливості  $\Delta S/S$ , а абсолютне значення мультиплікативної похибки

$$\Delta X_M = X \frac{\Delta S}{S}. \quad (1.13)$$

Значення адитивної похибки можна знайти введенням у схему додаткових сигналів  $\Delta X_{00}$ ,  $\Delta X_{01}$ ,  $\Delta X_{02}$ , ...,  $\Delta X_{0(n-1)}$ , рівних абсолютному значенню адитивних похибок відповідних ланок. Приведемо ці сигнали до входу структурної схеми. Сигнал  $\Delta X_{00}$  діє безпосередньо на вході схеми. Щоб отримати сигнал  $\Delta X_{01}$ , на вході повинен діяти сигнал  $\Delta X_{01}/S_1$ , тобто вплив сигналу  $\Delta X_{01}$ , віднесений до входу, зменшується у  $S_1$  разів. Аналогічним чином одержимо, що величина сигналу  $\Delta X_{n-1}$ , віднесена до входу, зменшується у  $S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_{n-1}$  разів. Таким чином, приведена до входу результуюча абсолютна адитивна похибка складає:

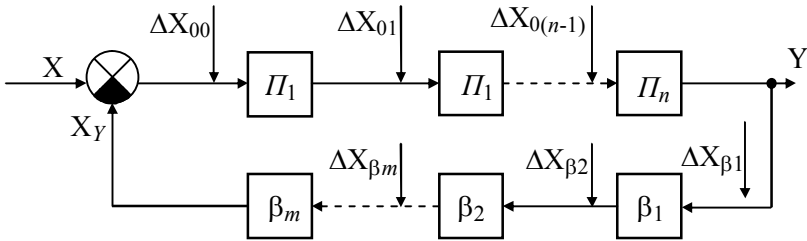
$$\Delta X_a = \Delta X_0 + \frac{\Delta X_{01}}{S_1} + \dots + \frac{\Delta X_{0(n-1)}}{S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_{n-1}}. \quad (1.14)$$

Отриманий вираз свідчить про те, що адитивна похибка, на відміну від мультиплікативної, залежить від послідовності розташування перетворювачів. Із отриманого виразу також випливає, що у засобах вимірювання відбувається нормоване коефіцієнтами  $S_1 \dots S_n$  сумування похибок окремих перетворювачів. Тому засоби вимірювання прямого перетворення мають обмежену точність.

Структурна схема пристрою *компенсаційного перетворення*, яка приведена на рис. 1.4, має дві вітки: коло прямого перетворення, яке складається із перетворювачів  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$  і коло зворотного перетворення, яке містить перетворювачі  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ . Сигнал на виході кола зворотного перетворення (коло від'ємного зворотного зв'язку):

$$X_y = (\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_m) Y = \beta \cdot Y, \quad (1.15)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт перетворення кола зворотного зв'язку.



**Рис. 1.4.** Структурна схема засобів вимірювання компенсаційного перетворення.

На вході кола прямого перетворення відбувається порівняння (компенсація) вхідної вимірюваної величини  $X$  і сигналу на виході кола від'ємного зворотного зв'язку  $X_y$ , який повинен бути однорідним з величиною  $X$  і мати у стаціонарному режимі протилежний знак. Тоді сигнал на вході кола прямого перетворення:

$$\Delta X = X - X_y. \quad (1.16)$$

Якщо чутливість кола прямого перетворення  $S$ , то:

$$Y = S \cdot \Delta X = S(X - X_y) = S(X - \beta Y), \quad (1.17)$$

тоді

$$Y = \frac{S \cdot X}{(1 + \beta \cdot S)}. \quad (1.18)$$

Отже, чутливість схеми компенсаційного перетворення:

$$S_k = \frac{Y}{X} = \frac{S}{1 + \beta S}. \quad (1.19)$$

Із виразу (1.19) випливає, що при обхваті кола прямого перетворення колом від'ємного зворотного зв'язку, чутливість пристрою зменшується у  $1 + \beta S$  разів.

Визначимо мультиплікативну похибку пристрою  $\delta_m$ , зумовлену зміною коефіцієнтів перетворення  $S$  і  $\beta$ . Для цього прологарифмуємо

і продиференціюємо вираз (1.19) і перейдемо від нескінченно малих величин до скінчених приростів. У результаті одержимо:

$$\delta_M = \frac{\Delta S_K}{S_K} = \frac{\partial S_K}{\partial S} \Delta S + \frac{\partial S_K}{\partial \beta} \Delta \beta = \frac{1}{1 + \beta S} \cdot \frac{\Delta S}{S} - \frac{\beta S}{1 + \beta S} \cdot \frac{\Delta \beta}{\beta}. \quad (1.20)$$

Беручи до уваги, що коло від'ємного зворотного зв'язку виконують, як правило, із високостабільних пасивних елементів, тому величина  $\Delta \beta / \beta$  досить мала. Крім того, у більшості випадків  $\beta S \gg 1$ .

Таким чином, відносна мультиплікативна похибка компенсаційного вимірювального пристрою зумовлена зміною коефіцієнта  $S$ , зменшується в  $1 + \beta S$  разів:

$$\delta_M \approx \frac{1}{\beta S + 1} \cdot \frac{\Delta S}{S}. \quad (1.21)$$

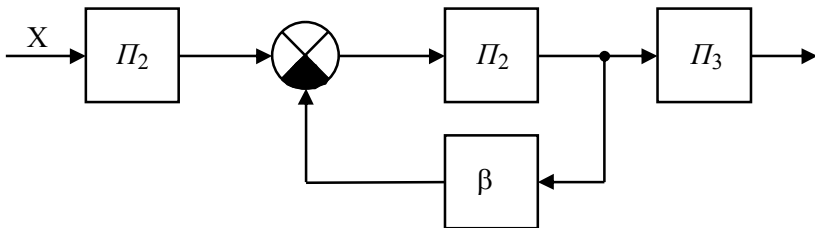
Приведена до входу усього пристрою результуюча абсолютна адитивна похибка, аналогічно випадку вимірювального пристрою прямого перетворення, складає:

$$\begin{aligned} \Delta X_0 = & \Delta X_{00} + \frac{\Delta X_{01}}{S_1} + \dots + \frac{\Delta X_{0(n-1)}}{S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_{n-2}} + \Delta X_{\beta 1} (\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_m) + \\ & + \Delta X_{\beta 2} (\beta_2 \cdot \dots \cdot \beta_m) + \dots + X_{\beta m} \cdot \beta_m. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Враховуючи, що похибка, яку вносять елементи зворотного зв'язку, мала, одержимо:

$$\Delta X_0 \approx \Delta X_{00} + \frac{\Delta X_{01}}{S_1} + \dots + \frac{\Delta X_{0(n-1)}}{S_1 \cdot S_2 \cdot \dots \cdot S_{(n-2)}}, \quad (1.23)$$

тобто адитивна похибка  $\Delta X_0$  не залежить від коефіцієнта перетворення кола зворотного зв'язку.



**Рис. 1.5.** Комбінована структурна схема засобів вимірювання.

Засоби вимірювання можуть мати комбіновані структурні схеми, коли один або кілька елементів охоплені зворотним зв'язком. Приклад комбінованої структурної схеми наведений на рис. 1.5.

## 1.4. ЕТАЛОНИ ТА МІРИ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Усі *засоби вимірювань*, у відповідності до їх метрологічних функцій, поділяються на *еталони*, *взірцеві* та *робочі засоби вимірювань*. Місце кожного засобу вимірювання наведено на схемі передавання розмірів одиниць, яка показана на рис.1.6.

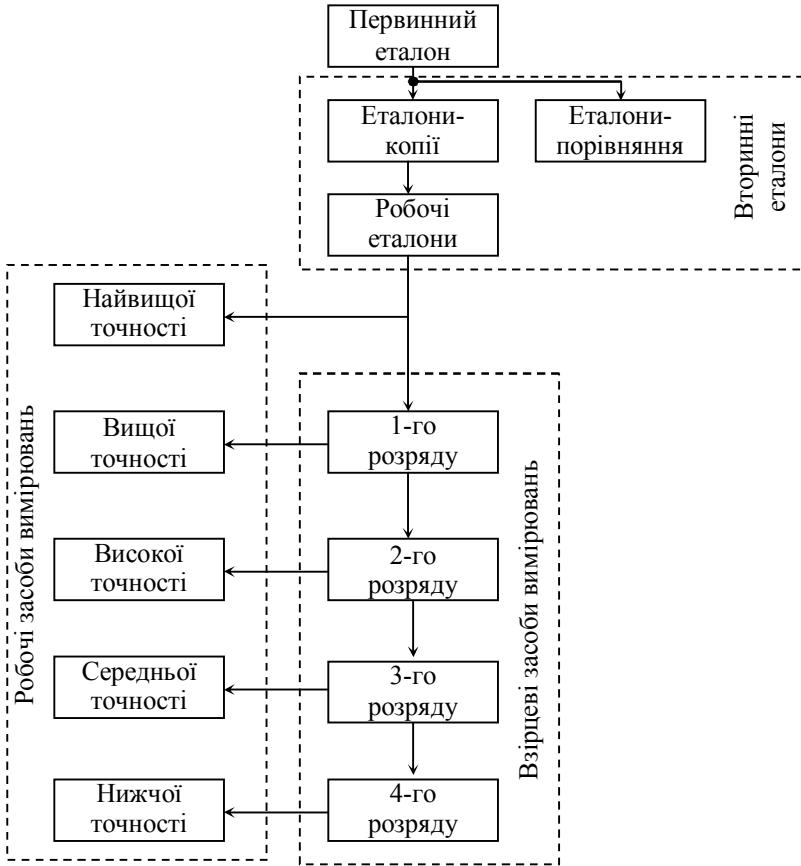


Рис. 1.6. Схема передачі розміру одиниці фізичної величини.

**1.4.1. Державні первинні еталони.** У відповідності до поділу фізичних величин даної системи розрізняють еталони основних і похідних одиниць, а за точністю відтворення і підпорядкованості – первинні та вторинні еталони.

У систему СІ як основна одиниця входить *сила електричного струму – ампер*.

Для визначення одиниці сили струму можна було б скористатися будь-якою дією електричного струму – тепловою, хімічною, понде-

ромоторною. Для метрологічних цілей використовують пондеромоторну дію струму, оскільки силова взаємодія струмів за законом Ампера:

$$\Delta F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^3} [\Delta l_1 \times [\Delta l_2 \times r_{12}]], - \quad (1.24)$$

дає змогу встановити одиницю сили струму точніше, ніж теплова і хімічна дії струму. Поклавши у вираз (1.24)  $I_1 = I_2 = 1$  А,  $\Delta l = r = 1$  м, одержимо значення сили у вакуумі ( $\mu = 1$ )  $F = 2 \cdot 10^{-7}$  Н.

*Отже, ампер – це така сила незмінного (постійного) струму, який при проходженні двома паралельними прямолінійними провідниками нескінченної довжини та дуже малої площі перерізу, розміщеними у вакуумі на відстані 1 м один від одного, спричинив би виникнення на ділянці провідника довжиною 1 м силу взаємодії  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.*

На практиці для відтворення одиниці сили струму – ампера – вимірюють силу взаємодії провідників скінчених розмірів. Для цього використовуються провідники такої форми, для якої можна з достатньою точністю розрахувати силу взаємодії за законом Ампера.

*Первинний еталон*, призначений для відтворення, зберігання і передачі розміру одиниці сили постійного електричного струму, ампера, робочим засобом вимірювання за допомогою взірцевих засобів вимірювань – це комплекс засобів вимірювань, до складу якого входять струмові терези з дистанційним управлінням і міри електричного опору, які використовують при передачі розміру одиниці.

*Струмові терези* – це точні рівноплечі ваги, до одного із пліч яких підвішена рухома довга циліндрична котушка  $K_1$ , розташована всередині нерухомої котушки  $K_2$ , яка не зв'язана з вагами (рис. 1.7). Котушки  $K_1$  і  $K_2$  з'єднані між собою послідовно. До другого плеча коромисла підвішена шалька для гир. Якщо котушку  $K_1$  зрівноважити відповідною гирею на шальці ваг, а потім по колу пропустити струм, то котушка  $K_1$  буде втягуватися у котушку  $K_2$  і для відновлення рівноваги на шальку необхідно покласти додаткову гирю масою  $m$ . Сила ваги цієї гирі:

$$P = m \cdot g, - \quad (1.25)$$

дорівнює силі взаємодії струмів, які протікають через котушки, і вона виражається законом Ампера.

Силу взаємодії двох рівних струмів у загальному випадку можна визначити за формулою:

$$F = k \cdot I^2, \quad (1.26)$$

де коефіцієнт пропорційності  $k$  залежить від форми провідників із взаємодіючими струмами, їх взаємного розташування, середовища, в якому знаходяться струми і т.д. Для струмових терезів  $k$  є сталим па-

раметр установки і залежить, зокрема, від форми і розмірів котушки, діаметра провідників.

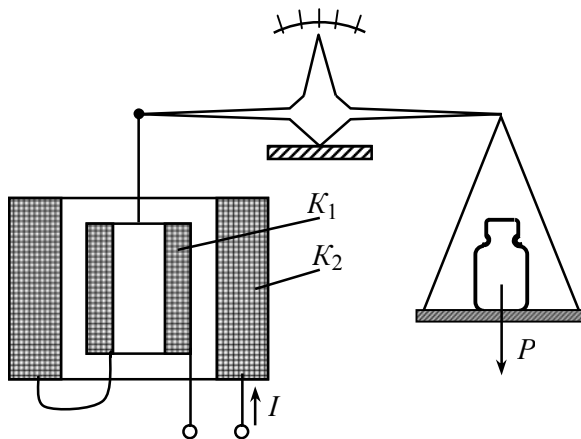


Рис. 1.7. Струмові терези.

Прирівнявши праві частини рівностей (1.25) і (1.26) та здійснивши прості перетворення, одержимо:

$$I = \sqrt{mg/k}. \quad (1.27)$$

Масу  $m$  гири, яку необхідно покласти на шальку ваг, щоб її сила тяжіння скомпенсувала силу взаємодії котушок при силі струму, рівній 1 А, або якій-небудь долі ампера, теоретично розраховують, виходячи із закону Ампера.

При рівновазі ваг сила струму визначається через масу гири, прискорення вільного падіння у місці розташування ваг і сталу електродинамічної системи (двох котушок – соленоїдів), яка залежить від форми і розмірів котушок, діаметра перерізу дротини котушок, значення відносної магнітної проникності середовища тощо. Таким чином, ампер відтворюється через основні одиниці – метр, кілограм і секунда. Еталон відтворює розмір ампера з відносним середнім квадратичним відхиленням результату вимірювань, що не перевищує  $4 \cdot 10^{-6}$ , при відносній систематичній похибці  $8 \cdot 10^{-6}$ .

Для забезпечення єдності вимірювань можна обмежитись створенням еталонів тільки основних величин. Проте для полегшення виконання цієї задачі створені еталони похідних одиниць.

Із еталонів похідних електричних величин обмежимося розглядом еталонів, які є комплексами засобів вимірювання для зберігання, відтворення та передачі розмірів одиниці вимірювання електричної напруги – вольта, опору – ома, індуктивності – генрі та ємності – фаради.

До складу *еталона вольт* входять міра напруги на основі ефекту Джозефсона, група у складі 20 насичених нормальних елементів, а також компараторів – пристроїв для порівняння нормальних елементів між собою. Таку сукупність засобів вимірювання називають *груповим еталоном*. Ефект Джозефсона полягає у виникненні спаду напруги  $U$  на вузлі, що складається з двох надпровідників, розділених тонким шаром діелектрика, поміщеному у високочастотне електромагнітне поле частотою  $\omega$  при пропусканні електричного струму. При збільшенні струму напруга на вузлі Джозефсона змінюється стрибками, які визначаються квантом магнітного потоку, рівним відношенню  $h/2e$ , де  $h$  – стала Планка,  $e$  – заряд електрона. Сумарний спад напруги на вузлі  $U = n \cdot h/(2e) \cdot \omega$ , де  $n$  – число стрибків.

Дослідження похибки відтворення одиниці електрорушійної сили Вольт на основі вузла Джозефсона становить  $(1 \div 2) \cdot 10^{-7}$ , що значно краще ніж для групи нормальних елементів.

Електрорушійна сила кожного елемента може з часом дещо змінюватися, але середнє значення ЕРС усієї групи досить стабільне. Тому відносна квадратична похибка еталона  $5 \cdot 10^{-8}$ , відносна невиключена систематична похибка  $1 \cdot 10^{-6}$ .

*Еталон ома* також є груповим і складається з 10 манганінових котушок електричного опору з номінальним значенням 1 Ом, поміщених у подвійні герметичні корпуси, заповнені стиснутим повітрям.

До складу *еталона генрі* входять чотири котушки і мостикова установка. Індуктивність котушок залежить від числа витків і геометричних розмірів котушки, тобто може бути визначена вимірюванням цих розмірів. Це рівносильне порівнянню еталона індуктивності з метром, який є еталоном основної величини – довжини.

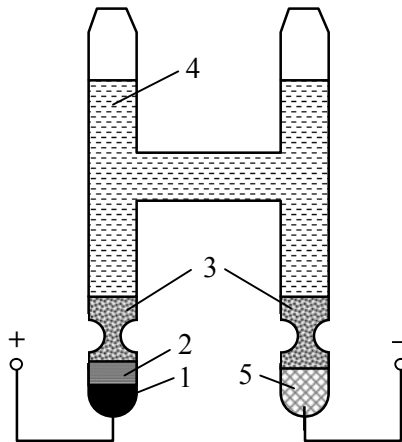
До складу *еталона фаради* входять: розрахунковий конденсатор, в якому зміна ємності, яка визначає розмір одиниці, здійснюється шляхом електричної комутації і механічного переміщення електродів і визначається за допомогою розрахунків з врахуванням геометричних розмірів електродів, швидкості світла у вакуумі і магнітної сталою; інтерферометр, який використовується для вимірювання довжини, а також мостикова вимірювальна установка. Вихідним параметром еталона є зміна його ємності при переміщенні рухомої частини конденсатора, – зміну ємності визначають з допомогою обчислень.

**1.4.2. Міри ЕРС.** Як взірцеві і робочі міри електрорушійної сили (ЕРС) використовують *нормальні елементи*. Широкого застосування в лабораторній практиці набув кадмієвий нормальний елемент Вестона, який відрізняється від інших гальванічних елементів тим, що його електрорушійна сила з часом не змінюється. Цей елемент використовують не як джерело струму, а як міру ЕРС при точних вимірюваннях невеликих різниць потенціалів, зокрема компенсаційним методом. Розрізняють нормальні елементи з *насиченим* і *ненасиченим*

розчином сірчанокислового кадмію ( $\text{CdSO}_4$ ). В елементах з насиченим розчином ЕРС значно стабільніша, ніж в елементах з ненасиченим розчином.

Взаємодіючі речовини, які входять до складу нормального елемента, поміщені в скляну оболонку, яка герметично запаяна. Використовують дві конструкції скляних оболонок насичених нормальних елементів: Н-подібної форми (рис. 1.8.) і циліндричної.

Н-подібний скляний корпус елемента Вестона – це дві сполучені посудини, в нижній частині яких впаяно два електроди з молібденового дроту (рис. 1.8). Позитивним електродом служить чиста ртуть 1, яка заповнює нижню частину лівої посудини. Зверху над ртуттю розташований деполаризатор 2 – шар пасти із суміші сульфату ртуті ( $\text{Hg}_2\text{SO}_4$ ) (сполука, яка дуже погано розчиняється у воді) і сульфату кадмію ( $\text{CdSO}_4$ ).



**Рис. 1.8.** Структура нормального елемента.

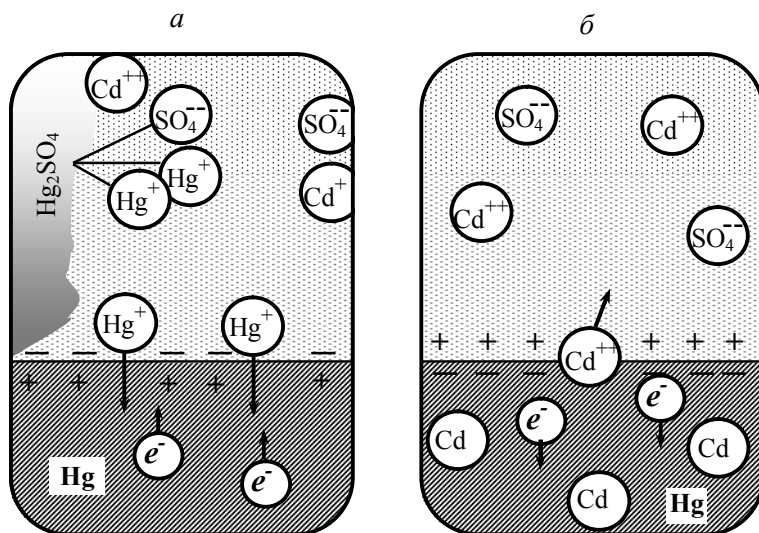
Негативним електродом 5 служить 12,5 %-на амальгама кадмію (в ртуті розчиняється кілька різних металів; такий розчин або сплав металів з ртуттю називають амальгамою), над яким міститься кілька кристаліків сульфату кадмію. Простір над електродами заповнено насиченим водним розчином сульфату кадмію 4. Насичення розчину забезпечується кристалами  $\text{CdSO}_4$  3, які містяться над електродами.

На практиці використовують також і ненасичені нормальні елементи Вестона. В них немає кристалів  $\text{CdSO}_4$ , тобто використано ненасичений розчин сульфату кадмію у воді. Залежно від концентрації цього розчину ЕРС ненасичених нормальних елементів може мати різне значення в межах від 1,0183 В до 1,0189 В. Точне значення ЕРС ненасиченого нормального елемента наводиться в його паспорті.



Як працює такий елемент? На негативному електроді частина іонів кадмію  $Cd^{++}$  переходить з амальгами в розчин  $CdSO_4$ , кожен з яких залишає після себе в амальгамі по два електрони. Так виникає негативний заряд катода. З часом цей перехід припиняється, оскільки сили притягання іонів  $Cd^{++}$  до негативного електрода зростають і досягають величини, достатньої для утримання іонів кадмію в амальгамі. Цьому моменту відповідає певне значення ЕРС між електродами нормального елемента.

Якщо тепер створити зовнішній провідний контур, з'єднавши кінці елемента опором, то електрони перетікатимуть від негативного електрода до позитивного. Це дозволить новій порції іонів  $Cd^{++}$  перейти в розчин, а залишені ними електрони просто поповняють від'ємний заряд цього електрода. У колі буде протікати стаціонарний струм, який супроводжується міграцією іонів, що замикають коло всередині водного розчину.



**Рис. 1.9.** Схематичне зображення процесів, які відбуваються на поверхнях позитивного (а) і негативного (б) електродів, при з'єднанні нормального елемента із зовнішнім навантаженням.

На рис. 1.9. схематично показані процеси, які відбуваються при проходженні струму на кожній із двох поверхонь розділу між електродами і розчином (електролітом). Іони ртуті (рис. 1.9, а)  $Hg^+$  покидають розчин і зустрічаються з електронами, які приходять зовні, і стають нейтральними атомами ртуті. Внаслідок розчинення  $Hg_2SO_4$  у воді утворюються нові іони  $Hg^+$  та сульфатні іони  $SO_4^{--}$ . На поверхні негативного електрода (рис. 1.9, б) неперервно відбувається дисо-

ціація атомів кадмію, які потрапляють в електроліт уже у вигляді іонів  $\text{Cd}^{++}$ .

Внаслідок цього відбувається вилучення електронів із атомів кадмію і приєднання їх до ртуті. З точки зору хімії, кадмій окислюється, а ртуть відновлюється. Елемент працює тому, що цей обмін енергетично вигідний. Відносна сила зв'язку електронів у структурі атома кадмію і атома ртуті така, що прагнення атомів ртуті приєднати електрони переважає бажання атомів кадмію утримати їх. Зауважимо, що на кожній із поверхонь розділу іони рухаються проти електричного поля.

Насичені нормальні елементи бувають трьох класів точності: 0,001, 0,002 і 0,005. Наприклад, для елементів класу точності 0,005 при температурі 293 К ЕРС повинна знаходитись у межах 1,0181–1,0187 В. Виготовлений із хімічно чистих матеріалів нормальний елемент має надзвичайно постійну ЕРС, яка при 293 К становить 1,0183 В. Залежність ЕРС нормального елемента від температури виражається формулою:

$$\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_{293} - 0,0000406 (T - 293) \text{ В},$$

де  $\mathcal{E}_T$  – ЕРС при температурі  $T$ , К.

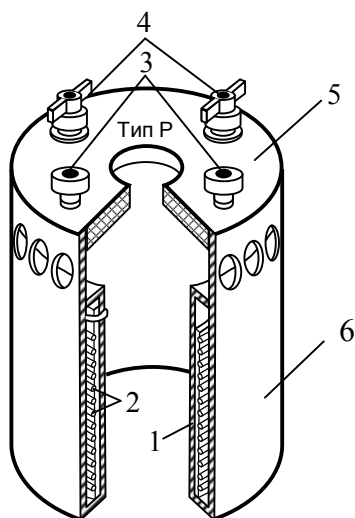
При використанні нормальних елементів слід дотримуватись таких правил: нормальні елементи не можна струшувати і перевертати, вони повинні бути захищені від сонячних променів, від дії сильних джерел світла і тепла. Струми, навіть у кілька міліампер, можуть вивести нормальний елемент з ладу. У зв'язку з цим нормальний елемент не використовують як джерело струму, його використовують тільки в компенсаційних схемах, які практично не споживають струму.

Перспективними робочими мірами ЕРС є міри, створені на основі кремнієвих стабілітронів – діодів, які працюють в режимі пробую. Вони забезпечують стабілізацію напруги від одиниць до сотень вольт при струмах споживання від міліампер до кількох ампер. При цьому стабільність вихідної напруги не гірша 0,001 %, а температурна стабільність краща, ніж 0,001 %  $\text{K}^{-1}$ , що перевищує параметри нормальних елементів.

**1.4.3. Міри електричного опору.** Взірцеві та робочі міри електричного опору виконують у вигляді котушок опору. Номінальний опір взірцевої котушки повинен задовольняти умові  $R = 10^n$  Ом, де  $n$  – число, яке приймає значення  $-5, -4, \dots, 0, \dots, 10$ .

Котушки опору від  $10^{-5}$  до  $10^{-1}$  Ом виготовляють зі стрічки або пластинок манганіну, а з більшим опором – з манганінового дроту. *Манганін* – це сплав міді (80–84 %), марганцю (10–13 %), нікелю (1,5–3 %), решта – алюміній і залізо (десяті долі процента). Манганін має малий температурний коефіцієнт опору ( $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ), великий пи-

томий опір ( $0,45 \text{ Ом мм}^2/\text{м}$ ), високу стабільність значення опору у часі, малу термо-ЕРС при контакті з міддю ( $2 \text{ мкВ/К}$ ), що дозволяє використовувати його в колах з дуже низькою напругою без урахування похибок термо-ЕРС. Взірцевим котушкам опору присвоюють один з наступних класів точності: 0.0005; 0.001; 0.002; 0.005; 0.01; 0.02; 0.05; 0.1 і 0.2. Число, яке визначає клас точності котушки, позначає найбільшу допустиму відносну похибку, виражену в процентах.



**Рис.1.10.** Конструкція взірцевих котушок опору.

Конструктивно взірцеві котушки опору виконані у вигляді коаксіальних металевих циліндрів (рис. 1.10). На металевий або фарфоровий каркас 1 біфілярно намотана обмотка 2 з ізольованої манганінової дротини. Кінці дротини виведені через ізолятори до затискачів 3 і 4, які закріплені на пластмасовій кришці 5. Каркас котушки прикріплюють до корпусу 6, в якому є отвори для кращого охолодження обмотки. Котушка забезпечується чотирма затискачами, два з яких називаються *струмовими* (затискачі 4) і призначені для вмикання взірцевої котушки в коло струму, два інших називаються *потенціальними* (затискачі 3). Потенціальні затискачі призначені для вимірювання спаду напруги на опорі котушки.

Набори різних котушок опору, змонтовані в одному корпусі, називаються *магазинами опорів*. Спеціальні перемикачі дозволяють набирати з котушок, які є в магазині, різні значення опорів. У залежності від конструкції перемикаючого пристрою розрізняють *штпсельні та важільні магазини*, схеми яких приведені на рис. 1.11.б

У *штпсельному магазині* (рис. 1.11, а) кожену котушку можна замкнути накоротко, вставивши відповідний штпсель. Котушки в

штепсельному магазині з'єднуються групами, опори котушок у групі знаходяться у відношенні 1 : 2 : 3 : 4. Кожна наступна група з чотирьох котушок має опір у 10 разів більший, ніж попередня. При такому наборі використовується найменша кількість котушок для одержання заданого опору. При роботі з штепсельним магазином слід урахувати, що дійсне значення увімкненого опору буде більшим за номінальне на суму контактних опорів усіх вставлених штепселів.

Важільні магазини складаються з набору котушок, з'єднаних з контактами, по яких ковзають щітки, жорстко з'єднані з важелем (рис. 1.11, б). Значення введеного сумарного опору відраховують безпосередньо за положенням важелів. Важільні магазини виконують здебільшого як декадні. Кожна декада має десять однакових котушок. Котушка наступної декади має опір у 10 разів більший, ніж попередньої. У магазинах з рухомими важелями біля фіксованих положень важелів вказані цифри 0, 1, 2, ..., 9, а біля ручок множники 0,1; 1; 10; 100; 1000; ... Це означає, наприклад, що при встановленні ручки з множником 0,1 в положення 3, ручки з множником 10 – в положення 5, а всіх інших ручок в положення 0, увімкнений опір магазину дорівнює  $5 \times 10 + 3 \times 0,1 = 50,3$  Ом.

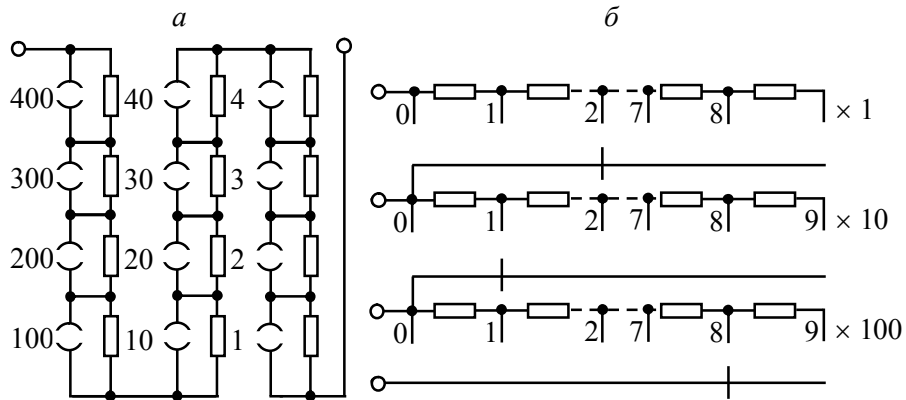


Рис. 1.11. Схеми штепсельного (а) та важільного (б) магазинів опорів.

Кожний магазин опору має табличку на якій вказано його клас точності і величину допустимих струмів. У паспортах магазинів опорів, як правило, вказують допустимі похибки магазину, допустимий струм, навантаження у ватах і робочий частотний діапазон.

Магазини опорів можуть служити не тільки мірами, але і реостатами для регулювання струму та напруги. Реостат з ковзним контактом використовується як резистор змінного опору. При користуванні ним треба брати до уваги його величину опору і силу струму, на який він розрахований. При більшому струмі, ніж допустимий для даного

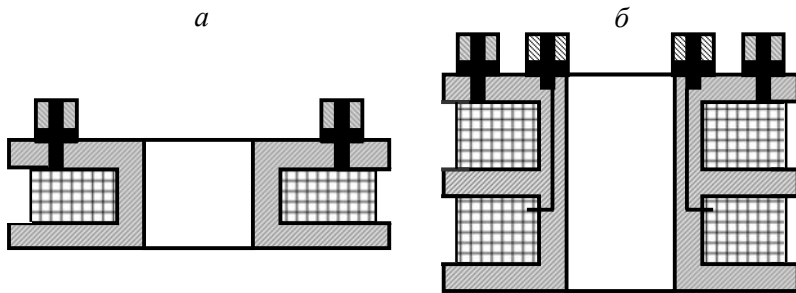
реостата його обмотка перегорить. На кожному реостаті вказано його тип, повний опір, можливе відхилення опору від цієї величини в процентах, допустимий максимальний струм.

Реостати і магазини опорів можуть використовуватись як подільники напруги. Це необхідно робити тоді, коли джерело має надто велику напругу або коли потрібно плавно її змінювати.

*Реохорд* – це однорідна дротина з однаковим по всій довжині перерізом, натягнута на планці з метричними поділками. Вздовж цієї дротини може ковзати контакт, який ділить її опір на частини, пропорційні довжині відрізків.

**1.4.4. Міри індуктивності та взаємної індуктивності.** Взірцеві і робочі міри індуктивності та взаємної індукції – це котушки індуктивності та взаємної індуктивності. Котушки повинні зберігати сталість індуктивності з плином часу і мати малий опір, незалежність індуктивності від струму і якомога малу залежність індуктивності від частоти і температури.

Взірцева котушка індуктивності (рис. 1.12, *а*) – це пластмасовий або фарфоровий каркас з намотаною на нього обмоткою з мідного ізолизованого дроту, кінці якого закріплені на затискачах. Використання каркасу з немагнітного матеріалу забезпечує незалежність величини індуктивності від струму в котушці. Для зменшення впливу зовнішніх магнітних полів котушки споряджають екранами. Взірцеві котушки взаємної індуктивності відрізняються від котушок індуктивності наявністю двох обмоток, жорстко закріплених на загальному каркасі (рис. 1.12, *б*).



**Рис.1.12.** Будава взірцевих котушок індуктивності (*а*) та взаємної індуктивності (*б*).

Змінними мірами індуктивності і взаємної індуктивності служать варіометри. *Варіометр* складається з двох котушок, одна з яких рухома. Плавна зміна індуктивності або взаємної індуктивності забезпечується завдяки зміні положення рухомої котушки (ротора) відносно нерухомої (статора). У варіометрі індуктивності ротор і статор з'єднанні послідовно в одне коло, а у варіометрі взаємної індуктивності

– у різні кола. Точність варіометрів нижча точності взірцевих котушок індуктивності.

Набори різних котушок індуктивності, змонтовані в одному корпусі, називаються *магазином індуктивностей*. Інколи до складу магазину індуктивностей входить також варіометр. За принципом виконання декад і зовнішнім оформленням магазини індуктивностей аналогічні магазинам опорів. У більшості магазинів при зміні індуктивності загальний активний опір магазину залишається незмінним. Для цього у магазині передбачені котушки опору, які заміщують активний опір котушок індуктивності, які виключаються.

Найбільш розповсюджені котушки і магазини індуктивностей мають номінальні значення від 1 мкГн до 1 Гн з максимальним значенням струму до 10 мА, опором постійному струмові від 0,1 до 800 Ом і класом точності від 0,5 до 0,05. Межі допустимої основної похибки визначаються за формулою:

$$\delta = \pm K - \text{для вимірювальних котушок};$$

$$\delta = \pm K \frac{L_{max}}{L} \quad \text{і} \quad \delta = K \frac{M_{max}}{M} - \text{для варіометрів};$$

$$\delta = \pm \left( K + m \frac{L_{min}}{L} \right); \quad \delta = \pm \left( K + m \frac{M_{min}}{M} \right) - \text{для магазинів},$$

де  $K$  – клас точності міри,  $L_{max}$ ,  $M_{max}$  – найбільші номінальні значення індуктивності та взаємоіндуктивності варіометрів,  $L_{min}$ ,  $M_{min}$  – номінальні значення індуктивності та взаємоіндуктивності одного ступеня наймолодшої декади магазину ( дискретність),  $m$  – число декад магазину,  $L$  – номінальне значення увімкненої індуктивності.

**1.4.5. Міри ємності.** *Взірцевими та робочими мірами ємності* є конденсатори постійної або змінної ємності. Вони повинні задовольняти таким вимогам: мати малі втрати у діелектрику, слабу залежність від частоти і форми кривої струму, малий температурний коефіцієнт ємності та значний опір ізоляції. У більшій мірі цим вимогам відповідають повітряні конденсатори постійної і змінної ємності, але завдяки малій діелектричній проникності повітря вони є громіздкими. У зв'язку з цим номінальні значення ємності повітряних конденсаторів сталої ємності 50 – 4000 пФ, змінної ємності 15 – 1100 пФ, клас точності 0.05 – ...0.005. Допускається їх використання на частотах до 100 Гц у колах з напругою не більше 200 В.

Вимірювальні конденсатори з твердим діелектриком (частіше всього слюдою) компактні, стабільні у часі, але характеризуються великим кутом втрат  $(1 \div 2)10^{-4}$  рад. Виготовляють міри ємності з номінальним значенням від 1 пФ до 1 мкФ, класів точності від 0.05 до 0.2 і допустимих частотах використання від 40 до  $10^5$  Гц (у залежності від номіналу міри). Слюдяні конденсатори випускаються у вигляді

як окремих мір з сталим значенням ємності, так і магазинів ємностей. *Магазини ємностей складаються з окремих конденсаторів постійної ємності.* На відміну від магазинів опорів, де окремі резистори з'єднані послідовно, у магазинах ємностей для одержання сумарної ємності кількох конденсаторів їх з'єднують між собою паралельно. Штепсельні магазини призначені для ступінчастої зміни великої ємності – від однієї до сотень мікрофарад. Важільні магазини частіше виготовляють тридекадними.

Межі допустимої відносної похибки мір ємності задаються такими виразами:

$\delta = \pm K$  – для конденсаторів (мір) постійної ємності і однодекадних магазинів;

$\delta = \pm K (C_{max}/C)$  – для конденсаторів змінної ємності;

$\delta = \pm K + 0,8 m (C_d/C)$  – для багатodeкадних магазинів,

де  $K$  – клас точності,  $C$  – номінальне значення увімкненої ємності;  $C_{max}$  – максимальне значення змінної ємності;  $m$  – число увімкнених декад і  $C_d$  – дискретність магазину.

## 2. АНАЛОГОВІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ТА ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИБАДИ БЕЗПОСЕРЕДНЬОЇ ОЦІНКИ

### 2.1. ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Вимірювальне перетворення полягає у відображенні розміру однієї фізичної величини розміром іншої величини, функціонально з нею зв'язаної. *Вимірювальний перетворювач* – це технічний пристрій, побудований на відповідному фізичному принципі дії, який виконує одне часткове вимірювальне перетворення. У частковому випадку можливе перетворення фізичної величини від одного розміру до другого. Такі перетворювачі, як відмічалось у § 1.2, отримали назву *масштабних*, а їх призначення – зміна значень вимірюваної величини в задане число разів.

Вимірювальні перетворювачі в залежності від виду (аналоговий, кодовий) вхідного та вихідного сигналів відносять до однієї із таких груп: а) *аналогові* вимірювальні перетворювачі, в яких на вході і на виході *аналогові* сигнали; б) *аналого-цифрові* вимірювальні перетворювачі, які мають на вході *аналоговий* сигнал, а на виході – *кодований*; в) *цифро-аналогові* вимірювальні перетворювачі, в яких на вході *кодований* сигнал, а на виході – *аналоговий* сигнал.

Існує велика кількість різних типів перетворювачів, наприклад: механічних, теплових величин в електричні; магнітних величин у механічні і т.д. У даному параграфі наведені деякі типи перетворювачів електричних величин в електричні. Розрізняють два види перетворювачів:

1) *пасивні*, які працюють за рахунок енергії об'єкта дослідження. До них відносяться шунти, додаткові резистори, подільники напруги, вимірювальні трансформатори, модулятори та детектори.

2) *активні*, які підвищують рівень сигналів і які працюють за рахунок додаткового джерела енергії. До них належать, наприклад, електронні вимірювальні підсилювачі.

Найбільш простим пасивним перетворювачем є *шунт*, який служить для розширення діапазону вимірювання струму. *Шунт* – це резистор, який вмикають паралельно до вимірювального механізму (ВМ) (рис. 2.1, а). Шунт має чотири затискачі. Два вхідні затискачі, до яких підводиться струм  $I$ , називаються *струмовими*, а два вихідні затискачі, з яких знімається напруга  $U$ , називаються *потенціальними*. До потенціальних затискачів приєднують вимірювальний механізм.

Шунт характеризується номінальним значенням вхідного струму  $I_{ном}$  і номінальним значенням вихідної напруги  $U_{ном}$ . Їх відношення визначає номінальний опір шунта  $R_{ш} = U_{ном}/I_{ном}$ . Шунт також можна розглядати як дільник струму з коефіцієнтом шунтування (ділення)

$$n = I/I_{ВМ} = (R_{ш, ном} + R_{ВМ})/R_{ш, ном}, \quad (2.1)$$



де  $I_{BM}$  – струм у вимірювальному механізмі;  $R_{BM}$  – опір вимірювального механізму.

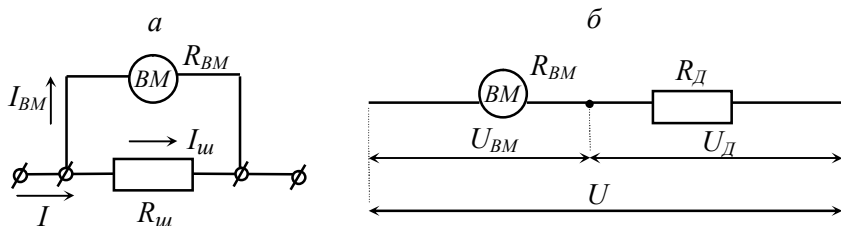


Рис. 2.1. Схеми вмикання шунта (а) і додаткового опору (б).

Шунти мають малий опір і використовуються головним чином у колах постійного струму з магнітоелектричними вимірювальними механізмами. Використовувати шунти з вимірювальними механізмами інших систем нераціонально, так як ці вимірювальні механізми споживають велику потужність, що приводить до істотного зменшення опору шунта і, як наслідок, до збільшення їх габаритів та витрати потужності.

Якщо необхідно розширити межі вимірювання в  $n$  разів, тобто щоб струм  $I_{BM}$  був в  $n$  разів менший за струм  $I$ , то опір шунта повинен бути рівним:

$$R_{ш} = R_{BM}/(n - 1). \quad (2.2)$$

Шунти на порівняно малі струми (до 1 А) виготовляють із манганіну у вигляді спіралей або котушок і розміщують у корпусі вимірювального приладу (внутрішні шунти). На більші струми (до 7500 А) використовують зовнішні шунти у вигляді пластин або стержнів, запаяних у латунні або мідні наконечники. Шунти можуть бути багатограничними, тобто складатися із декількох резисторів, або мати декілька відводів, що дозволяє змінювати коефіцієнт шунтування.

Шунти, які випускаються серійно, мають класи точності: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5. Число класу точності означає допустиме відхилення опору шунта в процентах від його номінального значення.

$$R_{ш} = \frac{I_{вмн} \cdot R_{BM}}{I_n - I_{вмн}} = \frac{U_n}{I_n - I_{вмн}}, \quad (2.3)$$

де  $I_n$  – номінальний (максимальний) вимірюваний струм,  $I_{вмн}$  – номінальний струм вимірювального приладу,  $U_n$  – номінальний спад напруги на вимірювальному приладі. Найбільш поширені так звані взаємозамінні шунти, спад напруги на яких при номінальному струмові складає 45 або 75 мВ. Таким чином, шунти є перетворювачами струму в напругу.

**Додаткові резистори.** Додаткові резистори є вимірювальними перетворювачами напруги у струм. Тому додатковий резистор, з'єднаний послідовно з вимірювальним механізмом (рис. 2.1, б), обертальний момент якого залежить від струму, служить для розширення меж вимірювання напруги аналоговими вольтметрами різних систем (крім електростатичної і електронної). Додаткові резистори, які називають *додатковими опорами*, також служать для розширення меж вимірювання напруги інших приладів, які мають паралельні кола, що підмикаються до джерела напруги. Сюди належать, наприклад, ватметри, лічильники енергії, фазометри і т.д.

Струм у колі вимірювального механізму  $I_{BM}$ , який має опір  $R_{BM}$  і увімкнений послідовно з додатковим резистором  $R_D$ , дорівнює:

$$I_{BM} = U / (R_{BM} + R_D), \quad (2.4)$$

де  $U$  – вимірювана напруга.

Якщо з допомогою додаткового резистора необхідно розширити в  $n$  разів межі вимірювання вольтметра, який має номінальну межу вимірювання  $U_{ном}$  і опір  $R_{BM}$ , то, приймаючи сталість струму вольтметра  $I_{BM}$ , можна записати:

$$U_{ном} / R_{BM} = n U_{ном} / (R_{BM} + R_D). \quad (2.5)$$

Тоді

$$R_D = R_{BM}(n - 1). \quad (2.6)$$

Додаткові резистори виготовляють із манганінового ізолюваного дроту, намотаного на пластини або каркаси з ізоляційного матеріалу. Найбільш поширені додаткові резистори для використання в колах постійного струму на номінальні напруги 100–3000 В при номінальних струмах 3,0; 5,0; 7,5 мА, які мають класи точності від 0,05 до 0,5. Додаткові резистори бувають внутрішні, які монтують у корпус приладу, і зовнішні. Додаткові резистори, які призначені для роботи на змінному струмі, мають біфілярну намотку для отримання безреактивного опору.

Для розширення меж вимірювання приладів, які мають високий вхідний опір, використовують дільники напруги, схема найбільш простішого з яких приведена на рис. 2.2, а.

Коефіцієнт поділу за умови нескінчено великого значення опору навантаження дорівнює:

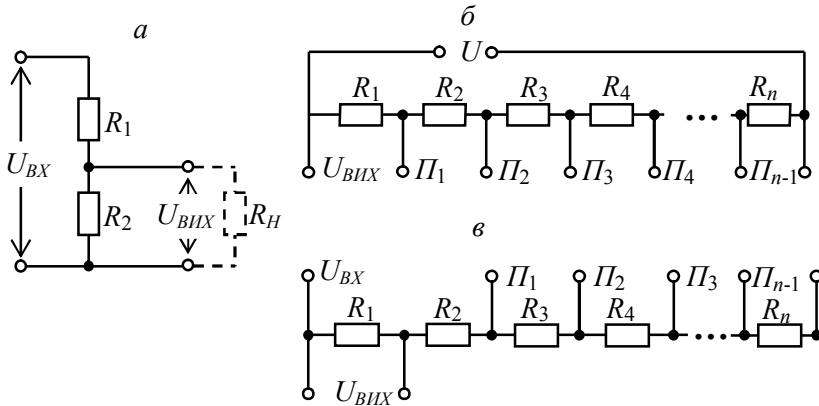
$$n = \frac{U_{ВХ}}{U_{ВЛХ}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}. \quad (2.7)$$

У випадку багатомезжних дільників напруги їх виготовляють за схемою з постійним вхідним (рис. 2.2, б) і постійним вихідним (рис. 2.2, в) опорами. Коефіцієнти поділу у цих випадках рівні:

$$K'_i = \frac{U_{BX}}{U_{ВНХ}} = \frac{\sum_{j=1}^n R_j}{\sum_{j=1}^i R_j} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_i}, \quad (2.8)$$

$$K''_i = \frac{U_{BX}}{U_{ВНХ}} = \sum_{j=1}^i R_j / R_i = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_i}{R_i}, \quad (2.9)$$

де  $1 \leq i \leq n$ .



**Рис. 2.2.** Схема резистивних дільників напруги.

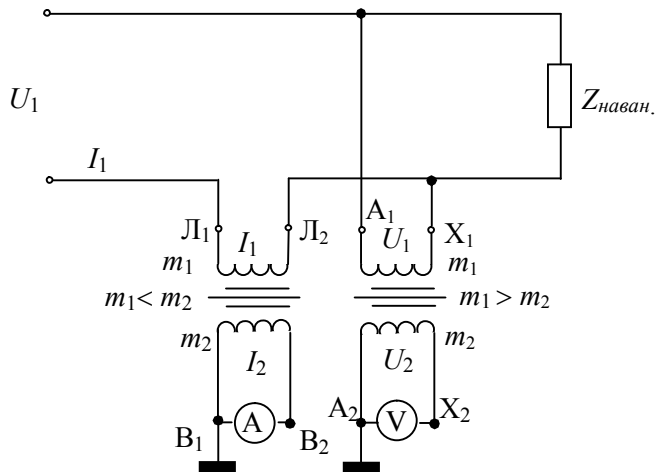
Резистивні дільники використовуються в основному при вимірюванні значень напруг у колах постійного струму, їх клас точності може досягати 0,0005, максимальна робоча напруга 1000 В, коефіцієнт поділу до  $10^4$ . У колах змінного струму використовуються ємнісні та індуктивні дільники, які працюють за аналогічними принципами.

*Вимірювальні трансформатори змінного струму і напруги* служать для перетворення (зменшення або збільшення) змінних струмів і напруг у строго визначене число разів із збереженням їх фази.

Завдяки трансформаторам можна використовувати прилади з невеликими стандартними номінальними значеннями струму і напруги (наприклад, 5 А і 100 В) у високовольтних колах, якими можуть протікати великі струми.

Вимірювальні трансформатори складаються з двох ізольованих обмоток, розташованих на магнітопроводі із магнітом'якого матеріалу: первинної з числом витків  $m_1$  і вторинної з числом витків  $m_2$  (рис. 2.3). У трансформаторах струму, як правило, струм первинної

обмотки  $I_1$  більший за струм у вторинній  $I_2$ , тому в них  $m_1 < m_2$ . У трансформаторах струму з  $I_1$  більше 500 А первинна обмотка може складатися з одного витка у вигляді шини, яка проходить через вікно осердя. Вторинна обмотка у всіх стандартних трансформаторів струму намотана із дроту невеликого перерізу. У трансформаторах напруги первинна напруга  $U_1$  більша за вторинну  $U_2$ , тому в них  $m_1 > m_2$ .



**Рис. 2.3.** Схема вмикання вимірювальних трансформаторів струму і напруги.

Умови роботи і схеми вмикання трансформаторів струму і напруги відрізняються один від одного. Первинна обмотка трансформатора струму вмикається у вимірювальне коло послідовно, а її затискачі позначають буквами  $L_1$ – $L_2$  (лінія). У вторинну обмотку, затискачі якої позначають буквами  $B_1$ – $B_2$  (вимірювання), вмикають амперметри, струмові обмотки ватметрів, лічильників та інші прилади. Нормальним режимом роботи трансформаторів струму є режим, близький до короткого замикання. Первинна обмотка трансформатора напруги вмикається у вимірювальне коло паралельно, а її затискачі позначають  $A_1$ – $X_1$  (початок–кінець). До затискачів вторинної обмотки трансформатора напруги, які позначаються буквами  $A_2$ – $X_2$ , приєднують вольтметри, паралельні кола ватметрів та інші прилади, тобто режим роботи його близький до холостого ходу.

За показами приладів, увімкнених у вторинні обмотки вимірювальних трансформаторів, можна визначити значення вимірюваних величин. Для цього їх покази необхідно помножити на дійсні коефіцієнти трансформації трансформатора струму  $K_I$  і трансформатора напруги  $K_U$ , які рівні  $K_I = I_1/I_2$  і  $K_U = U_1/U_2$ . Однак, дійсні коефіцієнти

трансформації  $K_I$  і  $K_U$  не є сталими, оскільки вони залежать від значень струмів і напруг, характеру і значення навантаження вторинного кола, частоти струму і т.д. Тому покази приладів помножують не на номінальні, а на дійсні коефіцієнти трансформації:

$$K_{IH} = I_{1H}/I_{2H}; K_{UH} = U_{1H}/U_{2H}. \quad (2.10)$$

Номінальні значення коефіцієнтів трансформації є сталими для даного трансформатора у вигляді дроби, чисельник якого є номінальне значення первинної, а знаменник – вторинної величини.

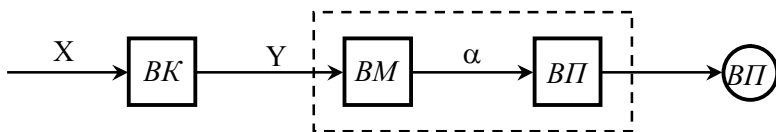
Класи точності вимірювальних трансформаторів знаходяться у межах від 0,01 до 10 і визначають максимальну відносну похибку відхилення дійсних значень  $K_I$  і  $K_U$  від їх номінальних значень, виражених у процентах:

$$\delta_I = \frac{K_{IH} - K_I}{K_I} \cdot 100\%; \quad \delta_U = \frac{K_{UH} - K_U}{K_U}. \quad (2.11)$$

Вимірювальні трансформатори мають також і фазову похибку, зв'язану з тим, що в реальному трансформаторі кут між вектором струму (напруги) у вторинній обмотці і відповідним вектором струму (напруги) у первинній обмотці не дорівнює  $180^\circ$ .

## 2.2. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА АНАЛОГОВИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ ПРЯМОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Покази аналогового приладу є неперервною функцією вимірюваної величини. У залежності від способу, який використовується для порівняння вимірюваної величини з одиницею вимірювання, аналогові прилади поділяються на прилади безпосередньої оцінки і прилади порівняння, в останніх невідома величина співставляється з мірою, у більшості випадків вмонтованою у самий прилад.



**Рис. 2.4.** Структурна схема електромеханічних приладів прямого перетворення.

У приладах безпосередньої оцінки, основну групу яких складають електромеханічні прилади прямого перетворення, електромагнітна енергія перетворюється в механічну енергію переміщення рухомої частини. Узагальнена структурна схема такого приладу наведена на рис. 2.4. Прилад складається з вимірювального кола (BK), вимірювального механізму (BM) і відлікового пристрою (BP).

*Вимірювальне коло служить для перетворення вимірюваної величини X в електричну величину Y (струм або напругу), функціонально*

зв'язану з  $X$ , яка безпосередньо діє на  $BM$ . До його складу можуть входити і перетворювачі, розглянуті у § 2.1: шунти, подільники і т.п. Якщо  $BK$  для підвищення чутливості і розширення діапазону вимірювань у сторону малих значень містить підсилювачі, то такі прилади називаються *електронними*.

У вимірювальному механізмі відбувається безпосереднє перетворення електромагнітної енергії в механічну, яка необхідна для кутового або лінійного переміщення рухомої частини і зв'язаного з нею покажчика відлікового пристрою. У більшості електромеханічних приладів рухомі частини вимірювальних механізмів здійснюють обертання навколо нерухомої осі і, таким чином, вимірювана величина перетворюється у кутове переміщення.

**2.2.1. Динаміка рухомої частини електромеханічних вимірювальних механізмів. Загальне рівняння шкали.** Поворот рухомої частини вимірювального механізму здійснюється під дією обертального моменту, який залежить від вхідної електричної величини. Цей момент повинен однозначно визначатись вимірюваною величиною  $X$  і може також залежати від кута повороту рухомої частини  $\alpha$ , тобто *обертальний момент*  $M_{об} = M(X, \alpha)$ .

Для одержання конкретних виразів обертальних моментів механізмів різних систем доцільно виходити з поняття узагальненого обертального моменту, який діє на рухому частину механізму. У вимірювальних механізмах при повороті рухомої частини на кут  $d\alpha$  виконується механічна робота  $dA = M_{об} \cdot d\alpha$  за рахунок зміни енергії електромагнітного поля  $dW_{ем}$ , тобто справедлива рівність:

$$dA = M_{об} \cdot d\alpha = dW_{ем}. \quad (2.12)$$

Звідки

$$M_{об} = \frac{dA}{d\alpha} = \frac{dW_{ем}}{d\alpha} = M_{об}(X, \alpha), \quad (2.13)$$

де  $W_{ем}$  – енергія електромагнітного поля вимірювального механізму.

Якщо на рухому частину вимірювального механізму буде діяти тільки обертальний момент, то вона повернеться до механічного упора незалежно від значення моменту. Для того, щоб рухома частина не доходила завжди до упора при будь-якому значенні вимірюваної величини  $X$ , а поверталась би на певний кут, який однозначно залежить від вимірюваної величини, на рухому частину, крім *обертального моменту*  $M_{об}$ , повинен також діяти *протидійний момент*  $M_{пр}$ , напрямлений назустріч обертальному і залежить від кута повороту рухомої частини:  $M_{пр} = f(\alpha)$ .

Протидійний момент може створюватись як механічним, так і електричним способом. Механізм з електричним протидійним моментом називають *логометричним* і, як буде показано нижче, при-

значений для вимірювання відношення електричних величин. У приладах з механічним протидійним моментом, останній створюється за допомогою пружних елементів: спіральних пружинок, розтяжок та підвісів, які при повороті рухомої частини закручуються. При цьому протидійний момент  $M_{np}$  пропорційний куту закручування  $\alpha$ :

$$M_{np} = w \cdot \alpha, \quad (2.14)$$

де  $w$  – питомий протидійний момент, який залежить від властивостей пружного елемента.

Спіральні пружинки і розтяжки одночасно використовуються також для підведення струму до обмотки рамки. Матеріалом для виготовлення пружинок, розтяжок та підвісів служить фосфориста або олов'яно-цинкова бронза.

У логометричних  $BM$  є дві закріплені під деяким кутом рамки, при протіканні через які електричного струму, виникають два оберտальні моменти:  $M_1 = f_1(I_1)f_{o61}(\alpha)$  і  $M_2 = f_2(I_2)f_{o62}(\alpha)$ , причому  $f_{o61}(\alpha) \neq f_{o62}(\alpha)$ . Оскільки вони напрямлені назустріч один одному, то один із них можна розглядати як обертальний, інший – як протидіючий. Відхилення рухомої частини логометра пропорційне відношенню двох електричних струмів  $I_1$  та  $I_2$ . Струми до рухомих рамок логометричного  $BM$  підводяться за допомогою так званих безмоментних струмопідводів – тонких металевих стрічок з малим протидійним моментом, яким можна знехтувати. Тому його рухома частина за відсутності струмів у рамках може займати будь-яке положення.

При переміщенні рухомої частини приладу (у динамічному режимі) на неї, крім вказаних моментів, діють ще й інші моменти. Вони зумовлені тертям рухомої частини об повітря, тертям в опорах, моментом інерції тощо. Якщо знехтувати моментом тертя, то рівняння руху рухомої частини  $BM$  має вигляд:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_{o6} + M_p + M, \quad (2.15)$$

де  $J \frac{d^2\alpha}{dt^2}$  – момент сил інерції;  $M_p = -P \frac{d\alpha}{dt}$  – момент заспокоєння;  $J$  – момент інерції рухомої частини;  $P$  – коефіцієнт заспокоєння.

Якщо протидійний момент створюється пружними елементами (вираз (2.14)), то рівняння руху набуває такого вигляду:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + w \cdot \alpha = M_{o6}. \quad (2.16)$$

Рівняння (2.16) є неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку, розв'язок якого детально розглядається у курсі математич-

ної фізики. Тут тільки відзначимо, що зміну кута відхилення рухомої частини  $\alpha = \alpha(t)$  з часом умовно можна представити як суму вимушеної і вільної складових, перша з яких відслідковує закон зміни обертового моменту, друга характеризує перехідний процес. У вимірювальних механізмах, значення обертового моменту яких не залежить або слабо залежить від кута відхилення, перехідний процес повністю визначається частотою власних коливань рухомої частини  $\omega_0$  і ступінню заспокоєння  $\beta$ , які відповідно рівні:

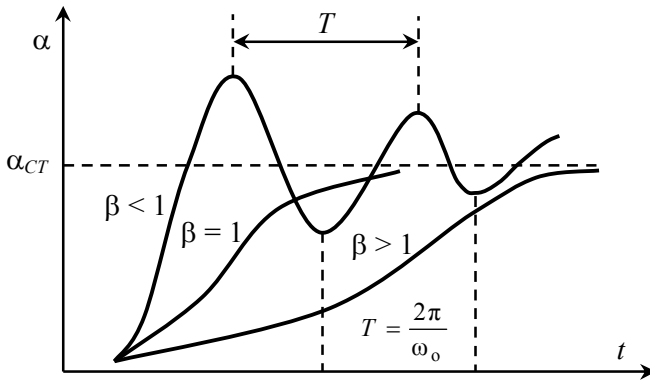
$$\omega_0 = \sqrt{w/J}; \quad \beta = P/(2 \cdot \sqrt{w/J}). \quad (2.17)$$

У залежності від значення  $\beta$  розглядають три характерні випадки встановлення стаціонарного значення кута відхилення рухомої частини  $BM$  (рис. 2.5):

$\beta < 1$  – коливний характер руху;

$\beta > 1$  – аперіодичний характер руху;

$\beta = 1$  – аперіодичний характер руху, режим заспокоєння критичний.



**Рис. 2.5.** Перехідні характеристики вимірювального механізму.

При подачі на вимірювальний механізм постійного струму або напруги виникає постійний обертовий момент, і рівновага рухомої частини настає за рівності обертового і протидійного моментів. Якщо ж на вимірювальний механізм діє струм або напруга, які змінюються з часом, то відхилення рухомої частини визначається не тільки миттєвими значеннями цих величин, але і швидкістю їх зміни.

При дії на вимірювальний механізм періодичних струмів або напруг обертовий момент також буде періодичною функцією напруги. Як відомо, періодичну функцію можна розкласти у ряд Фур'є, тобто подати у вигляді суми постійної складової і гармонічних функцій з частотами  $\omega_n = n\omega$ , де  $\omega$  – основна частота періодичної функції,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Викликає інтерес дослідження поведінки рухомої час-



тини для трьох характерних випадків відношення  $\eta = \omega/\omega_0$ , а саме:  $\eta \gg 1$ ;  $\eta = 1$ ;  $\eta \ll 1$ .

При  $\eta \gg 1$  відхилення рухомої частини визначається постійною складовою оберտального моменту. Так, наприклад, при дії сигналу з основною частотою  $\omega = 5\omega_0$  чутливість ВМ до першої гармоніки ( $n = 1$ ) приблизно у 25 разів менша чутливості до постійної складової, до другої – у 100 разів менша і т.д. Співвідношення  $\omega \gg \omega_0$  характерне для вимірювальних механізмів показувальних приладів – амперметрів, вольтметрів та ін. Тому вже на частоті 50 Гц можна вважати, що вимірювальний механізм реагує на постійну складову оберտального моменту.

Випадок  $\eta = 1$  відповідає роботі вібраційних гальванометрів. Змінюючи власну частоту рухомої частини вимірювального механізму, можна настроїти його у резонанс з частотою вимірюваної величини, значно підвищуючи чутливість приладу.

При  $\omega \ll \omega_0$  чутливість вимірювального механізму до змінних і постійної складових оберտального моменту практично рівні, і відхилення рухомої частини визначається миттєвим значенням оберտального моменту. У цьому випадку залежність  $\alpha(t)$  відслідковує функцію  $M_{об}(t)$ . У такому режимі працюють вимірювальні механізми реєструвальних приладів – світлопроменевих (електромеханічних) осцилографів і швидкісних самописних приладів, для чого частоту власних коливань їх рухомої частини роблять досить великою. В аналогічному режимі працюють показувальні вимірювальні прилади в діапазоні інфранизьких частот.

Встановлене відхилення рухомої частини вимірювального механізму визначається рівністю оберտального і протидійного моментів (рис. 2.6):

$$M_{об} = M_{np}, \quad (2.18)$$

тобто рівноважне значення  $\alpha$  визначається точкою перетину  $M_{об}(\alpha)$  і  $M_{np}(\alpha)$ .

При врахуванні моменту сил тертя в опорах рівновага рухомої частини вимірювального механізму настає за умови:

$$M_{об} = M_{np} \pm M_{mp}, \quad (2.19)$$

тому, як видно з рис. 2.6, має місце деяка невизначеність (варіація) відхилення рухомої частини.

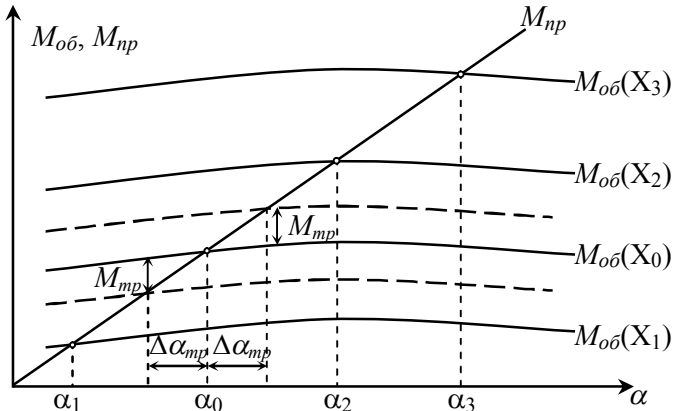
За умови малості  $M_{mp}$ , враховуючи (2.13) і (2.14), одержимо:

$$M_{об}(X, \alpha) = w \cdot \alpha, \quad (2.20)$$

або

$$\alpha = \frac{1}{w} M_{об}(X, \alpha) = \frac{1}{w} \frac{\partial W_{EM}(X, \alpha)}{\partial \alpha} \quad (2.21)$$

Залежність (2.21) носить назву *рівняння шкали* і є однією з основних характеристик приладу.



**Рис. 2.6.** Графіки залежностей протиідейного та обертального моментів при різних значеннях вхідної величини  $X = X_0, X_1, X_2, X_3$  від кута повороту рухомої частини.

**2.2.2. Загальні вузли електромеханічних вимірювальних механізмів.** Незалежно від призначення аналогового електровимірювального приладу і від різновидності вимірювального механізму, який використовується у ньому, будь-який прилад містить загальні для усіх аналогових приладів вузли і елементи. Це – *відліковий пристрій, пристрої для створення протиідейного і заспокоючого моментів, пристрій для встановлення рухомої частини.*

*Відлікові пристрої* служать для візуального визначення оператором (ОП) числового значення вимірюваної величини. Відліковий пристрій стрілкового приладу складається з стрілки, яка жорстко закріплена з рухомою частиною вимірювального механізму, і циферблату з нанесеною на його лицевий бік шкалою. *Шкала приладу* – це пластинка з нанесеними на неї поділками, які відповідають певним значенням вимірювальної величини. Відстань між двома сусідніми поділками називають *поділкою шкали*. *Ціна поділки* – це зміна вимірювальної речовини, яка викликає переміщення покажчика на одну поділку. Першу і останню поділки називають початковою і кінцевою. У вимірювальних приладах використовують легенької металеві стрілки з сплавів алюмінію. Кінець стрілки може мати списоподібну форму або вигляд ножа. Остання використовується у приладах з дзеркальним відліком. У відлікових пристроях високочутливих приладів

використовується світловий показчик, в якому кут повороту рухомої частини вимірювального механізму фіксується за зміною положення відбитого променя світла від прикріпленого до рухомої частини дзеркала.

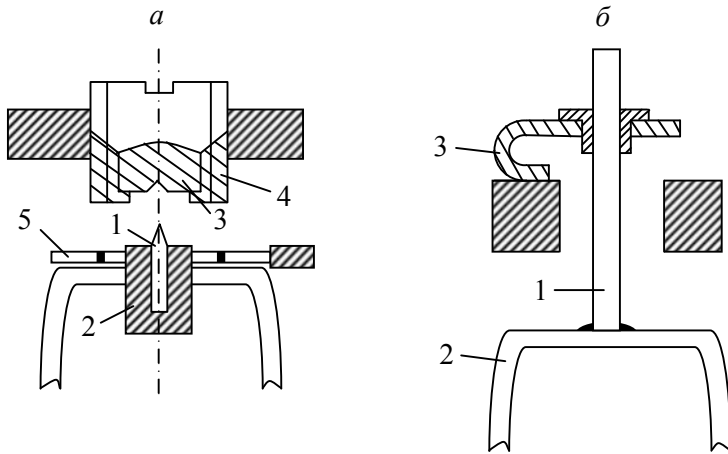


Рис. 2.7. Конструкції пристроїв для кріплення рухомої частини.

*Опора, розтяжка або підвіс.* Наявність рухомої частини у вимірювальному механізмі потребує використання спеціальних опорних пристроїв, які створюють якомога менший момент тертя. *Кріплення рухомої частини здійснюється за допомогою опор, розтяжок або підвісів.* У першому способі рухома частина кріпиться на осі або двох півосях. Кріплення на півосях характерне для механізмів з рухомою рамкою. Вісь встановлюється за допомогою опор (рис. 2.7, а). Типова конструкція опори складається з керна 1, запресованого у вісь 2, і під'ятника 3. Керни виготовляють із куска сталевий дротини, заточеної з однієї сторони на конус. Під'ятники мають вигляд циліндра з конічним заглибленням по осі. Здебільшого вони виготовляються з агату або корунду і завальцьовуються у регульовальний гвинт 4. Наявність гвинта дозволяє регулювати проміжок між керном і під'ятником і, таким чином, здійснювати точне встановлення рухомої частини. Між керном і під'ятником при русі виникає момент тертя  $M_{тер} = kN_r$ , напрямлений назустріч рухові, де  $k$  – коефіцієнт пропорційності,  $N_r$  – сила нормального тиску рухомої частини на під'ятник. Тому при збільшенні та зменшенні вимірюваної величини до одного й того ж значення  $X_0$  відхилення рухомої частини вимірювального механізму буде різним (рис. 2.6), а саме:

$$i \quad \alpha_1 = \alpha_0 - \Delta\alpha_{mp} \quad (2.22)$$

$$\alpha_2 = \alpha_0 + \Delta\alpha_{mp},$$

де  $\alpha_0$  – відхилення рухомої частини вимірювального механізму за відсутності тертя;  $\Delta\alpha_{mp}$  – похибка кута відхилення, зумовлена наявністю тертя в опорах. Ця різниця є причиною варіації відхилення рухомої частини вимірювального механізму (варіації показів приладів).

Більш досконалим є спосіб кріплення рухомої частини за допомогою розтяжок – двох пружних металевих стрічок, виготовлених з бронзи або спеціальних сплавів. Як показано на рис. 2.7, б, одним кінцем розтяжку закріплюють до рамки 2, другим – до плоских пружинок 3, які називаються ресорами, що створюють натяг і підтримують рухому частину механізму у робочому положенні. Використання розтяжок зменшує варіацію показів, при цьому також полегшується рухома частина вимірювального механізму, що сприяє підвищенню чутливості механізму, але, разом з тим, зменшується його стійкість до механічних вібрацій.

Кріплення рухомої частини на підвіс використовують у приладах високої чутливості – *гальванометрах*. Підвіс – тонка, пружна стрічка. Прилади, в яких використаний підвіс, потребують установки за рівнем, оскільки рухома частина висить вільно і відхилення положення приладу від вертикального може викликати її зіткнення з нерухомою частиною.

Для установки покажчика на потрібну позначку в електромеханічних приладах використовують *коректор*. Коректор містить гвинт, закріплений на корпусі приладу, повертаючи який можна закручувати пружинки, розтяжки або підвіс і тим самим повертати рухому частину приладу і виставляти покажчик на потрібну позначку.

Деякі прилади містять *аретир – пристрій, який заторможує рухому частину приладу*.

### 2.3. МОМЕНТ ЗАСПОКОЄННЯ. ЧАС ЗАСПОКОЄННЯ. ЗАСПОКОЮВАЧІ

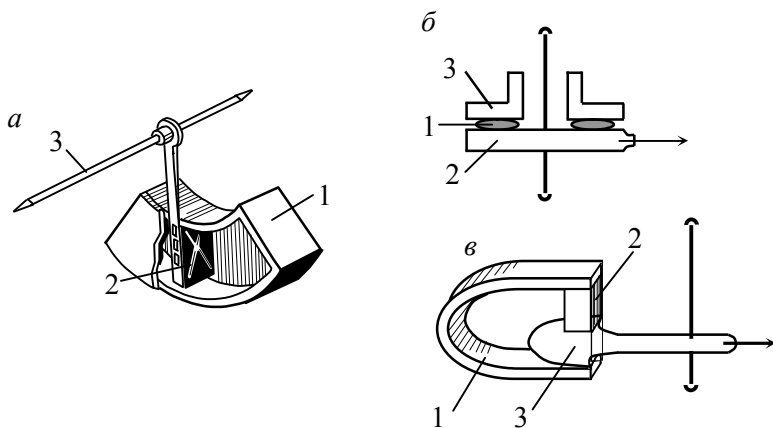
Вище уже відмічалось, що під дією обертального і протидійного моментів рухома частина електровимірювального приладу відхиляється, і, при рівності цих моментів, вона встановлюється нерухомо. Проте зовсім не байдуже, як відбувається рух рухомої частини до рівноваги (встановленого відхилення) і який необхідний час (починаючи від моменту вмикання вимірювального механізму) для досягнення цієї рівноваги.

Якщо не вжити спеціальних мір, то рухома частина буде, подібно до маятника, здійснювати коливання навколо положення рівноваги, бо, накопичуючи кінетичну енергію при русі від нульового положення до положення рівноваги, рухома частина перейде по інерції це положення і буде продовжувати повертатися до тих пір, поки її кінетична енергія повністю не перейде у потенціальну енергію закрученої пружинки. Пружинка, закручена таким чином на кут більший, ніж

кут, який відповідає рівновазі, і яка має, таким чином, протидійний момент більший, ніж обертальний, заставить рухома частину рухатися у зворотному напрямку. При цьому зворотному русі рухома частина знову перейде положення рівноваги і т.д.

Процес згасання коливань може бути досить тривалим внаслідок того, що втрата кінетичної енергії буде викликана тільки тертям в опорах і в повітря. Для прискорення процесу згасання коливань рухомої частини вимірювального механізму використовується спеціальний пристрій рухомої частини, що створює момент заспокоєння, який напрямлений назустріч рухові і пропорційний (у першому наближенні) кутовій швидкості рухомої частини.

Теоретично повне згасання наступить лише через нескінченний час. Однак практично нас цікавить час до того моменту, коли амплітуда коливань стає не більшою, ніж похибка приладу, тобто коли уже можна провести відлік вимірюваної величини. Цей час називається *часом заспокоєння* і не повинен перевищувати 4 с для приладів усіх класів точності. З метою зменшення часу згасання використовують заспокоювачі.



**Рис. 2.8.** Типи заспокоювачів: *a* – повітряний; *б* – рідинний; *в* – магнітоіндукційний.

В електромеханічних приладах використовуються заспокоювачі трьох типів: *магнітоіндукційні, повітряні та рідинні*.

Повітряний заспокоювач (рис. 2.8, *a*) використовується, головним чином, у приладах старих розробок, у яких рухома частина закріплена на осі, до якої прикріплені також протидійні пружини. Цей тип заспокоювачів має конструкцію у вигляді закритої камери 1, всередині якої водночас з рухомою частиною переміщується легеньке алюмінієве крилечко 2, яке жорстко закріплене на осі 3 вимірювального ме-

ханізму. Між рухомим крилечком (поршнем) і стінками нерухої камери (циліндра) є невелика щілина, тому при переміщенні крилечка підвищується тиск повітря в одній частині камери і зменшується в другій і тим самим створюється гальмівне зусилля.

Рідинне заспокоєння досягається тим, що рухому частину вимірювального механізму або її окремі деталі вміщують у в'язку рідину (рис. 2.8, б). При коливаннях рухої частини вимірювального механізму у в'язкій рідині разом з ним коливається і шар рідини, який безпосередньо прилягає до поверхні деталей, тоді як більш віддалені шари залишаються у спокої. Завдяки наявності градієнту швидкості між різними шарами рідини виникає тертя, на яке витрачається небажана кінетична енергія коливань нерухої частини, тобто утворюється необхідне заспокоєння.

Рідинне заспокоєння створюється різними конструктивними способами, вибір яких визначається необхідним ступенем заспокоєння, призначенням і конструкцією вимірювального механізму, умовами експлуатації та іншими чинниками.

В осцилографічних гальванометрах з рідинним заспокоєнням у рідину вміщують або всю рухому частину, або тільки частину розтяжки. У деяких електромагнітних приладах рідинний заспокоювач представляє собою два диски (один рухається разом з рухою частиною, другий – нерухомий) з отворами у центрі для розтяжки. Поверхні дисків старанно полірують і розміщують один відносно одного на відстані 0,1 мм. Проміжок між дисками заповнюється рідиною.

Слід відмітити, що рідинне заспокоєння має певні переваги над іншими способами заспокоєння. Одна з головних його переваг полягає у тому, що рідинне заспокоєння чинить гальмівну дію при рухові рухої частини у всіх напрямках, що використовується для підвищення вібростійкості ряду приладів.

*Магнітоіндукційний заспокоювач* (рис. 2.8, в) складається з нерухомого постійного магніту 1 з магнітопроводом 2 і рухої пластинки 3, виготовленої з ферромагнітного провідного матеріалу (алюмінію), жорстко закріпленої на осі. Оскільки пластинка перебуває у постійному магнітному полі, тому при русі у ній індукуються вихрові струми. Сили, які протидіють рухові, створюються, згідно з правилом Ленца, в результаті взаємодії того ж магнітного поля з вихровими струмами. Електрорушійна сила  $\mathcal{E}$ , яка наводиться у рухомому секторі при його переміщенні у полі постійного магніту, рівна:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = -\Phi \frac{d\alpha}{dt}, \quad (2.23)$$

де  $\Phi$  – магнітний потік,  $\frac{d\alpha}{dt}$  – швидкість кутового переміщення пластинки.

тинки. Вихровий струм  $I_c = \frac{\mathcal{E}}{R_c}$ , який при цьому виникає у пластинці

з опором  $R_c$ , взаємодіє з магнітним потоком  $\Phi$ , у результаті чого виникає момент заспокоєння:

$$M_{засп} = K \cdot \Phi \cdot I_c = K \cdot \Phi^2 \frac{1}{R_c} \frac{d\alpha}{dt} = P \frac{d\alpha}{dt}, \quad (2.24)$$

де  $P = K \frac{\Phi^2}{R_c}$  – коефіцієнт заспокоєння,  $K$  – сталий коефіцієнт.

Магнітоіндукційні заспокоювачі конструктивно більш прості, ніж повітряні, зручні в регулюванні, але використовуються тільки у тих випадках, коли поле постійного магніту не впливає на покази приладу.

#### 2.4. ВИМІРЮВАЛЬНІ МЕХАНІЗМИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПРИЛАДІВ ТА ЇХ ВИКОРИСТАННЯ

У залежності від конструктивних принципів, тобто від того, яке фізичне явище покладено в основу створення обертального моменту, або, іншими словами, від способу перетворення електромагнітної енергії, яку підводять до приладу, у механічну енергію переміщення рухомої частини, електромеханічні прилади поділяються на такі основні системи:

1) магнітоелектричну, засновану на взаємодії рамки зі струмом з полем постійних магнітів;

2) електромагнітну, засновану на взаємодії феромагнітного осердя з магнітним полем нерухомої котушки, по якій протікає струм;

3) електродинамічну, в якій використовуються сили взаємодії між рухомою і нерухомою котушками зі струмом;

4) феродинамічну, робота якої базується на взаємодії рамки з струмом з полем електромагніту;

5) електростатичну, в якій використовується сила взаємодії між рухомим і нерухомим електродами при прикладанні до них різниці потенціалів;





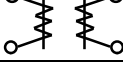





6) індукційну, робота якої заснована на взаємодії змінних магнітних полів, які створюються нерухомими котушками, з струмами, індукованими цими полями у рухомій частині вимірювального механізму.

На шкалі кожного електровимірювального приладу вказані його система, клас точності, внутрішній опір, категорія захищеності від впливу зовнішніх магнітних і електричних полів, робоче положення приладу, тип струму тощо (табл. 2.1).









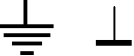

**2.4.1. Магнітоелектричні вимірювальні механізми.** Обертальний момент у вимірювальному механізмі магнітоелектричних прила-

дів виникає в результаті взаємодії магнітного поля постійного магніту і магнітного поля котушки з струмом.

**Табл. 2.1.** Умовні позначення, що наносяться на аналогові електромеханічні вимірювальні прилади.

Назва	Умовні позначення
Прилад магнітоелектричний з рухомою рамкою	
Прилад магнітоелектричний з випрямлячем	
Логометр магнітоелектричний	
Прилад електромагнітний	
Логометр електромагнітний	
Прилад електродинамічний	
Логометр електродинамічний	
Прилад феродинамічний	
Логометр феродинамічний	
Прилад індукційний	
Прилад електростатичний	
Струм постійний	—
Струм змінний (однофазний)	~
Струм постійний і змінний	—~



Струм трифазний змінний	
Робоче положення приладу горизонтальне	
Робоче положення приладу вертикальне	
Робоче положення приладу під певним кутом до горизонту (наприклад, 60°)	
Клас точності приладу, наприклад, 1,5	1,5  
Вимірювальне коло ізольоване від корпусу і випробуване напругою (наприклад, у 2 кВ)	
Спільний затискач (для багатомежних і комбінованих приладів)	
Затискач для заземлення	
Коректор	

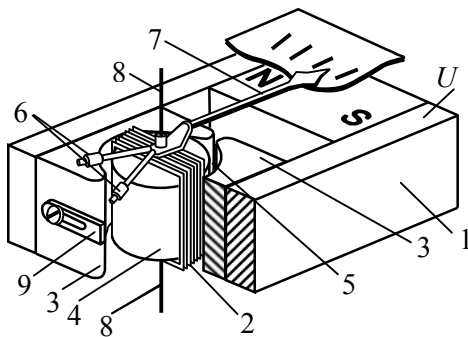
Використовують як вимірювальні механізми з рухомою котушкою і нерухомим магнітом, так і вимірювальні механізми з нерухомою котушкою і рухомим магнітом. Найбільш розповсюджений вимірювальний механізм з рухомою котушкою.

Будову магнітоелектричного вимірювального механізму ілюструє рис. 2.9. Рухомою частиною є котушка 2, яка складається із легкого прямокутного алюмінієвого каркасу, на якому намотано обмотку з мідного або алюмінієвого ізолюваного дроту ( $d = 0,02\text{--}0,2$  мм). Котушка закріплена на кернях і розташована у вузькому проміжку 5 між магнітопроводом 3 з полюсними наконечниками і осердям 4. Магнітне поле створюється постійним магнітом 1: силові лінії магнітного поля, замикаючись через полюсні наконечники і осердя, проходять у повітряному проміжку 5 у радіальному напрямку, створюючи у проміжку радіально напрямлене поле. Постійний магніт виготовляють з високоякісних нікель-алюміній-кобальтових сталей з великою питомою магнітною енергією, що дозволяє отримати у проміжку магнітну індукцію  $0,2\text{--}0,3$  Тл. Інші частини магнітопроводу виготовляються з магнітом'яких сталей.

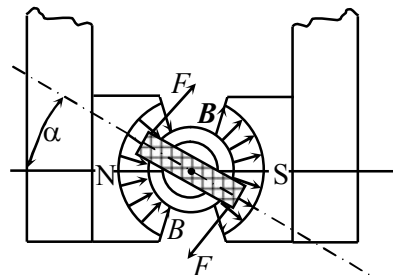
Вимірюваний струм підводиться до рамки 2 через дві пружинки, виготовлені із фосфористої бронзи (немагнітний матеріал), які водночас служать для створення протидійного моменту  $M_{np}$  і які повер-

тають стрілку 7 у нульове положення за відсутності струму в рамці. На осі 8 рамки жорстко закріплена стрілка, яка переміщується над шкалою. Для зрівноваження рухомої частини служать тягарці 6. Цифрою 9 позначений коректор.

Розглянемо принцип дії магнітоелектричних вимірювальних механізмів. На рис. 2.10 показана рухома рамка вимірювального механізму, яка знаходиться у радіальному магнітному полі. При протіканні постійного струму  $I$  по обмотці рамки на неї діє пара сил  $F$ , які намагаються повернути рамку так, щоб її площина стала перпендикулярною до напрямку магнітних силових ліній. Коли обертальний і протидійний моменти зрівнюються, рухома частина вимірювального механізму зупиниться. Для одержання залежності між кутом відхилення і силою струму в рамці скористаємось основними положеннями, викладеними у п. 2.2.



**Рис. 2.9.** Магнітоелектричний механізм із зовнішнім магнітом.



**Рис. 2.10.** Рухома котушка в радіальному магнітному полі.

Щодо нашого випадку вираз (2.13) для обертального моменту набуває вигляду:

$$M_{об} = \frac{dW_{ем}}{d\alpha} = d(\Phi \cdot I)/d\alpha, \quad (2.25)$$

де  $\Phi$  – потік, зчеплений з обмоткою рамки;  $I$  – струм в обмотці рамки. Величина  $\Phi$  може бути обчислена як добуток індукції  $B$  у повітряному зазорі, числа витків  $n$  обмотки і суми площі двох бокових поверхонь, які описують активні сторони рухомої котушки при її повертанні на кут  $\alpha$  від нейтрального положення.

У відповідності з рис. 2.10 активними сторонами обмотки рамки є сторони, розташовані у площині, перпендикулярній рисунку. Сторони рамки, які знаходяться у площині рисунка, при своєму русі ковзають вздовж силових ліній, не пересікаючи їх, і тому не беруть участі у створенні обертального моменту.

Отже:

$$\Phi = 2B \cdot r \cdot l \cdot n \cdot \alpha, \quad (2.26)$$

де  $r$  – радіус рамки,  $l$  – довжина рамки,  $\alpha$  – кут повороту рамки від нейтрального положення. Позначивши площу котушки через  $S$ , можна записати:

$$\Phi = B \cdot S \cdot n \cdot \alpha. \quad (2.27)$$

Підставляючи цей вираз у формулу (2.25) і диференціюючи його, одержимо:

$$M_{об} = B \cdot S \cdot n \cdot I. \quad (2.28)$$

Оскільки протидійний момент створюється пружинками, то можна скористатися формулою (2.14) і для режиму встановленого відхилення написати:

$$B \cdot S \cdot n \cdot I = w \cdot \alpha \quad (2.29)$$

Звідси

$$\alpha = \frac{B \cdot S \cdot n}{w} \cdot I. \quad (2.30)$$

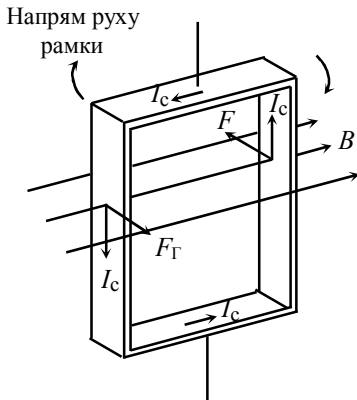
Останній вираз є нічим іншим, як *рівнянням шкали* приладів магнітоелектричної системи, тобто залежністю кута повороту рухомої частини приладу від вимірюваної величини струму  $I$ .

Якщо по котушці протікає синусоїдальний струм ( $I = I_0 \sin \omega t$ ), то обертальний момент  $M_{об} = B \cdot S \cdot n \cdot I_0 \cdot \sin \omega t$ . При цьому робота механізму залежить від співвідношення власної частоти вимірювального механізму  $\omega_0$  та частоти струму  $\omega$ . У вимірювальних механізмах магнітоелектричних амперметрів, вольтметрів, омметрів період власних (вільних) коливань рухомої частини становить приблизно одну секунду ( $\omega_0 = 6,28 \text{ с}^{-1}$ ). Отже, відхилення рухомої частини вимірювального механізму при частоті струму більшій 10 Гц практично дорівнює нулю. У діапазоні частот від 0 до 1 Гц рухома частина коливається з частотою вхідного струму, отже, такі вимірювальні механізми використовують тільки у колах постійного струму.

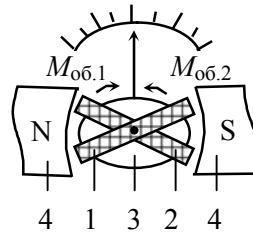
Із виразу (2.30) видно, що відхилення рухомої частини зростає лінійно із збільшенням струму у рамці. Отже, *шкала* приладів магнітоелектричної системи *лінійна (рівномірна)*. У магнітоелектричному вимірювальному механізмі використовується заспокоювач магнітоіндукційного типу. Спеціального пристрою для цього не потрібно, оскільки при русі рухомої частини змінюється магнітний потік, який пронизує каркас (рис. 2.11), і у ньому наводиться ЕРС. Ця ЕРС викликає появу в каркасі струму  $I_c$ , взаємодія якого з полем магніту створює гальмівну силу  $F_{Г}$ , яка забезпечує швидке заспокоєння.

*Перевагами магнітоелектричних вимірювальних механізмів є:* висока чутливість (*ВМ* має значне власне магнітне поле, тому навіть при малих струмах створюється достатній обертальний момент); ве-

лика точність (найвищий клас точності 0,05); мала власна споживана потужність; малий вплив зовнішніх магнітних полів завдяки сильному власному магнітному полю; пряма пропорційність між струмом в обмотці рамки і кутом відхилення (тобто рівномірність шкали); швидке заспокоєння.



**Рис. 2.11.** Одержання гальмівного моменту.



**Рис. 2.12.** Будова вимірювального механізму магнітоелектричного логометра.

*Недоліками магнітоелектричних вимірювальних механізмів є:* складність конструкції, висока вартість, чутливість до перевантажень, зумовлена перегрівом пружини і зміною її пружних властивостей, температурні впливи на точність вимірювання, придатність для вимірювання тільки у колах постійного струму.

На базі вимірювальних механізмів цієї системи з використанням шунтів і додаткових опорів випускаються амперметри та вольтметри постійного струму з межами вимірювань від одиниць ампер до кілоампер і від долей мілівольта до кіловольт, гальванометри постійного струму, які використовують як нуль індикатори, а також для вимірювання малих струмів і напруг, осцилографічні гальванометри світлочутливих осцилографів, омметри, прилади для вимірювання магнітних і неелектричних величин.

На базі вимірювальних механізмів магнітоелектричної системи виготовляють *гальванометри* – прилади з неградуйованою шкалою, які мають високу чутливість до струму і напруги. Гальванометри широко використовують як нуль-індикатори, а також для вимірювання малих струмів, напруг і кількості електрики. Гальванометри, які призначені для вимірювання кількості електрики та імпульсу струму і які відрізняються малим моментом інерції, називають *балістичними*.

Висока чутливість гальванометрів досягається, головним чином, завдяки зменшенню протидійного моменту і використанню світлового покажчика з великою відстанню між дзеркалом і шкалою.

Зменшення маси рухомої частини і використання для її кріплення розтяжок або підвісів сприяє збільшенню чутливості вимірювального механізму, яка досягає значення порядку  $10^{-10}$  А/под.

Гальванометри бувають переносні і стаціонарні. Переносні гальванометри мають вбудовану шкалу. У стаціонарних гальванометрів шкалу встановлюють на деякій відстані від приладу. Чутливість стаціонарного гальванометра залежить від відстані між дзеркальцем гальванометра і шкалою. Прийнято виражати чутливість і сталу стаціонарного гальванометра для відстані, рівній 1 м, наприклад,  $C_1 = 1,2 \cdot 10^{-6}$  А·м/мм. Для переносних гальванометрів вказують сталу гальванометра або ціну поділки, наприклад, 1 поділка –  $0,5 \cdot 10^{-6}$  А.

У переносних магнітоелектричних гальванометрах рухома частина підвішується на розтяжках, а в стаціонарних – на підвісі.

Зазвичай гальванометр має коректор для встановлення нульового положення покажчика.

Гальванометри з рухомою частиною на підвісі забезпечені аретиром для фіксації рухомої частини, наприклад, при перенесенні приладу. Заспокоювачі у гальванометрах – магнітоіндукційні рамочні.

Використовуються також логометричні магнітоелектричні механізми (рис. 2.12), в яких у полі постійного магніту знаходяться рухома частина із двох рамок 1 і 2, жорстко закріплені на осі. Пружини для створення механічного протидійного моменту не ставляться, а струми до обмоток підводяться за допомогою безмоментних струмопроводів, які виготовляють у вигляді тонких непружних металевих стрічок. Створені ними протидійні моменти досить малі, і їх можна не враховувати. При цьому на рамки діють моменти сил, напрямлені у протилежні сторони (один можна вважати обертальним, а другий — протидійним). Форма осердя 3 і полюсних наконечників 4 вибирається так, щоб індукція у зазорі була нерівномірною і напрямленою нерадіально. З цією метою осердя може бути виготовлене, наприклад, з еліпсоїдальним перерізом. Індукція у місцях розташування активних сторін рамок відповідно дорівнює  $B_1 = f_1(\alpha)$  і  $B_2 = f_2(\alpha)$ . Тоді, враховуючи (2.25), моменти, які діють на рухома частини, рівні:

$$M_{061} = B_1 \cdot S_1 \cdot n_1 \cdot I_1 = f_1(\alpha) S_1 \cdot n_1 \cdot I_1 = F_1(\alpha) I_1, \quad (2.31)$$

$$M_{062} = B_2 \cdot S_2 \cdot n_2 \cdot I_2 = f_2(\alpha) S_2 \cdot n_2 \cdot I_2 = F_2(\alpha) \cdot I_2. \quad (2.32)$$

При встановленому відхиленні рухомої частини:

$$M_{061} = M_{062}, \quad (2.33)$$

або

$$I_1 \cdot F_1(\alpha) = I_2 F_2(\alpha). \quad (2.34)$$

Тоді

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{F_2(\alpha)}{F_1(\alpha)} = F_3(\alpha), \quad (2.35)$$

звідси

$$\alpha = F(I_1/I_2). \quad (2.36)$$

Таким чином, логометр магнітоелектричної системи дає можливість вимірювати відношення струмів, які протікають в обмотках рамок.

Різновидом магнітоелектричних  $BM$  є механізми з рухомих постійним магнітом та нерухомою котушкою. Виконані на їх базі вібраційні гальванометри мають малоінерційну рухома частину (рухомий магніт), значний протидійний момент і призначені для індикації дуже малих змінних струмів та напруг при низьких частотах. Висока чутливість забезпечується роботою  $BM$  в режимі резонансу переважно при  $\nu_0 = 50$  Гц. Під впливом змінного магнітного поля, створеного при протіканні крізь котушку вимірюваного змінного струму, рухома частина буде коливатись з частотою вимірюваного струму:

$$\alpha_{\text{вг}} = kI_m \sin(\omega t + \varphi).$$

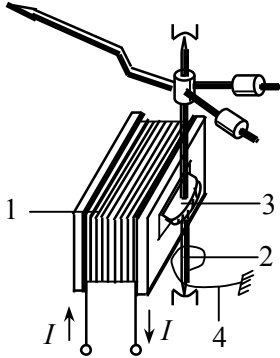
Сьогодні вібраційні гальванометри практично повністю витіснені значно чутливішими і зручнішими в користуванні електронними індикаторами.

**2.4.2. Електромагнітні вимірювальні механізми.** *Обертальний момент в електромагнітних вимірювальних механізмах виникає у результаті взаємодії магнітного поля, створеного нерухомою котушкою, в обмотці якої протікає вимірюваний струм, з одним або декількома феромагнітними осердями, ексцентрично закріпленими на осі. Найбільш поширеними є механізми з плоскою котушкою, з круглою котушкою і замкнутим магнітопроводом.*

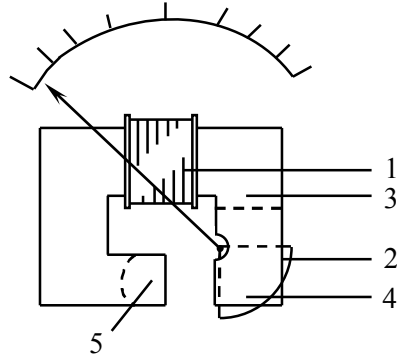
На рис. 2.13 показано вимірювальний механізм з плоскою котушкою. Нерухома котушка 1, намотана мідним проводом, має вузький щілиновидний зазор, в який входить ексцентрично закріплене на осі 2 осердя 3. Матеріал осердя повинен мати високу магнітну проникність, що сприяє збільшенню обертального моменту при заданій величині споживаної потужності приладом, і мінімальне значення коерцитивної сили для зменшення похибки від гістерезису. Здебільшого матеріалом осердя у щитових приладах служить електротехнічна сталь, а у точних переносних приладах – пермалой.

За наявності струму в котушці осердя намагається розташуватися в положенні з найбільшою напруженістю поля, тобто втягується в зазор котушки. При цьому закручуються пружинки 4, внаслідок чого виникає протидійний момент. Для заспокоєння руху рухомої частини в електромагнітних вимірювальних механізмах використовують як повітряні, так і магнітоіндукційні заспокоювачі.

Механізми з замкнутим магнітопроводом (рис. 2.14) є більш сучасними. Котушка 1 розташована на нерухомому магнітопроводі 3 з двома парами полюсних наконечників 4 і 5. Магнітопровід і полюсні наконечники виконані з магнітот'якого матеріалу. Рухоме осердя 2 з магнітот'якої сталі або пермалюю, закріплене на розтяжках, може переміщуватися у зазорі між полюсними наконечниками. Використовують рідинний заспокоювач.



**Рис. 2.13.** Електромагнітний вимірювальний механізм з плоскою котушкою.



**Рис. 2.14.** Електромагнітний механізм із замкнутим магнітопроводом.

При протіканні струму через котушку 1 (рис.2.13) виникає магнітне поле, яке, діючи на рухоме осердя 3, розташовує його так, щоб енергія поля була максимальною. Енергія магнітного поля електромагнітного механізму, який містить котушку зі струмом  $I$ , рівна:

$$W_{em} = \frac{LI^2}{2}, \quad (2.37)$$

де  $L$  – індуктивність котушки,  $I$  – струм в обмотці котушки.

При протіканні постійного струму обертальний момент описується виразом:

$$M_{об} = \frac{dW_{em}}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2} LI^2 \right) = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (2.38)$$

Якщо протидійний момент створюється за допомогою пружних елементів (пружин або розтяжок), то для режиму усталеного відхилення електромагнітного приладу на постійному струмі можна записати:

$$\frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha} = w \cdot \alpha, \quad (2.39)$$

звідси можна отримати вираз для кута відхилення рухомої частини:

$$\alpha = \frac{1}{2w} I^2 \frac{dL}{d\alpha}. \quad (2.40)$$

Очевидно, що напрямок відхилення покажчика не залежить від полярності увімкнення протікання вимірюваної величини струму, оскільки струм входить у цей вираз у другій степені.

Якщо в обмотці котушки протікає змінний струм  $I = I_0 \sin \omega t$ , то миттєвий обертальний момент визначають за виразом:

$$M_t = \frac{1}{4} \frac{dL}{d\alpha} I_0^2 (1 - \cos 2\omega t). \quad (2.41)$$

Як видно із виразу (2.41), обертальний момент має постійну і гармонічну складові. Відхилення рухомої частини електромагнітного вимірювального механізму при роботі його в колі змінного струму промислової і більш високої частоти визначається постійною складовою моменту, яка може бути записана у такому вигляді:

$$M = \frac{1}{T} \int_0^T M_t dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} I_{\text{ef}}^2, \quad (2.42)$$

де  $I_{\text{ef}}$  – ефективне (діюче) значення струму в обмотці котушки.

Із виразу (2.42) впливає наступне:

1. Знак кута відхилення рухомої частини не залежить від напрямку струму в обмотці. Це означає, що прилади електромагнітної системи можуть бути використані для вимірювання як у колах постійного, так і змінного струмів (приблизно до 10 кГц). У колах змінного струму вони вимірюють дійсні значення струму (або напруги).

2. Шкала приладів електромагнітної системи нерівномірна, тобто між вимірюваною величиною (струмом, напругою) і кутом відхилення немає лінійної залежності. Характер шкали залежить від множника  $dL/d\alpha$ , тобто від закону зміни індуктивності із зміною кута повороту сердечника і від квадрату струму в котушці. Вибором форми осердя та його розташуванням відносно котушки, можна отримати практично рівномірну шкалу, починаючи з 20–25 % верхньої межі вимірюваної величини.

Покази електромагнітних вимірювальних приладів для постійного струму різняться при наростаючих та спадаючих значеннях струму. Ця різниця зумовлена втратами на гістерезис і у приладів, механізми яких мають осердя з електротехнічної сталі, складає 2–3% від вимірюваної величини. У приладів з механізмами, які мають осердя із пермалоя, цією різницею можна нехтувати.

При роботі електромагнітних механізмів на змінному струмі в оточуючих металевих частинах і осерді виникають вихрові струми,



які розмагнічують осердя. В результаті цього покази для змінного струму дещо менші, ніж для постійного. Вказана різниця збільшується із зростанням частоти, однак, на частоті  $\nu = 50$  Гц вона досить мала. Магнітне поле в електромагнітних механізмах без магнітопроводів, яке замикається через повітря, невелике. Тому зовнішнє магнітне поле істотно впливає на покази приладів з такими механізмами. Для зменшення впливу зовнішніх магнітних полів використовують екранування і астатичні конструкції.

При екрануванні магнітного поля вимірювальний механізм розташовують всередині замкнутого феромагнітного кожуха з досить великою магнітною сприйнятливістю. Такий кожух має екрануючу дію і частково слугує магнітопроводом, через який замикається магнітний потік котушки. Для покращення екрануючої дії використовують два або кілька екранів.

В астатичному механізмі, який використовують у переносних приладах, на осі рухомої частини закріплені два однакові осердя. Кожне із осердь розміщують в магнітному полі однієї з котушок, які з'єднують між собою послідовно. Котушки намотані так, що їх магнітні поля, які мають ідентичні характеристики і конфігурації, направлені в протилежні сторони. На рухому частину діє сума двох моментів, кожен з яких створюється одним з осердь і діючою на нього котушкою. Тому при дії на такий механізм зовнішнього однорідного поля один з моментів, для якого напрямки власного і зовнішнього магнітних полів співпадають, збільшується, а другий – зменшується. Сумарний момент, а отже, і покази приладу не змінюються. Недоліками астатичного вимірювального механізму є ускладнення і зростання вартості конструкції, а також те, що даний спосіб виключає дію тільки однорідних полів. У механізмах з магнітопроводом власне магнітне поле сильне, тому екранувати прилади з такими механізмами немає потреби.

*Недоліками електромагнітних механізмів є:* нерівномірна шкала, вплив зовнішніх магнітних полів на механізми без магнітопроводу, велика власна споживана потужність, мала точність і низька чутливість.

*Переваги електромагнітних механізмів:* придатність для роботи у колах з постійним і змінним струмами, стійкість до перевантажень, простота конструкції і, як наслідок, дешевизна і надійність у роботі.

Завдяки відміченим перевагам електромагнітні механізми використовують у щитових амперметрах і вольтметрах класу 1.0 і більш низьких класів для вимірювання у колах переносних багатомежних приладів класу точності 0,5.

Широке використання у колах змінного струму знаходять також дво- і тримomentні *логометричні механізми*. Двоментний електромагнітний логометр складається з двох нерухомих котушок і двох феромагнітних осердь, закріплених на одній осі. Котушки з струмами

і осердя закріплені так, що при збільшенні кута повороту  $i$ , отже, при зміні положення осердь відносно котушок індуктивність однієї котушки зростає, а другої – зменшується. Тому похідні  $dL_1/d\alpha$  і  $dL_2/d\alpha$  мають різні знаки, а обертальні моменти, які діють на осердя, направлені у протилежні сторони. Тоді для статичної рівноваги ( $M_{061} = -M_{062}$ ) за умови, що магнітний зв'язок між котушками відсутній, маємо:

$$\frac{1}{2} I_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} = \frac{1}{2} I_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha}, \quad (2.43)$$

звідки

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{dL_2/d\alpha}{dL_1/d\alpha}, \quad (2.44)$$

або

$$I_1/I_2 = f(\alpha). \quad (2.45)$$

Крім описаного двоментного логометра існують різні конструкції триментних логометричних механізмів електромагнітної системи. Характерним для них є наявність змінного магнітного зв'язку між котушками.

Електромагнітні логометричні механізми використовують у фазометрах.

**2.4.3. Електродинамічні та феродинамічні вимірювальні механізми.** *Обертальний момент в електродинамічних і феродинамічних вимірювальних механізмах виникає в результаті взаємодії магнітних полів нерухомої і рухомої котушок із струмами.*

*Електродинамічний вимірювальний механізм (рис. 2.15) має дві послідовно з'єднані нерухомі котушки 1, розділені повітряним зазором і рухому котушку 2. Рухома котушка закріплена на осі або розтяжках, може повертатись всередині нерухомих. Струм до рухомої котушки підводиться через пружинки 3, які водночас служать для створення протидійного моменту. При протіканні в обмотках котушок струмів  $I_1$  і  $I_2$  виникають електромагнітні сили, які стараються так повернути рухому частину, щоб магнітні потоки рухомої і нерухомої котушок співпали.*

Нерухомі та рухома котушки механізму (здебільшого безкаркасні) мають круглу або прямокутну форму і виготовляють їх з мідного або алюмінієвого проводу.

Енергія магнітного поля двох котушок з струмами  $I_1$  і  $I_2$ :

$$W_{em} = \frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 + L_{1,2} \cdot I_1 \cdot I_2, \quad (2.46)$$

де  $L_1$  і  $L_2$  – індуктивності котушок,  $L_{1,2}$  – взаємоіндуктивність нерухомих і рухомої котушок. Оскільки індуктивності  $L_1$  і  $L_2$  не залежать від кута повороту рухомої частини, то обертальний момент:

$$M_{об} = \frac{dW_{ем}}{d\alpha} = I_1 \cdot I_2 \frac{dL_{1,2}}{d\alpha}. \quad (2.47)$$

При протіканні по котушках змінних струмів  $I_1 = I_{01} \sin \omega t$  та  $I_2 = I_{02} \sin(\omega t + \varphi)$  миттєвий обертальний момент:

$$M_t = \frac{1}{2} \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} I_{01} \cdot I_{02} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]. \quad (2.48)$$

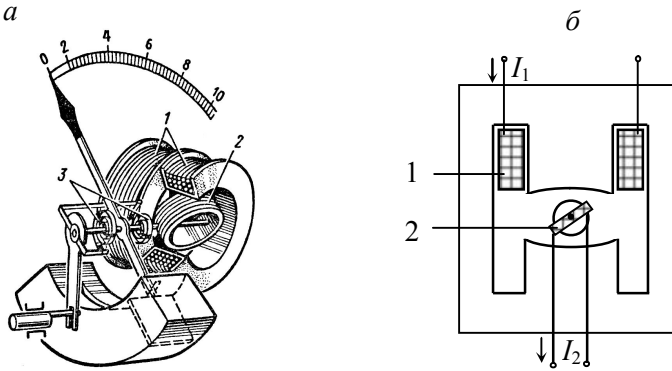


Рис. 2.15. Вимірювальні механізми електродинамічної (а) і феродинамічної (б) систем.

Як бачимо, обертальний момент має постійну і гармонічну складові. Відхилення рухомої частини механізму при роботі його в колі змінного струму промислової і більш високої частот визначається постійною складовою моменту:

$$M_{об.сер.} = \frac{1}{T} \int_0^T M_t \cdot dt = \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T I_1 \cdot I_2 \cdot dt =$$

$$= \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T I_{01} \cdot I_{02} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} I_1 \cdot I_2 \cos \varphi, \quad (2.49)$$

де  $I_1$  і  $I_2$  – діючі (ефективні) значення струмів,  $\varphi$  – кут зсуву фаз між струмами у котушках.

Якщо протидійний момент створюється пружними елементами, то при постійних струмах  $I_1$  і  $I_2$  кут відхилення рухомої частини:

$$\alpha = \frac{1}{w} \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} I_1 \cdot I_2. \quad (2.50)$$

При змінних струмах:

$$\alpha = \frac{1}{w} \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} I_{1\text{еф}} \cdot I_{2\text{еф}} \cdot \cos\varphi . \quad (2.51)$$

З останнього виразу випливає, що відхилення стрілки приладів електродинамічної системи пропорційне добутку струмів у його обмотках і куту зсуву фаз між ними. Ця особливість дозволяє створювати на основі електродинамічних приладів не тільки амперметри і вольтметри, але і засоби вимірювань інших фізичних величин.

*Основними перевагами приладів електродинамічної системи є:* можливість їх використання як у колах постійного струму, так і в колах змінного струму до частот порядку 10 кГц, висока точність і стабільність показів.

*До недоліків слід віднести:* сильний вплив зовнішніх магнітних полів на покази приладів, невисока чутливість, велика власна споживана потужність, чутливість до перевантажень по струму, складність конструкції.

*Феродинамічний вимірювальний механізм* відрізняється від електродинамічного механізму тим, що його нерухомі котушки мають магнітопровід із магнітним матеріалом, який дозволяє істотно збільшувати магнітний потік, а отже, і обертальний момент.

Загальні вирази обертального моменту, отримані для електродинамічного механізму (2.47) і (2.49), залишаються в основному справедливими і для феродинамічного механізму. Однак необхідно врахувати, що  $M_{об}$  створюється внаслідок взаємодії магнітної індукції  $B$ , у зазорі магнітопроводу і магнітного поля струму  $I_2$  в рухомій котушці. Тому:

$$M_{об} = C(\alpha) \cdot B_1 \cdot I_2 \cdot \cos\left(\hat{B}_1, I_2\right), \quad (2.52)$$

де  $C(\alpha)$  – коефіцієнт, який визначається конструктивними параметрами вимірювального механізму.

Оскільки при роботі механізму використовується лінійна ділянка кривої намагнічування матеріалу магнітопроводу, то індукція  $B_1$  пропорційна струму  $I_1$ , а кут зсуву фаз між  $B_1$  і  $I_1$ , зумовлений втратами в матеріалі магнітопроводу, дуже малий і ним можна знехтувати. За таких умов обертальний момент

$$M_{об} = C_1 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi, \quad (2.53)$$

а рівняння шкали приладів феродинамічної системи має вигляд:

$$\alpha = \frac{C_1}{w} \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi. \quad (2.54)$$

Власне магнітне поле у феродинамічних механізмах сильне, тому зовнішнє магнітне поле на них впливає слабо. Разом з тим наявність

осердя (нелінійного матеріалу) викликає появу похибок, зумовлених гістерезисом, вихровими струмами та іншими причинами.

*Перевагами* феродинамічних приладів у порівнянні з електродинамічними є менша чутливість до зовнішніх магнітних полів, менша споживна потужність, більші обертальні моменти, однак вони поступаються за точністю та робочим частотним діапазоном.

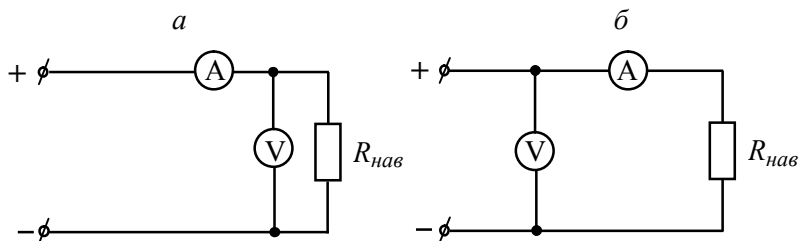
Феродинамічні прилади використовують як щитові і переносні прилади змінного струму у частотному діапазоні 10 Гц...1,5 кГц. Найвищий клас точності електродинамічних приладів – 0,1, а феродинамічних – 0,5.

На базі електро- і феродинамічних систем виготовляють логометричні механізми, принцип будови яких подібний до магнітоелектричних логометрів.

**2.4.4. Ватметри електродинамічної та феродинамічної системи.** Вимірювання потужності в колах постійного струму і активної та реактивної потужності в колах змінного струму – однофазних і трифазних, трипровідних та чотирипровідних колах – здійснюється електродинамічними і феродинамічними ватметрами.

**Вимірювання потужності в колах постійного струму.** Аналізуючи вираз потужності, яка виділяється на якомусь навантаженні,  $P = U \cdot I$ , неважко бачити, що потужність може бути визначена посередньо шляхом проведення двох прямих вимірювань: напруги на навантаженні  $U$  за допомогою вольтметра і струму  $I$ , який протікає через навантаження за допомогою амперметра. У колах постійного струму найбільш доцільно використовувати вольтметри і амперметри магнітоелектричної системи.

На рис. 2.16 *а, б* приведені дві схеми вмикання амперметра та вольтметра. Схема рис. 2.16, *а* використовується при вимірюванні потужності у випадку, коли опір навантаження відносно малий у порівнянні з опором вольтметра, схема рис. 2.16, *б* – коли опір навантаження відносно великий у порівнянні з опором амперметра.



**Рис. 2.16.** Схеми вмикання приладів для вимірювання потужності в колі постійного струму.

Незважаючи на простоту і доступність, метод амперметра-вольтметра для вимірювання потужності  $P$  на практиці використову-

ється досить рідко. Це пояснюється тим, що даний метод потребує одночасного відліку показів двох приладів і подальшого обчислення  $P$ .

На практиці вимірювання потужності здійснюється безпосередньо за допомогою одного одноелементного електродинамічного ватметра. Схема вмикання одноелементного ватметра в однофазне коло показано на рис. 2.17. Нерухомі котушки 1 вмикають послідовно з об'єктом  $Z$ , споживану потужність якого необхідно виміряти. Рухому котушку 2 з додатковим опором  $R_D$  вмикають паралельно навантаженню. Коло нерухомих котушок називають послідовним колом, а коло рухомої котушки — паралельним колом. Опір паралельного кола ( $R_U + R_D$ ) внаслідок використання додаткового опору досить великий.

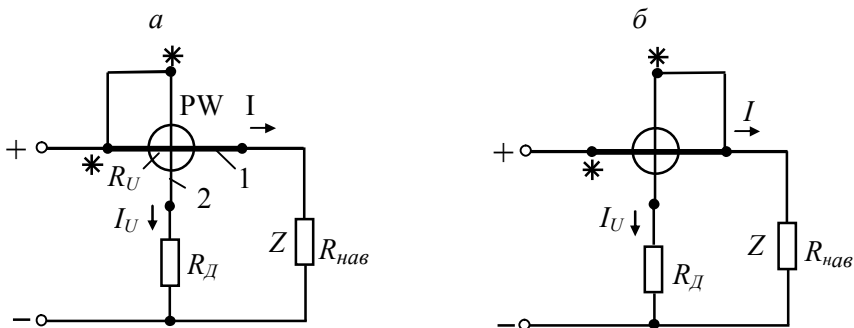


Рис. 2.17. Схема вмикання ватметра в коло постійного струму.

Враховуючи вираз (2.50) для ватметра, який увімкнений у коло постійного струму, одержимо:

$$\alpha = \frac{1}{w} \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} \cdot \frac{U \cdot I}{R_U + R_D} = S \cdot P, \quad (2.55)$$

де  $P = U \cdot I$  – вимірювана потужність;  $S = \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} \cdot \frac{1}{w(R_U + R_D)}$  – чутливість приладу. Отже, шкала ватметра рівномірна за умови, якщо конструктивно забезпечити виконання умови  $\frac{dL_{1,2}}{d\alpha} = \text{const}$ .

Зміна знака напруги або струму в одній з котушок призведе до зміни напрямку обертального моменту і відповідно напрямку повороту рухомої частини, що унеможливіє відлік за шкалою, оскільки шкала одностороння. Тому слід розрізняти затискачі ватметра: затискач послідовної обмотки, який з'єднують з джерелом живлення, називають генераторним. Затискач паралельного кола, який з'єднують з послідовною котушкою, також називається генератор-

ним. Генераторні затискачі позначають на приладі зірочками. Отже, при правильному вмиканні ватметра струми в його котушках напружені від генераторних затискачів до негенераторних.

Генераторний затискач струмової обмотки ватметра завжди вмикається в сторону джерела живлення. Генераторний затискач обмотки напруги, з метою зменшення методичної похибки, може бути увімкнений так, як показано на рис. 2.17, а і б.

У більшості випадків використання ватметрів опір навантаження  $R_{нав}$  відносно великий (опір навантаження значно більший за опір послідовного струмового кола ватметра), і, отже, ватметр необхідно вмикати за схемою, наведеною на рис. 2.17, а.

**Вимірювання активної потужності в колах змінного струму.** Вимірювання активної потужності в однофазному колі здійснюють одноелементними ватметрами. Вимірювання активної потужності у трифазних колах в лабораторних умовах також може бути проведене за допомогою одноелементних ватметрів, які вмикають в трифазне коло за схемами, з використанням методу одного, двох і трьох приладів. Однак при технічних вимірюваннях, як правило, у цьому випадку використовують спеціальні дво- і триелементні ватметри.

Розширення діапазонів вимірювання у всіх випадках використання ватметрів у колах змінного струму здійснюють за допомогою вимірювальних трансформаторів струму і напруги.

При використанні методу одного приладу вимірювання потужності здійснюють одноелементним ватметром. Цей метод використовують при вимірюванні потужності в однофазних колах і симетричних трифазних колах (комплексні опори фаз однакові). І в тому, і у другому випадках обмотку напруги ватметра вмикають на фазну напругу, а обмотку струму вмикають у розрив проводу однієї із фаз.

На рис. 2.18 наведена схема вмикання одноелементного ватметра в однофазне коло змінного струму. При роботі в колах змінного струму вектор струму  $I_U$  паралельного кола відстає від вектора напруги  $U$  на деякий кут  $\gamma$  внаслідок індуктивності рухомої котушки (рис. 2.18, б). Тому:

$$\alpha = \frac{1}{w} \frac{dL_{1,2}}{d\alpha} U \cdot I_U \cos(\varphi - \gamma), \quad (2.56)$$

де  $\varphi$  – кут зсуву фаз між струмом і напругою на навантаженні.

Враховуючи, що струм у паралельному колі ватметра  $I_U = U \cdot \cos\gamma / (R_U + R_d)$  і приймаючи  $\frac{dL_{1,2}}{d\alpha} = \text{const}$ , одержимо:

$$\alpha = S \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi - \gamma) \cdot \cos\gamma. \quad (2.57)$$

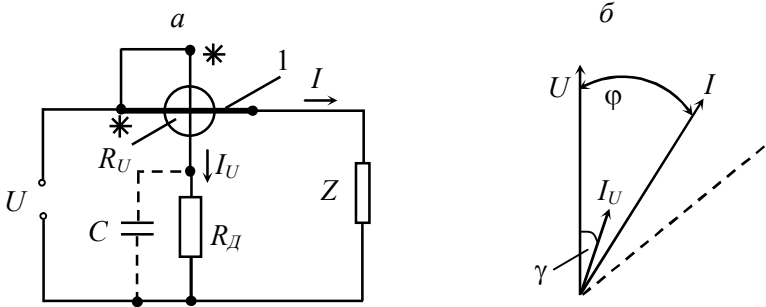
Із останнього виразу випливає, що відхилення рухомої частини ватметра пропорційне активній потужності за умови  $\gamma = 0$ , яка може бути виконана при увімкненні в коло конденсатора  $C$  відповідної єм-

ності, як показано на рис. 2.18, *a*. Отже,  $\gamma = 0$  тільки при певній частоті, зміна якої приводить до порушення цієї умови.

При  $\gamma \neq 0$  ватметр вимірює потужність з кутовою похибкою  $\delta_\gamma$ . При малому значенні кута  $\gamma$  (коли  $\gamma$  не перевищує  $4\text{--}5^\circ$ ), тобто при  $\sin\gamma \approx \gamma$ ,  $\cos\gamma \approx 1$  відносна кутова похибка

$$\delta_\gamma = \gamma \cdot \operatorname{tg}\varphi. \quad (2.58)$$

При кутах  $\varphi$ , близьких до  $90^\circ$ , кутова похибка може досягати великих значень.



**Рис. 2.18.** Схема вмикання ватметра (*a*) і векторна діаграма (*б*).

Електродинамічні ватметри мають, як правило, кілька меж вимірювання струму і напруги, частіше за все два для струму, наприклад 5 і 10 А, і три для напруги – 30, 150 і 300 В. Для вимірювання потужності при великих напругах і струмах використовують вимірювальні трансформатори напруги і струму.

**Вимірювання реактивної потужності.** Реактивна потужність  $Q$ , яка вимірюється у вольт-амперах-реактивних (вар), може бути визначена як в однофазних колах, так і трифазних трипровідних і чотирипровідних колах змінного струму. Реактивна потужність в однофазному колі визначається виразом:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi. \quad (2.59)$$

Реактивна потужність трифазного кола визначається сумою реактивних потужностей окремих фаз:

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C. \quad (2.60)$$

У випадку повної симетрії трифазного три- і чотирипровідного кола одержимо:

$$Q = 3U_l I_l \sin\varphi, \quad (2.61)$$

або

$$Q = \sqrt{3} U_\varphi I_\varphi \sin\varphi, \quad (2.62)$$

де індекси  $l$  і  $\varphi$  означають лінійну і міжфазну напругу і струми.



Вимірювання реактивної потужності в однофазному колі здійснюють електродинамічним або феродинамічним приладом, у якого у відповідності з (2.56) обертальний момент пропорційний не косинусу кута між векторами струму і напруги, а синусу цього кута.

Вимірювання реактивної потужності в трифазному колі здійснюють за допомогою звичайних однофазних ватметрів, тобто приладів, які використовуються для вимірювання активної потужності, їх вмикають у трифазне коло за спеціальними схемами. У цьому випадку, так само як і при вимірюванні активної потужності трифазного кола, може бути використаний метод одного, двох і трьох приладів.

Можна сформулювати наступні правила вмикання однофазних ватметрів і елементів ватметрів у трифазні кола за схемами із заміненими напругами (тобто напругами, зміщеними за фазою на  $90^\circ$ ):

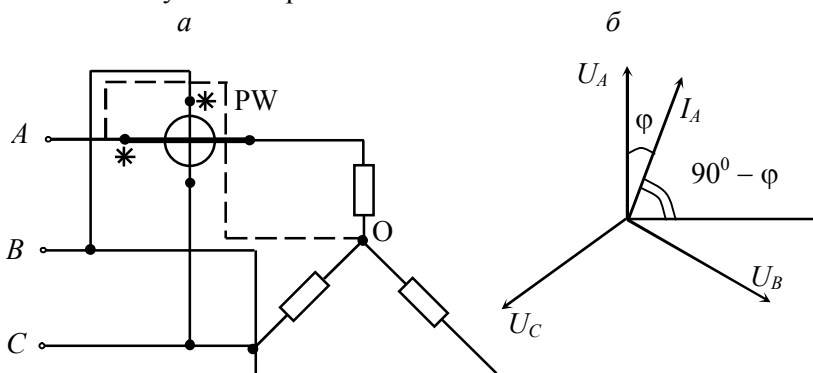
1) струмові обмотки необхідно вмикати в трифазне коло так само, як це здійснюють при вимірюванні активної потужності;

2) обмотки напруги необхідно вмикати на такі напруги трифазного кола (лінійні або фазні), які відставали б на  $90^\circ$  від напруг, що подаються на ці обмотки при вимірюванні активної потужності.

Сформульовані правила придатні для вмикання однофазних ватметрів і елементів ватметрів як за методом одного, так і за методом двох і трьох приладів.

*Вимірювання реактивної потужності методом одного приладу.*

Метод одного приладу використовують при вмиканні звичайного однофазного електродинамічного або феродинамічного ватметра, який призначений для вимірювання активної потужності, в трифазне три- або чотирипровідне коло. Очевидно, що у цьому випадку трифазне коло повинно бути симетричним.



**Рис. 2.19.** Використання ватметра для вимірювання реактивної потужності в трифазному трипровідному колі при повній симетрії.

*a* – схема вмикання; *б* – векторна діаграма.

На рис. 2.19, *a* наведена схема вмикання ватметра у трифазне трипровідне коло. Штрихованою лінією показано вмикання обмотки на-

пруги ватметра при вимірюванні активної потужності навантаження, яка має доступну нульову точку. Вмикання обмотки напруги ватметра при вимірюванні реактивної потужності на замінену напругу показано суцільними лініями. Незважно бачити, що в розглядуваному випадку заміненою напругою щодо лінійної напруги  $U_A$  буде міжфазна напруга  $U_{BC}$ . Дійсно, з векторної діаграми, наведеної на рис. 2.19, б, видно, що вектор лінійної напруги  $U_{BC}$  відстає на  $90^\circ$  від вектора фазної напруги  $U_A$ , яку приєднують до обмотки напруги ватметра при вимірюванні активної потужності (рис. 2.19, а).

Покази ватметра у розглядуваному випадку рівні:

$$P_w = U_{BC} I_A \cos(\angle U_{BC} I_A) = U_L I_L \cos(90^\circ - \varphi) = U_L I_L \sin\varphi. \quad (2.63)$$

З урахуванням виразу (2.62) знаходимо, що для одержання реактивної потужності усього кола необхідно помножити покази ватметра, які визначаються за формулою (2.63) на  $\sqrt{3}$ , тобто :

$$Q = \sqrt{3} P_w = \sqrt{3} U_L I_L \sin\varphi. \quad (2.64)$$

Слід відзначити, що незначна асиметрія струмів у трифазному колі приводить при використанні методу одного приладу до великих похибок, тому метод одного приладу для вимірювання реактивної потужності в трифазному колі практично не використовують.

**2.4.5. Індукційні вимірювальні механізми. Лічильники.** Індукційний вимірювальний механізм складається з одного або кількох нерухомих електромагнітів і рухомої частини, яку виготовляють у вигляді алюмінієвого диска (рис.2.20). Змінні магнітні потоки, напрямлені перпендикулярно до площини диска, пронизують останній і індукують у ньому вихрові струми. Взаємодія потоків з струмами у диску викликає переміщення рухомої частини. Таким чином, із самого принципу дії таких вимірювальних механізмів випливає, що вони можуть робити тільки на змінному струмі. Індукційні вимірювальні механізми у залежності від будови поділяються на кілька типів. За числом потоків, які пересікають рухома частину, вони можуть бути однопоточними або багатопоточними. Однопоточні вимірювальні механізми мають один електромагніт і рухома частину у вигляді диска, асиметрично розташованого на осі. Такі механізми, хоча і прості за будовою, але у вимірювальній техніці в теперішній час не використовують із-за малої величини обертового моменту. Багатопоточні індукційні вимірювальні механізми поділяються на два типи – механізми з біжучим полем і механізми з обертовим полем. У перших потік (амплітудне значення) із плином часу переміщується поступально від полюса до полюса. У механізмах з обертовим полем цей потік переміщується по колу або по еліпсу.

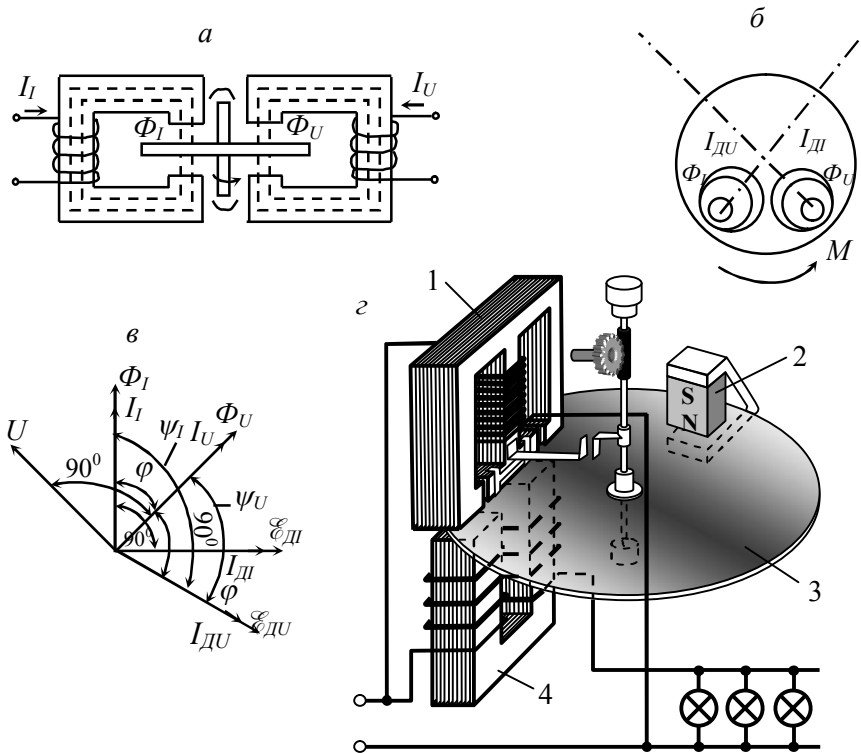
Теорію багатопоточних вимірювальних механізмів розглянемо щодо двопоточного приладу (рис. 2.20). Напруга  $U$ , яка прикладена до обмотки напруги, створює струм  $I_u$ , який має кут зсуву фаз відно-

сно напруги  $U$ , близький до  $90^\circ$  із-за великого реактивного опору обмотки. Змінні потоки  $\Phi_I$  і  $\Phi_U$ , які створюються змінними струмами  $I_I$  і  $I_U$ , пронизують алюмінієвий диск. Сліди полюсів цих потоків розміщуються вздовж хорди диска. Розглянемо механічні сили, які виникають внаслідок взаємодії потоків і струмів у диску, і залежність обертового моменту від струмів в електромагнітах.

Середнє за період значення сили  $F_{сеп}$  взаємодії змінних потоку і струму виражається так:

$$F_{сеп} = \Phi \cdot I \cdot \cos\psi, \quad (2.65)$$

де  $\psi$  – зсув фаз між потоком  $\Phi$  і струмом  $I$ .



**Рис. 2.20.** Індукційний двопоточний вимірювальний механізм: *a* – принцип будови; *б* – диск зі слідами потоків і контурами струмів; *в* – векторна діаграма, *з* – конструкція.

На рис. 2.20, *в* наведена векторна діаграма потоків  $\Phi_I$  і  $\Phi_U$  та струмів, індукованих цими потоками у диску. Потік  $\Phi_I$ , який створюється струмом  $I_I$ , індукуює у диску ЕРС  $\mathcal{E}_{дI}$ , що створює у диску струм  $I_{дI}$ , який співпадає по фазі з  $\mathcal{E}_{дI}$ . Потік  $\Phi_U$ , який створюється струмом  $I_U$ , обов'язково повинен бути зсунутий по фазі відносно  $\Phi_I$ .

Допустимо, що він відстає від  $\Phi_I$  на кут  $\varphi$ . Потік  $\Phi_U$  індукує у диску ЕРС  $\mathcal{E}_{DU}$ , яка створює в ньому струм  $I_{DU}$ . Два потоки і дві системи струмів у диску повинні були б створити чотири сили, однак взаємодія потоку  $\Phi_I$  з струмами  $I_{DI}$ , так само, як і взаємодія потоку  $\Phi_U$  з струмами  $I_{DU}$ , згідно з (2.52) не створює сили, оскільки зсув по фазі між ними дорівнює  $90^\circ$ .

Отже, залишаються дві сили, які створюють обертальний момент:

$$F_{1\text{сер}} = \Phi_I \cdot I_{DU} \cos\psi_1; \quad M_{об,I} = k_1 \Phi_I I_{DU} \cos\psi_1 \quad (2.66)$$

і

$$F_{2\text{сер}} = \Phi_U \cdot I_{DI} \cos\psi_2; \quad M_{об,U} = k_2 \Phi_U I_{DI} \cos\psi_2, \quad (2.67)$$

де  $k_1$  і  $k_2$  – коефіцієнти.

Оскільки:

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} + \varphi \quad \text{і} \quad \cos\psi_1 = -\sin\varphi, \quad (2.68)$$

а

$$\psi_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi \quad \text{і} \quad \cos\psi_2 = \sin\varphi, \quad (2.69)$$

то

$$\begin{aligned} M_{об,I} &= -k_1 \Phi_I I_{DU} \sin\varphi, \\ M_{об,U} &= k_2 \Phi_U I_{DI} \sin\varphi. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Із останніх виразів видно, що моменти  $M_{об,I}$  і  $M_{об,U}$ , які діють на диск, мають різні знаки. Саме завдяки цьому обидва моменти будуть діяти на диск, обертаючи його в одну сторону. Різниця знаків моментів  $M_{об,I}$  і  $M_{об,U}$  свідчить тільки про те, що один контур притягується до взаємодіючого з ним поля, а другий контур виштовхується із взаємодіючого з ним поля. Припустимо, що контур  $I_{DI}$  притягується до потоку  $\Phi_U$ . Тоді обертальний момент  $M_{об,U}$  буде обертати диск у напрямку, вказаному на рис. 2.20, б стрілкою, а контур струму  $I_{DU}$  буде відштовхуватися від потоку  $\Phi_I$ , що створює обертальний момент у тому ж напрямку. Таким чином, сумарний момент, який діє на диск, дорівнює:

$$M_{об} = k_1 \Phi_I I_{DU} \sin\varphi + k_2 \Phi_U I_{DI} \sin\varphi. \quad (2.71)$$

Якщо потоки  $\Phi_I$  і  $\Phi_U$  змінюються синусоїдально, то діючі значення ЕРС  $\mathcal{E}_D = -\frac{d\Phi}{dt}$  індуковані у диску цими потоками, рівні:

$$\mathcal{E}_{DI} = k_3 \cdot \omega \cdot \Phi_I \quad (2.72)$$

$$\mathcal{E}_{DU} = k_4 \cdot \omega \cdot \Phi_U, \quad (2.73)$$

де  $k_3$  і  $k_4$  – коефіцієнти пропорційності,  $\omega$  – частота .

Враховуючи, що у диску діє тільки активний опір струмам, можна записати:

$$I_{ДІ} = k_5 \cdot \omega \cdot \Phi_I; \quad I_{ДУ} = k_6 \cdot \omega \cdot \Phi_U. \quad (2.74)$$

Тоді вираз (2.71) після підстановки у нього виразів  $I_{ДІ}$  і  $I_{ДУ}$  і об'єднання постійних коефіцієнтів, набуде вигляду:

$$M_{об} = M_{об,І} + M_{об,У} = k_7 \cdot \omega \cdot \Phi_I \cdot \Phi_U \sin\varphi. \quad (2.75)$$

Враховуючи, що потоки  $\Phi_I$  і  $\Phi_U$  пропорційні струмам, які створюють їх, і, виходячи з векторної діаграми, можна записати:

$$M_{об} = k \omega I_I I_U \sin\varphi = k \omega I U \cos\varphi. \quad (2.76)$$

Вираз (2.76) для  $M_{об}$  є загальним для усіх багатопоточних індукційних вимірювальних механізмів. Цей вираз показує наступне:

1. Для створення оберտального моменту необхідно мати не менше двох змінних магнітних потоків або двох складових одного потоку, зсунутих по фазі і зміщених у просторі.
2. Обертальний момент досягає свого максимального значення, якщо зсув фаз між потоками дорівнює  $90^\circ$ , тобто між струмом  $I$  і напругою  $U$  дорівнює нулю.
3. Обертальний момент залежить від частоти струму. Для створення гальмівного моменту  $M_{Г}$  і забезпечення рівномірної кутової швидкості диска при кожному даному навантаженні використовують магнітоіндукційний заспокоювач, рухомим сегментом якого є сам диск. При пересіканні диском, який обертається, потоку постійного магніту (рис. 2.20) у дисківі наводиться струм, а отже, і гальмівний момент  $M_{Г}$ , пропорційний кутовій швидкості диска:

$$M_{Г} = C_1 \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2.77)$$

Якщо у першому наближенні знехтувати тертям в опорах і гальмівними моментами, які виникають при перетині диском потоків  $\Phi_U$  і  $\Phi_I$ , то постійна кутова швидкість диска буде визначатися з умови  $M_{об} = M_{Г}$ , тобто:

$$k \cdot I \cdot U \cdot \cos\varphi = C_1 \frac{d\alpha}{dt}. \quad (2.78)$$

Інтегруючи останній вираз за який-небудь проміжок часу від  $t_1$  до  $t_2$ , одержимо:

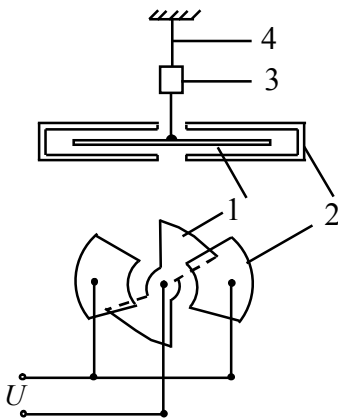
$$A = C \cdot N, \quad (2.79)$$

де  $A$  – активна енергія (робота), врахована приладом за час  $t_2 - t_1$ ,  $N$  – число обертів диска за цей же інтервал часу,  $C = C_1 2\pi/k$ . Отже, для обліку затраченої енергії необхідно рахувати число обертів диска, що здійснюється з допомогою рахункового механізму. Енергія, яка обліковується за один оберт диска, називається *номінальною сталою лічильника*, наприклад 1800 Вт·с/об.

Число обертів диска, яке приходиться на одиницю облікованої енергії, називається *передаточним числом лічильника*. Воно вказується на лицевому щитку приладу, наприклад  $1 \text{ кВт}\cdot\text{год} = 2000 \text{ об.}$  Індукційні вимірювальні механізми застосовують виключно для вимірювання електричної енергії змінного струму.

**2.4.6. Електростатичні вимірювальні механізми.** *Вимірювальні механізми електростатичної системи працюють за принципом взаємодії електрично заряджених тіл.* Конструктивно вони складаються з рухомого і нерухомого електродів, розділених діелектриком, і утворюють конденсатор, ємність якого залежить від взаємного положення електродів. Якщо до електродів прикласти напругу  $U$ , то між ними виникне сила, яка діятиме у напрямку збільшення ємності, тобто у сторону збільшення енергії поля. Під дією цієї сили рухомий електрод вимірювального механізму переміщується. Величина цього переміщення служить мірою вимірюваної напруги.

Із принципу дії випливає, що електростатичний вимірювальний механізм безпосередньо використовує напругу  $U$  для створення зусилля, яке діє на рухому частину вимірювального механізму. Таким чином, на відміну від усіх інших систем вимірювальних механізмів, які практично вимірюють струм, прилади електростатичної системи вимірюють тільки напругу. У вимірювальних механізмах електростатичної системи значно важче отримати прийнятну величину обертового моменту, ніж у приладах, принцип дії яких заснований на взаємодії магнітних полів і струмів.



**Рис. 2.21.** Схема електростатичного вимірювального механізму.

У залежності від способу зміни ємності розрізняють електростатичні вимірювальні механізми із змінною активною площею електродів та з змінною відстанню між електродами. Будова механізму із зміною активної площі електродів схематично показано на рис. 2.21. Нерухома частина складається з симетрично розташованих і електрично з'єднаних камер 2, які являють собою дві однакові металеві

пластинки з повітряним зазором. У повітряний зазор входить рухомий сектороподібний електрод 1, закріплений на осі 4, утворюючи рухому частину.

Під дією прикладеної до електродів напруги  $U$  створюється електричне поле. Сили електростатичного поля намагаються повернути рухому частину так, щоб енергія електростатичного поля

$$W_E = \frac{1}{2} U^2 C, \quad (2.80)$$

де  $C$  – ємність системи – рухомий та нерухомий електроди, була максимумальною, тобто щоб рухомий електрод втягувався у простір між нерухомими електродами і повертав би покажчик. Рухома частина може бути закріплена на опорах, розтяжках або підвісі, а як покажчик, крім стрілки, використовують також світловий промінь. Електроди виготовляють з алюмінію.

Обертальний момент електростатичного механізму:

$$M_{об} = \frac{dW_e}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{CU^2}{2} \right) = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha}. \quad (2.81)$$

При змінній напрузі  $U = U_0 \sin(\omega t)$ , прикладеній до електродів, рухома частина внаслідок інерційності буде реагувати на середнє за період значення обертального моменту, рівне:

$$M_{об,сеп} = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\alpha} \frac{1}{T} \int_0^T U^2 dt = \frac{1}{2} U_{ef}^2 \frac{dC}{d\alpha}, \quad (2.82)$$

де  $U_{ef}$  – діюче значення змінної напруги.

Рівняння шкали для приладів електростатичної системи можна одержати із умови статичної рівноваги:

$$M_{об} = M_{np} \quad \text{або} \quad \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha} = w\alpha, \quad (2.83)$$

звідки

$$\alpha = \frac{1}{2w} \frac{dC}{d\alpha} U^2. \quad (2.84)$$

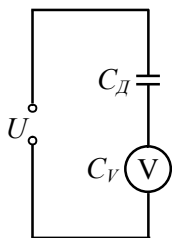
Отже, кут повороту рухомої частини електростатичного вольтметра пропорційний квадрату діючого значення напруги і множнику  $dC/d\alpha$ , тобто шкала вольтметра нерівномірна. Шляхом вибору відповідної форми електродів, їх розмірів і взаємного розташування

отримують таку залежність  $dC/d\alpha$ , яка дозволяє забезпечити практично рівномірну шкалу від 15 до 100 % верхньої межі вимірювання. Обертальний момент електростатичного механізму досить малий, що не дозволяє створювати на його базі вольтметри з межею вимірювання меншою 10 В.

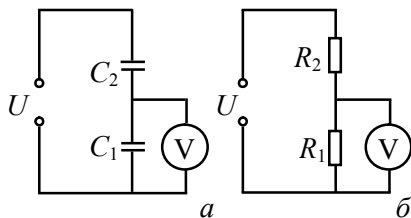
Власне електростатичне поле електростатичного вольтметра незначне, тому на роботу приладу сильно впливають зовнішні електричні поля. Для зменшення цього впливу прилади екранують. Екраном може служити сам корпус приладу за умови, якщо він виготовлений із металу. Якщо корпус виготовлений з пластмаси, то екраном служить металева фольга із немагнітного матеріалу або алюмінієва фарба, якою покривають внутрішню поверхню корпусу. Екран з'єднують із одним з електродів і заземлюють.

Чутливість електростатичних механізмів досить мала. Для її підвищення рухому частину закріплюють на розтяжках або на підвісі, використовують оптичний світловий відлік, а також збільшують ємність механізму, роблячи його багатокамерним.

Електростатичні вимірювальні механізми мають малу власну споживану потужність, на постійному струмі вона рівна нулю. На ці механізми малий вплив чинять температура оточуючого середовища, частота і форма вимірюваної напруги, відсутній вплив магнітних полів. До переваг слід відносити можливість виготовлення вольтметрів для вимірювання високих напруг до сотень кіловольт, використання в широкому частотному діапазоні. Разом з тим, ще раз підкреслимо малу чутливість приладів, заснованих на розглядуваному принципі дії, нерівномірність їх шкали.



**Рис. 2.22.** Схема електро-статичного вольтметра.



**Рис. 2.23.** Схема розширення діапазонів вимірювання електростатичного вольтметра.

Розширення діапазону вимірювання електростатичних вольтметрів на змінному струмі здійснюють завдяки вмиканню додаткового конденсатора (рис. 2.22) або ємнісного подільника напруги (рис. 2.23, а), а на постійному струмі резисторного подільника напруги (рис. 2.23, б).



Для кола, наведеного на рис. 2.22, можна записати:

$$U = U_V \frac{C_V + C_d}{C_d}, \quad (2.85)$$

де  $U$  – вимірювана напруга;  $U_V$  – напруга на вольтметрі.

Ємність вольтметра  $C_V$  змінюється в залежності від показів вольтметра, тому із вмиканням додаткового конденсатора змінюється відношення  $U/U_V$ , що впливає на характер шкали. Крім того, конденсатори мають втрати, які залежать від частоти. Отже, при вмиканні вольтметра через додатковий конденсатор похибки вимірювань зростають.

Краще для розширення меж вимірювання електростатичних вольтметрів використовувати ємнісний подільник напруги (рис. 2.23, а). У цьому випадку будемо мати:

$$U = U_V \frac{C_V + C_1 + C_2}{C_2}. \quad (2.86)$$

Якщо параметри ємнісного подільника вибрані так, що  $C_1 \gg C_V$ , то відношення напруг  $U/U_V$  практично не залежить від показів вольтметра, і шкала практично не спотворюється.

Для розширення нижніх діапазонів вимірювання електростатичних вольтметрів їх використовують у комплексі з вимірювальними підсилювачами.

Відмінною особливістю приладів електростатичної системи є дуже високий внутрішній опір, який досягає на постійному струмі  $R_{ex} \sim 10^{16}$  Ом, що визначається струмами витоку вздовж ізоляторів і залежить від вологості. При вимірюванні змінної напруги  $R_{ex}$  визначається на високих частотах струмами перезарядки ємності приладу  $Z_C = 1/\omega C$ .

Завдяки високому вхідному опору  $R_{ex}$  заряд на електродах вимірювальної системи зберігається довго, незважаючи на її невелику ємність (біля 10 пФ). Тому для установки приладу на "0" його клеми необхідно замикати. Для екранування приладу від зовнішніх електричних полів його корпус із середини покривають провідним складом, з'єднаним із клемою "екран".

## 2.5. ВИМІРЮВАННЯ МАГНІТНИХ ВЕЛИЧИН

*Галузь вимірювальної техніки, яка займається визначенням характеристик магнітного поля та вимірюванням магнітних параметрів матеріалів, одержала назву магнітних вимірювань.* Незважаючи на різноманітність задач, які розв'язують за допомогою магнітних вимірювань, в більшості випадків визначається всього кілька магнітних величин – магнітний потік  $\Phi$ , напруженість  $H$  або індукція  $B$  магнітного поля, намагніченість  $M$  та інші.

При градуюванні і повірці приладів та засобів, призначених для

вимірювання магнітних величин, необхідно створювати магнітні поля з певними параметрами в заданих об'ємах. Такі магнітні поля створюють за допомогою відповідних мір та еталонів магнітних величин. При цьому, в основному, використовують міри магнітного потоку, магнітної індукції та магнітного моменту.

В діапазоні слабких постійних магнітних полів з індукцією  $10^{-8}$ – $5 \cdot 10^{-2}$  Тл тепер використовують первинний еталон і міри у вигляді котушок Гельмгольца. Вони складаються з двох точних багаточарових котушок радіусом  $R$ , намотаних на кварцеві каркаси, які розташовані паралельно на відстані  $R$ . Індукцію в центрі котушки з числом витків  $n$  і струмом  $I$  розраховують за формулою:

$$B = 5\sqrt{5}\mu_0 \frac{n}{R} I = kI. \quad (2.88)$$

Систематична похибка відтворення одиниці за допомогою еталону не перевищує 0,0004 % при випадковій похибці, яка не перевищує 0,0005 %. Значення індукції мір розраховують за наведеною формулою з похибкою сотих долей процента. У цьому ж діапазоні значень величину  $B$  відтворюють за допомогою циліндричної котушки з великим співвідношенням довжини до діаметра, проте їх похибка вища.

В діапазоні магнітних полів 0,05–2 Тл як еталон і міра використовуються електромагніти. У діапазоні 2–10 Тл магнітну індукцію відтворюють за допомогою спеціального еталона, який реалізований у вигляді надпровідної котушки. Відхилення значень відтворюваної величини від номінальних значень не перевищує 0,001 %.

Еталони і міри магнітного моменту виконані у вигляді котушок, намотаних на кварцеві труби. Як міру магнітного потоку використовують взаємоіндуктивну міру магнітного потоку, яка містить дві гальванічно не зв'язані між собою обмотки, і в одній з котушок відтворюється магнітний потік при протіканні струму в іншій.

До мір належать також стандартні зразки матеріалів, з відомими магнітними характеристиками яких порівнюються параметри зразків при їх масовому виробництві. Так, наприклад, для магнітотвердих матеріалів використовують стандартні зразки матеріалів, виготовлених із сплавів ЮН13ДК24 з такими номінальними розмірами: довжиною 15, 50 і 50 мм і перерізом  $15 \times 15 \text{ мм}^2$  ( $25 \times 30 \text{ мм}^2$ ).

У більшості випадків вимірювана магнітна величина за допомогою вимірювальних перетворювачів перетворюється в іншу величину – механічну, оптичну або електричну, більш зручну для подальшого перетворення або вимірювання. До числа явищ, які найбільш широко використовують у принципах дії перетворювачів магнітних величин, належать явище електромагнітної індукції, гальваномагнітні явища, явище зміни магнітного стану феромагнітних матеріалів у магнітно-

му полі, квантові явища, а також силова взаємодія досліджуваного магнітного поля з полем контуру, в якому протікає електричний струм. Останнім часом при створенні вимірювальних перетворювачів магнітних величин використовують також інші явища, зокрема в надпровідних перетворювачах використовується ефект Джозефсона, який полягає у виникненні незагасаючих змінних струмів у структурах з надпровідником при певних значеннях індукції магнітного поля. Властивості деяких речовин повертати площину поляризації при дії зовнішнього магнітного поля лежать в основі магнітооптичних перетворювачів.

У даному розділі розглянемо роботу тільки деяких перетворювачів, на базі яких побудовані серійні прилади для вимірювання магнітних величин.

У приладах, які використовують явище електромагнітної індукції, для вимірювання характеристик постійних і змінних магнітних полів вимірювальним перетворювачем служить котушка, витки якої пронизуються магнітним потоком. При зміні потоку  $\Phi$  у котушці з числом витків  $n_k$  виникає ЕРС  $\mathcal{E}$ , значення якої:

$$\mathcal{E} = -n_k \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (2.89)$$

Якщо поле в просторі, де міститься котушка, однорідне і вісь котушки співпадає з вектором  $\mathbf{B}$  і  $\mathbf{H}$ , то, використовуючи зв'язок між  $\Phi$ ,  $B$  і  $H$ , можна записати:

$$\mathcal{E} = -n_k \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -n_k S_k \frac{\partial B}{\partial t} = -\mu_0 n_k S_k \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (2.90)$$

де  $S_k$  – площа витка котушки,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала. Із виразу (2.90) видно, що  $B$ ,  $H$ ,  $\Phi$  можуть бути перетворені в ЕРС  $\mathcal{E}$  за допомогою котушки, яка називається вимірювальною.

При вимірюванні характеристик постійного в часі магнітного поля потік  $\Phi$ , який пронизує котушку, можна змінити, наприклад, обертанням або коливанням котушки, видаленням котушки з поля або повернувши її на  $180^\circ$ . У випадку обертання котушки з кутовою швидкістю  $\omega$  навколо осі, перпендикулярної до осі котушки, у ній виникає ЕРС  $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = -n_k \frac{\partial (B \cdot S \cdot \cos \omega t)}{\partial t} = +n_k B S_k \omega \sin \omega t, \quad (2.91)$$

тобто при відомих  $n_k$ ,  $S_k$ ,  $\omega$  визначення індукції магнітного поля зводиться до вимірювання ЕРС  $\mathcal{E}$ .

При видаленні котушки з поля по ній протече заряд

$$q = \int I dt = \int \frac{\mathcal{E}}{R_k} dt = \int \frac{n_k}{R_k} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt = \frac{n_k}{R_k} \Phi, \quad (2.92)$$

тобто величину магнітного потоку можна оцінити за величиною заряду, що протікає в колі котушки.

Серед гальваномагнітних перетворювачів найбільше поширення одержали перетворювачі на основі ефекту Холла. Принцип дії такого перетворювача полягає у виникненні поперечної різниці потенціалів (ЕРС Холла) на гранях провідної пластини 1, розташованої у магнітному полі перпендикулярно до вектора магнітної індукції за умови, що вздовж пластини протікає електричний струм (рис. 2.24).

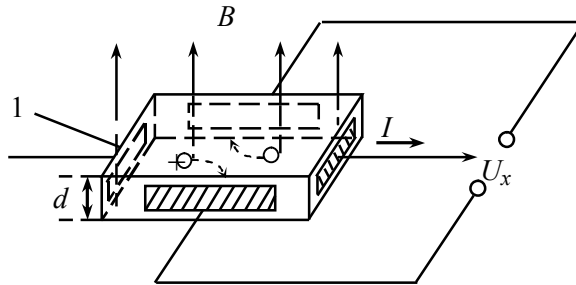


Рис. 2.24. До принципу дії перетворювача Холла.

Виникнення ЕРС Холла ( $U_x$ ) пов'язане із зміною траєкторії носіїв заряду під дією сили Лоренца, яка зміщує рухомі заряджені частинки до бокових граней. Величина  $U_x$  пропорційна струму  $I$ , що протікає через пластинку і індукції поля  $B$ :

$$U_x = \frac{R_X}{d} I \cdot B, \quad (2.93)$$

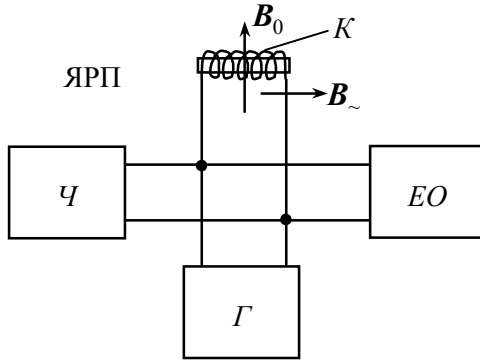
де  $R_X$  – постійна Холла,  $d$  – товщина пластини.

Завдяки своїй простоті, можливості мініатюрного виконання, значній універсальності перетворювачі Холла знайшли широке використання при вимірюванні параметрів магнітних полів з похибкою 1–2%.

Існує кілька різновидностей квантових перетворювачів магнітних величин. Розглянемо як приклад принцип дії одного із них – ядерно-резонансного перетворювача, який дозволяє вимірювати магнітну індукцію з високою точністю. Ядра атомів речовини, які мають не тільки момент кількості руху, але і магнітний момент, при поміщенні в зовнішнє поле починають прецесію навколо вектора магнітної індукції зовнішнього поля. *Прецесією називається рух, при якому вісь вільного обертання тіла переміщується поверхнею конуса, вершина якого співпадає з нерухомою точкою тіла.* Частота прецесії ядер атомів речовини зв'язана з індукцією зовнішнього магнітного поля  $B$  співвідношенням:

$$\nu = \frac{G}{2\pi} B, \quad (2.94)$$

де  $G$  – гіромагнітне відношення (відношення магнітного моменту ядра атома до моменту кількості руху), значення якого відоме, наприклад, для атома водню або літію з надзвичайно високою точністю (похибка не перевищує 0,0005 %). Отже, виміривши частоту прецесії, можна визначити значення магнітної індукції.



**Рис. 2.25.** Спрощена структурна схема теслометра з ядерно-резонансним перетворювачем.

Для вимірювання частоти прецесії використовують різноманітні методи. Один із них заснований на явищі ядерного магнітного резонансу. На рис. 2.25 показана спрощена структурна схема приладу для вимірювання  $B$  розглядуваним методом. Ядерно-резонансний перетворювач (ЯРП) складається з ампули, в яку поміщена певна речовина (наприклад сульфат літію), охоплена котушкою  $K$ . Цей перетворювач поміщують в однорідне магнітне поле з індукцією  $B_0$ . Якщо перпендикулярно до поля  $B_0$  прикласти змінне магнітне поле  $B_~$  котушки  $K$ , яка живиться від високочастотного генератора  $\Gamma$ , частоту якого можна плавно змінювати, то при співпадінні частоти прецесії і змінного поля буде спостерігатись явище магнітного резонансу – амплітуда прецесії зростатиме і досягатиме максимального значення. Збільшення амплітуди прецесії супроводжується поглинанням ядрами речовини енергії змінного поля, що проявлятиметься як зменшення добротності котушки  $K$  і, отже, зменшення напруги на її затишках (котушка є елементом коливального контуру високочастотного генератора  $\Gamma$ ). Отже, в момент резонансу вихідна напруга генератора мінімальна, що фіксується за допомогою електронного осцилографа ( $EO$ ). Частота прецесії визначається в моменти резонансу шляхом вимірювання частоти генератора за допомогою частото-міра  $\mathcal{C}$ .

Основною перевагою ядерно-резонансного вимірювача індукції магнітного поля є висока точність (похибка  $10^{-3} - 10^{-4} \%$ ), висока чутливість (поріг чутливості  $10^{-11}$  Тл). Прилади з цими перетворювачами придатні для вимірювання магнітної індукції тільки у високооднорідних магнітних полях, що є їх недоліком.

## 2.6. ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ РЕЕСТРУВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ ПРЯМОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

При вимірюванні різних фізичних величин часто потрібно знати їх зміну в часі або залежність від іншої фізичної величини. З цією метою використовують різноманітні реєструвальні прилади, найбільше розповсюджені серед яких одержали самописні прилади. Вони створені на базі показуючих приладів додатково обладнаних реєструвальним пристроєм, який складається з реєструвального органа 1 і носія зображення 2 (рис. 2.26).

Реєструвальний орган (перо спеціальної конструкції з чорнилом) механічно зв'язаний з рамкою вимірювального механізму і рухається за рахунок енергії, яка споживається від досліджуваного кола. При повороті рухомої частини вимірювального механізму реєструвальний орган рухається по дузі кола. Отже, реєстрація проводиться в криволінійних координатах. Останнім часом випускають переважно прилади зі спрямлюючим механізмом, який кутовий рух рухомої частини вимірювального механізму перетворює у поступальний рух реєструвального органа. Однак складність передачі (кінематичної схеми) такого механізму підвищує вартість приладу, погіршує його частотні характеристики, збільшує момент тертя, що вимагає застосування вимірювальних механізмів з великим обертальним моментом.

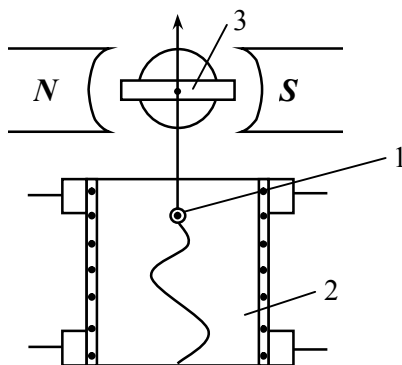


Рис. 2.26. Схема пристрою магнітоелектричного самописного приладу.

Як носій запису в самописних приладах використовують паперову діаграмну стрічку. Вона має на краях отвори (перфорацію), в які входять штифти валика механізму протягування стрічки. При обертанні

валика паперовій стрічці надається поступальний рух. Якщо швидкість пересування стрічки постійна, то записується зміна вимірюваної величини у часі. Швидкість переміщення паперової стрічкової діаграми вибирається у відповідності із швидкістю зміни у часі вимірюваної величини і складає від 20 до 5400 мм/год. У деяких приладах передбачено записування на нерухомій діаграмі. У цьому випадку реєструвальний орган має дві ступені вільності і може переміщуватись одночасно у двох взаємноперпендикулярних напрямках. Конструктивно реєструвальні пристрої є досить різноманітними, однак усім їм притаманний загальний недолік – переміщення реєструвального органу по носію запису викликає додатковий момент тертя.

Для його зменшення застосовують запис крапками, при якому перо самописного приладу дотикається діаграмної стрічки періодично на невеликий проміжок часу. В таких приладах є можливість реєстрації зміни у часі кількох однорідних фізичних величин, які послідовно автоматично приєднуються до входу приладу.

Номенклатура самописних приладів прямого перетворення досить широка. Вони охоплюють в основному амперметри і вольтметри постійного струму з межами: а) 50 мкА – 1 мА та 2 – 75 мВ в комплекті з підсилювачами; б) 1 мА – 30 А і 75 мВ – 1000 В при безпосередньому вмиканні у вимірювальне коло; в) до 7,5 кА з використанням зовнішніх шунтів. Самописні амперметри і вольтметри змінного струму мають, як правило, номінальну частоту не вище  $10^3 - 10^4$  Гц.

Класи точності розглядуваних приладів установлюються за вимірюваною величиною, а пристрої які переміщують діаграмну стрічку, повинні певним чином узгоджуватись з класом точності приладу. Найбільше розповсюджені прилади з класами точності 1,5; 2,5; 4,0.

Самописними приладами широкого використання можна проводити запис повільно змінних величин (верхня границя частотного діапазону не перевищує 1 Гц). Швидкодійчі самописні вимірювальні прилади прямого перетворення дозволяють одержати запис вхідного сигналу частотою до 150 Гц. Для реєстрації процесів, які змінюються з більш високими частотами, застосовують світлопроменеві та електроннопроменеві осцилографи, магнітографи, опис принципів роботи яких можна знайти в спеціальній і довідковій літературі.

### 3. ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН МЕТОДАМИ ПОРІВНЯННЯ З МІРОЮ

#### 3.1. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН МЕТОДОМ ПОРІВНЯННЯ З МІРОЮ І ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ

Сукупність прийомів використання принципів і засобів вимірювань складають метод вимірювання. Різні методи вимірювань відрізняються перш за все організацією порівняння вимірюваної величини з одиницею вимірювання. З цієї точки зору всі методи вимірювань поділяють на дві групи: *методи безпосередньої оцінки і методи порівняння*.

У випадку безпосередньої оцінки значення вимірюваної величини визначають за допомогою відлікового пристрою вимірювального приладу прямої дії. Цей метод лежить в основі роботи електромеханічних приладів, розглянутих у главі 2. При використанні даного методу вимірювань міра, як правило, безпосередньо у процесі вимірювання не бере участі. Порівняння вимірюваної величини з одиницею вимірювання здійснюється посередньо шляхом попереднього градування приладу.

*Метод порівняння з мірою – це метод вимірювань, в якому вимірювану величину безпосередньо порівнюють з величиною, відтворюваною мірою.* Прикладом такого методу може служити вимірювання маси на важільних терезах із зрівноваженням гир. Методи порівняння поділяються на метод протиставлення, диференціальний метод, нульовий метод, метод заміщення і метод збігу.

У методі протиставлення вимірювана величина і відтворювана величина впливають на прилад порівняння, з допомогою якого встановлюється співвідношення між цими величинами.

*Диференціальний метод – це метод порівняння з мірою, в якому на вимірювальний прилад впливає різниця вимірюваної величини і відомої величини, відтворюваної мірою.* Цей метод дозволяє отримати результати вимірювань з високою точністю навіть у випадку використання відносно неточних вимірювальних приладів, якщо з високою точністю відтворюється відома величина, тобто міра.

Для ілюстрації сказаного розглянемо такий приклад. Необхідно виміряти постійну напругу, істинне значення якої  $U_x = 0,9950$  В. У розпорядженні експериментатора є набір вольтметрів (або один багатомежний) з межами 0,01; 0,1; 1В. Нехай клас точності кожного вольтметра 1.0. Допустимо також, що є зразкова міра напруги  $U_0 = 1$  В, похибка якої настільки мала, що нею можна знехтувати. Очевидно, що, здійснюючи вимірювання методом безпосередньої оцінки, експериментатор використовує вольтметр з межею вимірю-



вання 1 В і отримує результат вимірювання з абсолютною похибкою  $\pm 0,01$  В і відносною похибкою  $\delta \approx 1\%$ . При диференціальному методі вимірювання експериментатор увімкне джерела вимірюваної  $U_x$  і зразкової  $U_0$  напруг послідовно, але назустріч один одному та виміряє їх різницю  $U_0 - U_x = 0,0050$  В вольтметром з межею вимірювання 0,01 В. У цьому випадку різниця  $U_0 - U_x$  буде виміряна з похибкою 1 %, тобто абсолютна похибка вимірювань складе 0,0001 В. Отже, значення напруги буде визначено з відносною похибкою  $\delta \approx 0,01\%$ .

Із наведеного прикладу ясно, що ефект підвищення точності результатів вимірювань, який досягається при диференціальному методі, виявляється тим значнішим, чим ближче значення міри до істинного значення вимірюваної величини.

У тому випадку, коли результуючий ефект дії вимірюваної і еталонної величин на прилад порівняння доводять до нуля, диференціальний метод вимірювань перетворюється в *нульовий*. Очевидно, що в нульовому методі міра, яка використовується, повинна бути змінною (регульованою), а прилад порівняння виконує функції індикатора рівності нулю результуючої дії вимірюваної величини і міри.

*Методом заміщення* називається метод порівняння з мірою, в якому вимірювану величину заміщають відомою величиною, яка відтворюється мірою. Його можна розглядати як різновидність диференціального або нульового методу, який відрізняється тим, що порівняння вимірюваної величини з мірою здійснюється у різний час (неодночасно).

*Метод співпадань* – це метод порівняння з мірою, в якому різницю між вимірюваною величиною і величиною, відтвореною мірою, вимірюють, використовуючи співпадання позначок шкал або періодичних сигналів. Прикладом цього методу є вимірювання довжини за допомогою штангенциркуля з ноніусом.

Слід підкреслити, що порівняння вимірюваної величини з мірою у приладах порівняння може здійснюватись або одночасно (нульовий метод), або у різний час (метод заміщення).

Таким чином, приведена класифікація видів і методів вимірювань дозволяє не тільки систематизувати різноманітні вимірювання найрізноманітніших фізичних величин і тим самим полегшити підхід до вирішення конкретної вимірювальної задачі, але і на підставі загальних принципів підійти до розгляду наведених в § 1.3 структур і принципів дії різних вимірювальних приладів.

На основі розглянутих методів розроблено і промисловість серійно випускає широку номенклатуру приладів у вигляді містків і компенсаторів як постійного, так і змінного струмів, властивості яких будуть розглянуті у цій главі.

### 3.2. ОДИНАРНІ МІСТКИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Найбільш простою реалізацією методу порівняння є одинарний місток постійного струму для вимірювання опорів (місток Уїтстона). Принципова схема містка постійного струму подана на рис. 3.1 і складається з чотирьох резисторів  $r_0$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  і  $r_x$  (плечі містка), які утворюють чотириполіусник з двома парами затискачів. Точки з'єднання резисторів називаються вершинами містка. На затискачі  $C$  і  $D$  подається живлення від джерела  $\mathcal{E}$  (так звана *діагональ живлення*). Затискачі  $A$  і  $B$  є вихідними, до них під'єднують вимірюваний прилад, а діагональ містка  $AB$  називається *вимірювальною* або *індикаторною*. У плече містка  $AD$  увімкнений магазин опорів  $r_0$ , у  $DB$  – вимірювальний опір  $r_x$ . Змінюючи величину опору змінного резистора  $r_0$  (рис. 3.1, *а*) або співвідношення між опороми резисторів  $r_1$  і  $r_2$  (рис. 3.1, *б*), добиваються того, щоб у колі гальванометра струм  $I_3$  був відсутній.

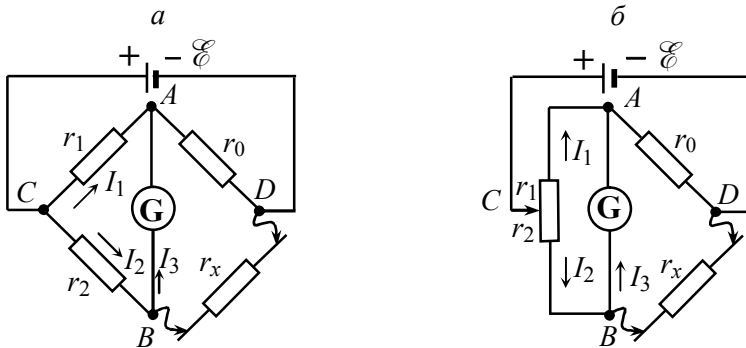


Рис. 3.1. Схема одинарного містка постійного струму для вимірювання опорів.

Це означає, що потенціали вершин  $A$  і  $B$  ( $\varphi_A$  і  $\varphi_B$ ) рівні. Якщо напруга на клеммах джерела  $U$ , то сила струму у верхній і нижній вітках відповідно рівна:

$$I_1 = \frac{U}{r_1 + r_0}; \quad I_2 = \frac{U}{r_2 + r_x}. \quad (3.1)$$

При цьому враховано, що  $I_3 = 0$ . Потенціали ж точок  $A$  і  $B$  відносно точки  $C$  визначаються співвідношеннями:

$$\varphi_A = I_1 \cdot r_1 = \frac{U \cdot r_1}{r_1 + r_0}; \quad \varphi_B = I_2 \cdot r_2 = \frac{U \cdot r_2}{r_1 + r_x}. \quad (3.2)$$

З умови  $\varphi_A = \varphi_B$  випливає, що

$$\frac{r_1}{r_1 + r_0} = \frac{r_2}{r_2 + r_x},$$

або

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_x}{r_0}. \quad (3.3)$$

Вираз (3.3) є умовою зрівноваження містка і служить для визначення  $r_x$ , якщо  $r_0$  і відношення  $r_2/r_1$  відомі. Очевидно, що зрівноважити місток, тобто виконати умову (3.3), можна двома способами: змінюючи відношення  $r_2/r_1$ , або при незмінних  $r_1$  і  $r_2$  регулювати значення опору резистора  $r_0$ , який у даній схемі відіграє роль міри.

У першому випадку резистори  $r_1$  і  $r_2$  є частинами змінного резистора – реохорда, увімкненого між точками  $A$  і  $B$ . Рухомий контакт реохорда визначає точку  $C$ . При переміщенні повзунка змінюється відношення  $r_2/r_1$ , що дозволяє зрівноважити місток. Опори  $r_1$  і  $r_2$  при цьому пропорційні відповідним довжинам  $l_1$  і  $l_2$  частин реохорда, тому умову рівноваги можна переписати у вигляді:

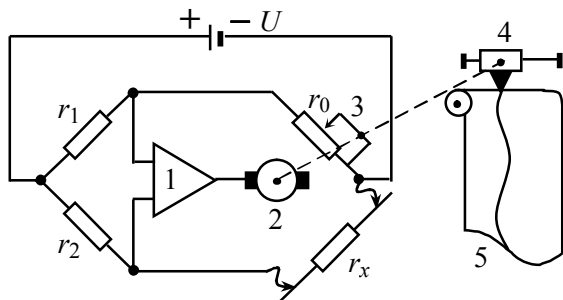
$$r_x = r_0 \frac{l_2}{l_1}. \quad (3.4)$$

У більш точних приладах резистор  $r_0$  виготовлений у вигляді високоточного магазину опорів з кількома (5–6) декадами і розміщений в одному корпусі з резисторами  $r_1$  і  $r_2$ , співвідношення опорів яких можна міняти спеціальним перемикачем. У цей корпус можуть бути вмонтовані гальванометр і джерело струму або, крім клем, для під'єднання  $r_x$  є ще клемі для під'єднання зовнішнього гальванометра і зовнішнього джерела живлення. Після встановлення потрібного співвідношення плеч зрівноваження такого містка здійснюється уже не плавно зміною  $r_1/r_2$ , а підбором  $r_0$  за допомогою декад магазину опорів.

В автоматичних містках (рис. 3.2) операцію зрівноваження здійснює спеціальний реверсивний (що змінює напрямок обертання при зміні знака напруги, яка подається на нього) електродвигун 2. З діагоналі містка через підсилювач 1 на двигун подається напруга того або іншого знака, внаслідок чого двигун пересуває в ту або іншу сторону повзунк 3 реохорда  $r_0$  до тих пір, поки місток не зрівноважиться, тобто на вхід підсилювача не перестане поступати сигнал розбалансу.

Автоматичний місток можна зробити одночасно реєструючим приладом, тобто здатним неперервно записувати значення опорів, які

змінюються з часом. Для цього достатньо механічно (як правило тросиком) зв'язати двигун не тільки з повзунком реохорда, але і з кареткою, яка переміщується вздовж стержня. На каретці кріпиться перо, під яким рівномірно переміщується паперова стрічка 5, на якій отримується графік залежності величини  $r_x$  від часу.



**Рис. 3.2.** Схема автоматичного самописного містка постійного струму.

Розглянуті вище схеми є реалізацією нульового методу порівняння і носять назву *зрівноважених містків*, оскільки у вимірювальній діагоналі містка струм дорівнює нулю, а потенціали на затискачах вимірювального приладу однакові (зрівноважені). Зміна значення  $r_x$  на  $\Delta r_x$  при заданих  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_0$  приводить до різниці потенціалів  $\Delta U_H$  між вершинами  $A$  і  $B$  містка ( $\Delta U = \varphi_A - \varphi_B$ ) і відповідно струму  $\Delta I_H$  через діагональ  $AB$  (рис.3.1). При малому розбалансі містка

$$\Delta U_H = \varphi_A - \varphi_B = \frac{\Delta r_x \cdot r_1}{(r_x + r_2) \cdot (r_1 + r_0)}; \quad (3.5)$$

$$\Delta I_H = \frac{\Delta U}{r_G} = \frac{U}{r_G} \cdot \frac{\Delta r_x \cdot r_1}{(r_x + r_2) \cdot (r_1 + r_0)}, \quad (3.6)$$

де  $U$  – напруга на затискачах джерела постійної напруги,  $r_G$  – внутрішній опір гальванометра. Таким чином, вимірювана величина  $\Delta r_x$  може бути визначена за значенням струму або напруги вихідної діагоналі містка. Такі містки називаються *незрівноваженими* і, очевидно, реалізують диференціальний метод порівняння. Незрівноважене місткове коло, таким чином, можна розглядати як перетворювач опору в струм або напругу. Аналогічну структуру вимірювального кола мають не тільки електричні, але і магнітні, оптичні та інші містки, де подібна ситуація створюється не тільки для електричних струмів, а і магнітних, світлових та інших потоків.

Важливою характеристикою містка є його *чутливість*  $S_M$ , під якою розуміють границю відношення приросту вихідного сигналу  $\Delta y$  до приросту вхідної величини  $\Delta r_x$ , коли остання прямує до нуля, тобто:

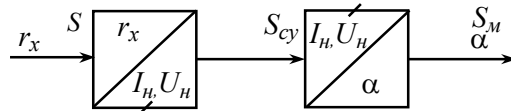
$$S_M = \lim_{\Delta r_x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta r_x}. \quad (3.7)$$

На практиці зручно оцінювати чутливість містка до відносної зміни опору:

$$S'_M = \frac{\Delta y}{\frac{\Delta r_x}{r_x} \cdot 100\%}. \quad (3.8)$$

Як бачимо з формули (3.8), чутливість містка до відносної зміни опору виражається в поділках на процент зміни опору плеча  $r_x$ .

При аналізі чутливості вимірювального містка його структурну схему зручно розглядати у вигляді послідовного сполучення двох вимірювальних перетворювачів (рис. 3.3): місткового кола і пристрою порівняння. Вхідною величиною вимірювального містка є опір  $r_x$ , вихідною – струм  $I_H$  або напруга  $U_H$  у діагоналі навантаження. У свою чергу величини  $I_H$  і  $U_H$  є вхідними для приладу порівняння, а його вихідною величиною є кут повороту  $\alpha$  рухомої частини.



**Рис. 3.3.** Структурна схема вимірювального містка.

Тоді у відповідності з формулою (1.10)

$$S_M = \frac{d\alpha}{dr_x} = \frac{dI_H}{dr_x} \cdot \frac{d\alpha}{dI_H} = S^I \frac{d\alpha}{dI_H}, \quad (3.9)$$

або

$$S_M = \frac{d\alpha}{dr_x} = \frac{dU_H}{dr_x} \cdot \frac{d\alpha}{dU_H} = S^U \frac{d\alpha}{dU_H}, \quad (3.10)$$

де  $S^I (S^U)$  – чутливість місткового кола по струму (напрузі);

$\frac{d\alpha}{dI_H} \left( \frac{d\alpha}{dU_H} \right)$  – чутливість порівнюючого пристрою.

Із наведених виразів бачимо, що при заданому значенні  $S_m$  чим більша чутливість місткового кола, тим більш грубим, а отже, більш дешевим і надійним може бути порівнюючий пристрій. Тому визначимо оптимальні параметри місткового кола, при яких його чутливість максимальна. Як випливає з виразу (3.6):

$$S^I = \frac{\Delta I_H}{\Delta r_x} = \frac{U}{r_G} \cdot \frac{r_1}{(r_x + r_2) \cdot (r_1 + r_0)}. \quad (3.11)$$

Поділивши чисельник і знаменник формули (3.11) на  $r_1$  отримаємо:

$$S^I = \frac{\Delta I_H}{\Delta r_x} = \frac{U}{r_G} \cdot \frac{1}{r_x \left(1 + \frac{r_2}{r_x}\right) \left(1 + \frac{r_0}{r_1}\right)}. \quad (3.12)$$

Нехай  $r_2 = ar_x$ ,  $r_0 = br_x$ , тоді, враховуючи, що  $r_x = r_0 \frac{r_2}{r_1}$ ,  $r_1 = abr_x$ .

Підставимо ці значення  $r_0$ ,  $r_1$  і  $r_2$  у формулу (3.12) для  $S^I$ :

$$S^I = \frac{U}{r_G \cdot r_x} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{ar_x}{r_x}\right) \left(1 + \frac{br_x}{abr_x}\right)} = \frac{U}{r_G \cdot r_x} \cdot \frac{a}{(1+a)^2}. \quad (3.13)$$

Враховуючи умову максимуму  $dS^I/da = 0$ , отримаємо:

$$(1+a)^2 - 2a(1+a) = 0. \quad (3.14)$$

Звідки  $a = 1$ , тобто оптимальне співвідношення плеч містка  $r_1 = r_2$ ,  $r_0 = r_x$ . У розглянутих містках чутливість пропорційна напрузі джерела живлення, проте допустима розсіювана потужність в плечах містка обмежує напругу живлення містка.

Похибки вимірювальних приладів (містків) залежать від ряду причин. У зрівноважених містках джерелами похибок є:

а) невідповідність значень параметрів, елементів плеч містка їх номінальним значенням, тобто похибки елементів плеч містка;

б) недостатня чутливість містка до вимірюваного опору, що не дозволяє точно встановити стан рівноваги містка, внаслідок чого відлік значень вимірюваного опору здійснюється з не до кінця зрівноваженої місткової схеми, а рівняння рівноваги точно не виконується;

в) не враховується опір з'єднувальних провідників, ізоляції;

г) завади, зумовлені дією зовнішніх електричних і магнітних полів.

У незрівноважених містках до перерахованих вище джерел похибок додаються похибки вимірювального приладу, який увімкнений в

діагональ навантаження, невідповідності напруги живлення містка номінальному значенню і методична похибка, зумовлена нелінійністю функції перетворення місткового кола.

Розглянемо коротко тільки похибки зрівноважених містків, зумовлені першими двома причинами.

Позначимо через  $\delta_i$  відносну похибку опору плеча містка, тоді  $r_i = r_{iном}(1 + \delta_i)$ , де  $i = 0, 1, 2$ . Похибки  $\delta_i$  будемо вважати малими і їх квадратами у порівнянні з одиницею будемо нехтувати.

При зрівноваженні містка:

$$r_x = r_0 \frac{r_2}{r_1} = r_{0ном} (1 + \delta_0) \frac{r_{2ном} (1 + \delta_2)}{r_{1ном} (1 + \delta_1)}. \quad (3.15)$$

Нехтуючи величинами другого порядку малості, маємо:

$$\begin{aligned} r_x &= r_{0ном} \frac{r_{2ном}}{r_{1ном}} (1 + \delta_0) \cdot (1 + \delta_2) \cdot (1 - \delta_1) \approx \\ &\approx r_{0ном} \frac{r_{2ном}}{r_{1ном}} (1 + \delta_0 + \delta_2 - \delta_1). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Результат вимірювання  $r_x$  внаслідок наявності похибок буде відрізнятися від дійсного значення:

$$r_{xд} = r_x (1 + \delta_x), \quad (3.17)$$

звідки

$$\delta_x = \delta_0 - \delta_1 + \delta_2. \quad (3.18)$$

Якщо похибки  $\delta_i$  систематичні і їх значення відомі, то при оцінці  $\delta_x$  значення  $\delta_i$  слід сумувати алгебраїчно. Проте значно частіше зустрічається, що у похибках елементів відома тільки зона їх можливих значень, симетрична відносно номінального значення параметра елемента, а значення  $\pm \delta_i$  установлюють межі цієї зони. У такому випадку при оцінці похибки результату вимірювань похибки елементів місткового кола сумуються арифметично:

$$\delta_x = \delta_0 + \delta_1 + \delta_2. \quad (3.19)$$

Похибка, викликана недостатньою чутливістю містка, виникає внаслідок того, що поріг чутливості порівнювального пристрою (нуль-індикатор) має скінчене значення і на сигнал розбалансу  $\Delta I_n$  або  $\Delta U_n$  меншого порогу чутливості порівняльний пристрій не реагує.

Ввести поправку на недостатню чутливість містка неможливо. Тому нуль-індикатор вибирається так, щоб його поріг чутливості ви-

кликав похибку приблизно на порядок меншу від похибки, зумовленої неточністю опорів місткової схеми, тобто задану формулою (3.19). У зв'язку з цим числові значення  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  і  $\delta_2$  визначають клас точності містка.

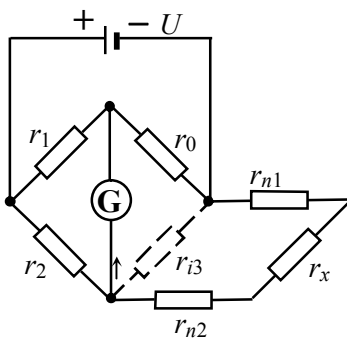
Основні параметри і технічні вимоги до містків постійного струму регламентуються відповідними стандартами, згідно з якими гранично допустиме значення основної похибки, виражене у процентах від значення вимірюваної величини, нормується одно- і двочленною формулою:

$$\delta_x = \pm c, \text{ або } \delta_x = \pm \left[ c + d \left( \frac{r_N}{r_x} - 1 \right) \right], \quad (3.20)$$

де  $c$  і  $d$  – числові коефіцієнти, що характеризують похибку містка;  $r_N$  – кінцеве значення опору даного діапазону вимірювань;  $r_x$  – вимірюваний опір.

### 3.3. НЕДОЛІКИ ОДИНАРНИХ МІСТКІВ. ПОДВІЙНИЙ МІСТОК

У розглянутих місткових схемах ми знехтували опором з'єднувальних провідників, контактів, а також опором ізоляції між выводами плеч містка. Разом з тим вони можуть чинити істотний вплив на результат вимірювань і вносити додаткові похибки. Схема містка з урахуванням указаних опорів наведена на рис. 3.4, де  $r_{n1}$  і  $r_{n2}$  – опори з'єднувальних провідників з урахуванням опору контактів;  $r_{i3}$  – опір ізоляції між выводами, до яких під'єднується вимірюваний опір.



**Рис. 3.4.** Схема одинарного містка, що враховує опір з'єднувальних провідників, контактів та ізоляції.

Повний опір плеча  $R_x$  дорівнює:

$$R_x = \frac{(r_x + r_{n1} + r_{n2}) \cdot r_{i3}}{r_x + r_{n1} + r_{n2} + r_{i3}}. \quad (3.21)$$



Як правило, з'єднувальні провідники мають однакові параметри (переріз, довжину, матеріал), і можна вважати  $r_{n1} \approx r_{n2} \approx r_n$ . Якщо з'єднувальні провідники виконані короткою мідною дротиною перерізом більше  $1 \text{ мм}^2$ , то їх сумарний опір  $2r_n \leq 0,01 \text{ Ом}$ . Значення  $r_{i3}$  залежить від матеріалу діелектрика, на якому закріплюються клеми для підмикання  $r_x$ , а також стан його поверхні. В залежності від ука-заних умов значення  $r_{i3}$  лежить в межах  $r_{i3} \geq 10^{11} \div 10^{16} \text{ Ом}$ . Врахо-вуючи оцінки  $r_n$  і  $r_{i3}$ , вираз (3.21) можна спростити до:

$$R_x = \frac{(r_x + 2r_n) \cdot r_{i3}}{r_x + r_{i3}} = \frac{r_x + 2r_n}{1 + r_x / r_{i3}}. \quad (3.22)$$

При вимірюванні високоомних опорів ( $r_x > 10^6 \text{ Ом}$ ) у виразі для  $R_x$  величиною  $2r_n$  можна знехтувати, і оскільки похибка, яку вносить опір  $r_{i3}$ , повинна бути малою, вираз для  $R_x$  представимо у вигляді:

$$R_x = \frac{r_x}{1 + r_x / r_{i3}} = r_x \left( 1 - \frac{r_x}{r_{i3}} \right) = r_x (1 - \delta'), \quad (3.23)$$

де  $\delta'$  – відносна похибка вимірювання  $r_x$ , зумовлена опором ізоляції.

Будемо вимагати, щоб похибка  $\delta'$  була малою, наприклад, менше 0,1 %, тоді з умови  $r_x / r_{i3} < 10^{-3}$  з урахуванням оцінки нижньої межі  $r_{i3}$  отримаємо оцінку верхньої межі вимірюваних опорів  $r_x < 10^{-3} \cdot 10^{11} \text{ Ом} = 10^8 \text{ Ом}$ .

При вимірюванні низькоомних опорів ( $r_x < 100 \text{ Ом}$ ) можна зне-хтувати відношенням  $r_x / r_{i3}$ , і тоді вираз (3.22) набуває вигляду:

$$R_x = r_x + 2r_n = r_x \left( 1 + \frac{2r_n}{r_x} \right) = r_x (1 + \delta''), \quad (3.24)$$

де  $\delta'' = 2r_n / r_x$  – відносна похибка вимірювання  $r_x$ , зумовлена опором підвідних провідників і контактів.

Задамо, щоб  $\delta''$  також була меншою 0,1 %, тоді з умови  $2r_n / r_x < 10^{-3}$  з урахуванням оцінки  $2r_n \leq 0,01 \text{ Ом}$  отримаємо оцінку нижньої межі вимірюваних опорів  $r_x > 10 \text{ Ом}$ .

Таким чином, одинарний місток дозволяє виміряти опори з малою похибкою тільки в обмеженому діапазоні значень ( $10 \text{ Ом} < r_x < 10^8 \text{ Ом}$ ). Проте границя отриманого діапазону не є жорсткою, вона спра-ведлива для прийнятих вище критеріїв і може бути розширена у вер-

хній межі за рахунок використання високоякісних ізоляційних матеріалів, а також в обох напрямках за рахунок зменшення точності вимірювання.

Нижню межу вимірювання опорів можна розширити, використовуючи чотирипровідну схему вмикання вимірюваного опору або подвійний місток, схема якого наведена на рис. 3.5. Вона є найбільш розповсюдженою при вимірюванні малих опорів.

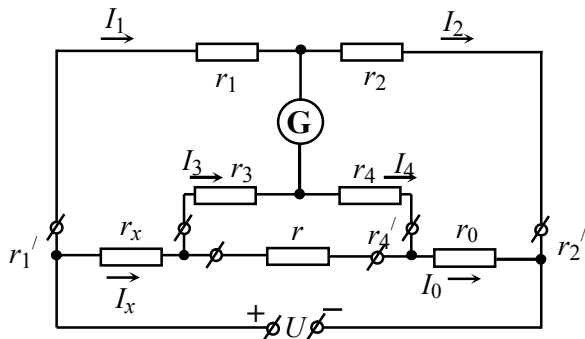


Рис. 3.5. Схема подвійного містка.

На рис. 3.5 опори плеч містка позначені через  $r_i$  з відповідними індексами, а опори з'єднувальних провідників і контактів через  $r'_1$ ,  $r'_2$  і т.д.

При зрівноваженні містка:

$$\begin{cases} I_1 = I_2; I_3 = I_4; I_x = I_0 & ; \\ I_x r_x + I_3(r_3 + r'_3) = I_1(r_1 + r'_1) & ; \\ I_0 r_0 + I_4(r_4 + r'_4) = I_2(r_2 + r'_2) & ; \\ I_3(r_3 + r'_3) + I_4(r_4 + r'_4) = (I_x - I_3)r & . \end{cases} \quad (3.25)$$

Розв'язавши систему рівнянь (3.25) відносно  $r_x$ , отримаємо:

$$r_x = r_0 \frac{r_1}{r_2} + \frac{r_4 \cdot r}{r + r_3 + r_4} \left( \frac{r_1}{r_2} - \frac{r_3}{r_4} \right). \quad (3.26)$$

Із рівняння (3.26) випливає, що якщо виконати умову  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$ , то другим членом в (3.26) можна знехтувати, і досліджуваний опір визначається з рівності:

$$r_x = r_0 \frac{r_1}{r_2}. \quad (3.27)$$

Для того, щоб певна неточність виконання умови  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$  не створювала помітної похибки при використанні формули (3.27), опір  $r$  стараються зробити якомога меншим. З цією метою з'єднувальний провідник  $r$  виготовляють із досить товстої мідної шини.

Опори  $r_1, r_2, r_3$  і  $r_4$  повинні бути не менше 10 Ом кожен, щоб вплив опорів з'єднувальних провідників і контактів був мінімальним. Діапазон значень досліджуваних опорів при цьому може бути розширений до  $10^{-8}$  Ом.

### 3.4. ОСОБЛИВОСТІ МІСТКІВ ЗМІННОГО СТРУМУ

Місткові кола змінного струму використовують для вимірювання або перетворення в електричний сигнал параметрів комплексних опорів, якими є ємність  $C$  конденсаторів та індуктивність  $L$  котушок:

$$\dot{Z}_c = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot c} = \frac{-j}{\omega \cdot c}; \quad \dot{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L,$$

де  $\omega$  – циклічна частота струму,  $j = \sqrt{-1}$ .

Умова рівноваги одинарного чотириплечого містка змінного струму аналогічна умові (3.3):

$$\frac{Z_x}{Z_0} = \frac{Z_2}{Z_1}. \quad (3.28)$$

Рівняння (3.28) у загальному випадку зв'язує чотири комплексні числа  $i$ , в залежності від форми їх представлення, може мати різний вигляд:

$$\frac{Z_x e^{j\varphi_x}}{Z_0 e^{j\varphi_0}} = \frac{Z_2 e^{j\varphi_2}}{Z_1 e^{j\varphi_1}}, \quad (3.29)$$

де  $Z_i$  – модулі комплексних опорів,  $\varphi_i$  – їх аргументи, або

$$\frac{r_x + jX_x}{r_0 + jX_0} = \frac{r_2 + jX_2}{r_1 + jX_1}, \quad (3.30)$$

де  $r_i$  – дійсні,  $X_i$  – уявні частини комплексних опорів.

Із формул (3.30) і (3.29) отримаємо:

$$r_x + jX_x = \frac{(r_0 + jX_0) \cdot (r_z + jX_2)}{r_1 + jX_1} = A + jB; \quad (3.31)$$

$$Z_x e^{j\varphi_x} = Z_0 \frac{Z_2}{Z_1} e^{j(\varphi_0 + \varphi_2 - \varphi_1)}. \quad (3.32)$$

Два комплексні числа рівні між собою, якщо рівні відповідно їх модулі і аргументи або дійсні та уявні частини. Тому умова рівноваги у містках змінного струму розпадається на дві рівності, які зв'язують числа – параметри плеч містка (опори, ємності, індуктивності, частоти).

Наприклад, вираз (3.32) розпадається на дві рівності:

$$\begin{cases} Z_x = Z_0 \frac{Z_2}{Z_1}; \\ \varphi_x = \varphi_0 + \varphi_2 - \varphi_1. \end{cases} \quad (3.33)$$

Із рівнянь (3.33) бачимо, що зрівноваження містків змінного струму в загальному випадку вимагає регулювання бодай двох незалежних елементів, які дозволяють змінювати модуль і аргумент комплексного числа або його дійсну і уявну частини. Рівності (3.33) показують, які елементи слід вмикати у плечі містка для зрівноваження схеми. Наприклад, якщо в плече  $\dot{Z}_x$  увімкнена ємність, а плечі  $\dot{Z}_1$  і  $\dot{Z}_2$  містять тільки активні опори ( $\varphi_2 = \varphi_1 = 0$ ), то в плече  $\dot{Z}_0$  повинна бути увімкнена також ємність. На рис. 3.6 зображені схеми найпростіших містків змінного струму для вимірювання ємності конденсаторів та індуктивності котушок.

При вимірюванні ємності конденсаторів та індуктивності котушок слід урахувати, що вони, як правило, характеризуються втратами, тобто у них поглинається активна потужність. Тому реальні конденсатор і котушка представляються еквівалентною схемою у вигляді ідеальних ємностей та індуктивностей з послідовно або паралельно з'єднаним активним опором, який зумовлює виникнення еквівалентних втрат.

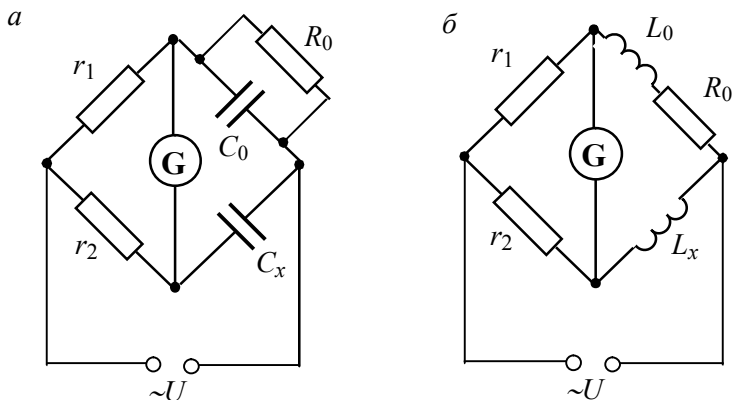
Існують містки змінного струму, в яких зрівноваження здійснюється тільки за одним із параметрів, що входять у співвідношення (3.33). Такі містки називаються *напівзрівноваженими* або *квазізрівноваженими*. Напівзрівноважені містки використовують для вимірювання тільки одного із параметрів комплексного опору: модуля, активного або реактивного складника.

У містках змінного струму у загальному випадку вимірюваний опір, струм і напруга у діагоналі навантаження виражаються comple-

кними числами, тому і чутливість виражається комплексним числом:

$$\dot{S} = \lim_{\Delta \dot{Z}_x \rightarrow 0} \frac{\Delta \dot{I}_H}{\Delta \dot{Z}_x} = S e^{j\varphi}, \quad (3.34)$$

де  $S$  – модуль чутливості,  $\varphi$  – кут, який визначає фазу приросту струму в діагоналі навантаження.



**Рис. 3.6.** Схеми містків змінного струму для вимірювання ємності (а) та індуктивності (б).

До перерахованих в п. 3.2 похибок у місткових схемах змінного струму додаються похибки, зумовлені ємнісними та індуктивними зв'язками елементів містка між собою і з зовнішніми предметами.

### 3.5. КОМПЕНСАЦІЙНІ КОЛА

Для вимірювання напруг і ЕРС постійного і змінного струмів використовують компенсатори постійного та змінного струмів. Їх також використовують для вимірювання інших величин при застосуванні вимірювальних перетворювачів і посереднього способу вимірювань.

Призначення компенсаційних кіл – порівняння нульовим методом (методом компенсації) двох незалежних напруг або струмів. У загальному вигляді компенсаційна схема представлена на рис. 3.7. Електричне коло містить: двополюсник  $A$  з параметрами  $\mathcal{E}_x$  і  $r$ , де  $\mathcal{E}_x$  – вимірювана ЕРС,  $r$  – внутрішній опір джерела ЕРС; двополюсник  $B$ , на виходах якого діє регульована в межах від нуля до певного максимального значення компенсуюча напруга  $U_k$ , значення якої відоме з

великою точністю;  $R_k$  – внутрішній опір джерела  $U_k$ ; порівнювальний пристрій (III) (нуль індикатор).

У процесі вимірювання компенсуюча напруга регулюється до отримання рівноваги  $U_k = \mathcal{E}_x$ . Ця рівність встановлюється за показами III. Характерною особливістю компенсаційного кола є наявність у ньому двох або більше незалежних джерел напруги (на рис. 3.7 це  $U_k$  і  $\mathcal{E}_x$ ): крім того, в ньому є дві вітки, струм в яких при рівновазі дорівнює нулю (нульові вітки,  $ab$  і  $вz$ ). Важливою властивістю компенсаційного методу є те, що в момент зчитування результату вимірювання коло зрівноважене, тобто напруга на III відсутня. Отже, на виводах  $a, б$  діє ЕРС  $\mathcal{E}_x$ , значення якої вимірюється.

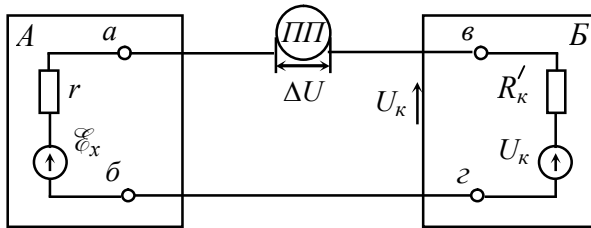
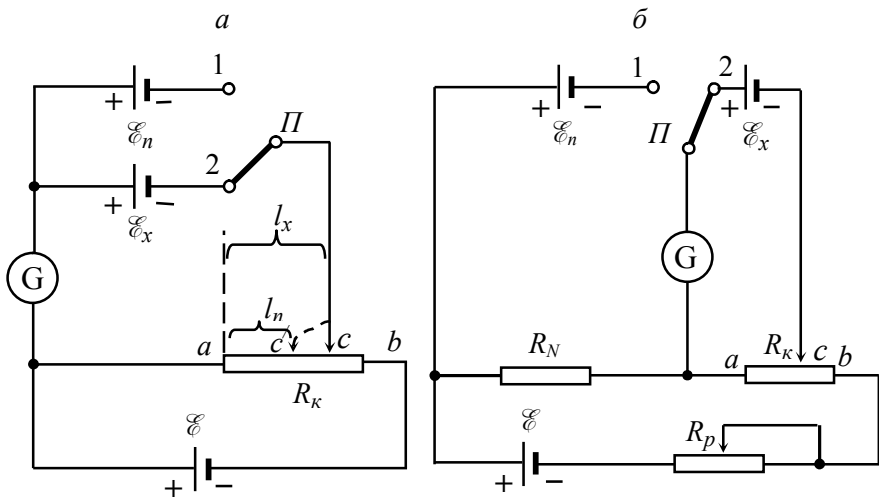


Рис. 3.7. Узагальнена схема компенсаційного кола.

Компенсаційні схеми змінного струму повинні містити джерела напруги  $\mathcal{E}_x$  і  $U_k$  зі строго однаковими частотами, оскільки тільки у цьому випадку можливе зрівноваження схеми. Тому живлення компенсаційних схем змінного струму (двополюсників А і Б) здійснюється від одного генератора змінної напруги через розділювальні трансформатори.

Засіб вимірювання напруги на основі компенсаційного кола називається компенсатором напруги або потенціометром. Розглянемо більш докладно роботу компенсатора напруги постійного струму, спрощена схема якого наведена на рис. 3.8, а. Суть вимірювань полягає у наступному. Резистор  $R_x$ , який виконаний у вигляді реохорда, приєднується до джерела живлення  $\mathcal{E}$  за схемою подільника напруги. З нього можна зняти будь-яку напругу від нуля до  $\mathcal{E}$ , переміщуючи рухомий контакт (повзунок) реохорда. Під'єднаємо до точок  $a$  і  $c$  реохорда джерело напруги, ЕРС якого необхідно виміряти. Якщо спад напруги на ділянці  $ac$  рівний  $\mathcal{E}_x$  ( $U_{ac} = \mathcal{E}_x$ ) і ці напруги діють назустріч одна одній (див. полярність підмикання джерел на рис. 3.8, то струм у колі  $c\mathcal{E}_x\text{Г}ac$  відсутній і стрілка гальванометра Г не відхилиться. Звідси назва методу: невідома ЕРС компенсується спеціально підбраною напругою на потенціометрі.



**Рис. 3.8.** Схеми вимірювальних потенціометрів з невизначеним (а) і визначеним (б) робочим струмом.

У першому варіанті цього методу використовується неградуїсований реохорд (рис. 3.8, а). Напруга на ділянці  $ac$  у цьому випадку пропорційна довжині  $l_x$ . З допомогою перемикача  $\Pi$  спочатку вмикають джерело  $\mathcal{E}_x$ . Переміщуючи контакт (повзунок) реохорда у положення  $c$  добиваються, щоб стрілка гальванометра не відхилилась. Потім перемикачем  $\Pi$  підмикають до реохорда замість  $\mathcal{E}_x$  джерело з відомою ЕРС  $\mathcal{E}_n$  (найчастіше міру ЕРС – нормальний елемент, розглянутий у § 1.4.2). Нехай для того, щоб скомпенсувати напругу  $\mathcal{E}_n$  повзунок реохорда необхідно перемістити в точку  $c'$ , а відповідна йому довжина реохорда рівна  $l_n$ . Оскільки опір реохорда повинен бути строго пропорційний його довжині, то справедливе співвідношення:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_n} = \frac{U_{ac}}{U_{ac'}} = \frac{IR_{ac}}{IR_{ac'}} = \frac{l_{ac}}{l_{ac'}} = \frac{l_x}{l_n}. \quad (3.35)$$

Звідси

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_n \frac{l_x}{l_n}. \quad (3.36)$$

Можна й інакше використати описану вище схему. Якщо реохордом буде протікати один і той самий струм, то на ньому і на його окремих ділянках завжди будуть одні й ті самі спади напруг. Можна

наперед визначити, якій напрузі відповідає певне положення повзунка  $c$ , тобто здійснити градування реохорда у вольтах. У цьому випадку достатньо приєднати джерело невідомої ЕРС  $\mathcal{E}_x$  і встановити, якій поділці (у вольтах) відповідає положення повзунка, при якому стрілка гальванометра не відхиляється. Однак у цьому варіанті вимірювання  $\mathcal{E}_x$  потрібно слідкувати за тим, щоб струм у реохорді (робочий струм) був точно сталим. Для виконання наведеної умови послідовно з реохордом  $R_x$  вмикають реостат робочого струму  $R_p$  (рис. 3.8, б), за допомогою якого можна змінювати робочий струм. Для вимірювання значення робочого струму можна використати високоточний амперметр, проте у вимірювальних потенціометрах з цією метою використовують метод, який забезпечує більшу точність, а саме: робочий струм контролюють за спадом напруги на еталонному опорі  $R_N$ . Якщо він рівний ЕРС нормального елемента  $\mathcal{E}_N$ , то у положенні 1 перемикача  $\Pi$  стрілка гальванометра не повинна відхилитися. У протилежному випадку цього необхідно досягти за допомогою реостата робочого струму  $R_p$ , а потім перевести перемикач  $\Pi$  у положення 2 і приступити до вимірювання  $\mathcal{E}_x$ .

Процес вимірювання  $\mathcal{E}_x$  легко автоматизувати. Спрощена схема автоматичного самописного потенціометра наведена на рис. 3.9.

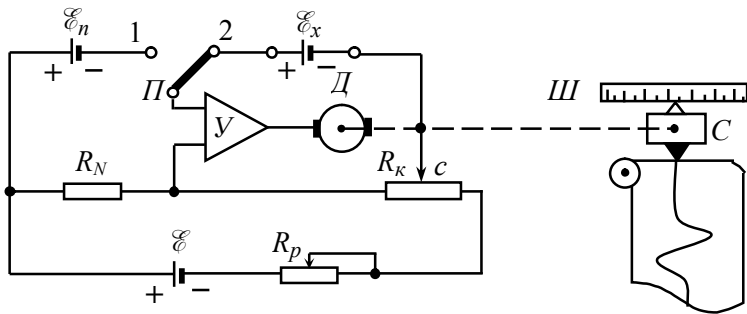


Рис. 3.9. Схема автоматичного самописного потенціометра.

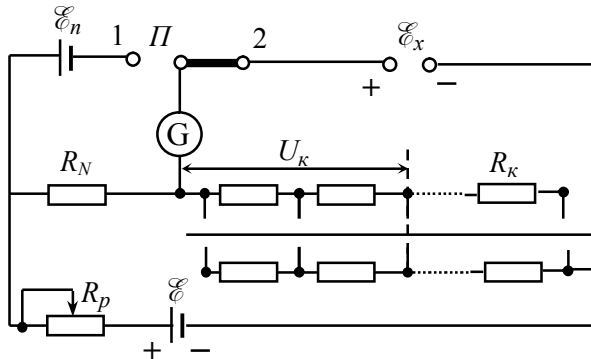
Замість гальванометра тут є підсилювач, до виходу якого приєднаний електродвигун  $D$ . Ротор двигуна може обертатися у ту або іншу сторону в залежності від знака напруги, яка подається на вхід підсилювача. Вісь електродвигуна через редуктор, який зменшує частоту обертання, з'єднана з повзунком  $c$  реохорда, а також із стрілкою відлікового пристрою. Якщо повзунок  $c$  стоїть у такому положенні, що компенсація напруг  $\mathcal{E}_x$  і  $U_c$  не відбувається, то через вхід підсилювача протікає струм, ротор двигуна  $D$  обертається і пересуває повзунок  $c$  так, щоб зменшити розбаланс схеми. Зрозуміло, що переміщення повзунка буде відбуватися до тих пір, поки схема не зрівно-



важиться. При цьому повзунок автоматично установлюється у потрібному для компенсації напруг  $U_k$  і  $\mathcal{E}_x$  положенні. Одночасно стрілка  $G$  (показчик) відлікового пристрою зупиниться проти якоїсь поділки шкали  $Ш$ , яка і вказує значення невідомої ЕРС  $\mathcal{E}_x$ . Стрілка може бути з'єднана з пером, яке залишатиме слід на папері. Якщо папір під пером повільно рівномірно рухається, то перо викреслює криву залежності  $\mathcal{E}_x$  з часом.

Основний недолік розглянутих потенціометрів є нелінійність (нерівномірність) опору реохорда  $R_k$  із зміною довжини, а також значна похибка вимірювання довжини  $l_{ac}$  реохорда. Для усунення вказаних недоліків реохорд  $R_k$  замінюють спеціальним багатodeкадним магазином опорів із заміщуваними декадами. Схема такого потенціометра наведена на рис. 3.10.

Для збереження сталості робочого струму у процесі зрівноваження у цій схемі, крім основних декад (з яких знімається напруга, яка компенсує вимірювану), передбачені заміщуючі декади, які мають такі самі значення опорів. Основні і заміщувані декади з'єднані електрично і виконані конструктивно таким чином, щоб при зміні положення контактних щіток сумарний опір у колі робочого струму, а отже, і робочий струм компенсатора залишалися б незмінними.



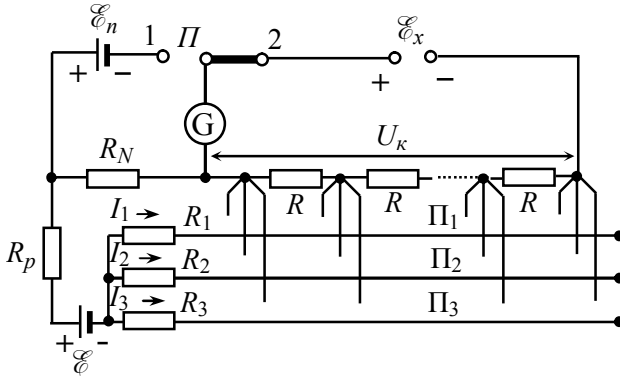
**Рис. 3.10.** Схема високоточного потенціометра з увімкненням компенсаційного опору з заміщуваними декадами.

Можливість отримати кілька знаків відліку з допомогою однієї декади опорів дає схема компенсаційних опорів з накладанням струмів (рис. 3.11).

Дійсно, якщо через опір  $R$  компенсаційної декади протікають струми  $I_1, I_2, I_3$ , то спад напруги на них буде дорівнювати сумі спадів напруг, викликаних протіканням кожного із струмів. Якщо  $I_1:I_2:I_3 = 1:0,1:0,01$ , то значення компенсаційної напруги буде рівне:

$$U_k = I_1 \cdot n_1 \cdot R + I_2 \cdot n_2 \cdot R + I_3 \cdot n_3 \cdot R = I_1 \cdot R(n_1 + 0,1n_2 + 0,01n_3), \quad (3.37)$$

де  $n_1, n_2, n_3$  – положення контактних щіток перемикачів  $\Pi_1, \Pi_2$  і  $\Pi_3$ , яка визначає кількість резисторів  $R$ , через які протікають струми  $I_1, I_2$  і  $I_3$ .



**Рис. 3.11.** Схема високоточного потенціометра з застосуванням накладання струмів.

Недоліком схеми компенсаційних вимірювань з використанням накладених струмів є деяка несталість робочого струму, значення якого залежить від положення щіток декадних перемикачів. Природно, що використання цієї схеми виправдано тільки за умови  $R \ll R_1$ ;  $R \ll R_2$ ;  $R \ll R_3$ , щоб робочі струми визначалися тільки резисторами  $R_1, R_2$  і  $R_3$ .

Під чутливістю потенціометра слід розуміти величину:

$$S_k = \frac{d\alpha}{d\mathcal{E}_x} = \frac{dI}{d\mathcal{E}_x} \frac{d\alpha}{dI} = S' \frac{d\alpha}{dI}, \quad (3.38)$$

де  $S'$  – чутливість компенсаційного кола по струмові,  $d\alpha/dI$  – чутливість гальванометра. Як видно, для схеми, наведеної на рис. 3.8

$$S' = \frac{1}{r + r_g + R_k}, \quad (3.39)$$

де  $r$  – внутрішній опір джерела вимірюваної ЕРС  $\mathcal{E}_x$ ,  $r_g$  – опір гальванометра,  $R_k$  – значення компенсуючого опору (частина опору реохорда) при зрівноваженій схемі. Оскільки  $r$  і  $r_g$  у більшості випадків задані, то очевидно, що чутливість компенсаційного кола зростає при зменшенні опору компенсуючого опору  $R_k$  і залежить від значення вимірюваної ЕРС.

Як впливає з наведеного вище, *похибка* потенціометра залежить від похибки нормального елемента  $\mathcal{E}_N$ , від точності виготовлення та підгонки зразкового резистора  $R_N$ , а також, в основному, від похибки компенсуючого опору  $R_K$ . Похибка встановлення самого факту зрівноваження визначається чутливістю нуль-індикатора (гальванометра).

Межа допустимої основної похибки в процентах у високоточних потенціометрах визначається за формулою:

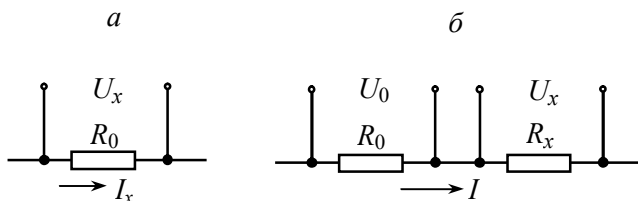
$$\delta = \pm \left[ c + d \left( \frac{U_{KN}}{U_K} - 1 \right) \right], \quad (3.40)$$

де  $d = 40 \frac{U_{\min}}{U_K}$  для потенціометрів з  $c = 0,0001 \dots, 0,02$  і  $d = 50 \frac{U_{\min}}{U_K}$  для потенціометрів з  $c = 0,05$ ;  $U_{KN}$  – верхня межа вимірювання;  $U_K$  – значення компенсаційної напруги, отримане при вимірюванні з допомогою даного потенціометра;  $U_{\min}$  – ціна поділки найменшої декади.

Межа допустимої основної похибки для потенціометрів, адитивна складова похибка якої  $c > 0,1$ , нормується формулою:

$$\delta_K = \frac{100 \Delta U_K}{U_K} = C. \quad (3.41)$$

Потенціометри можуть вимірювати не тільки ЕРС, але і будь-які інші величини, якщо їх можна перетворити в напругу постійного струму. Розглянемо, наприклад, вимірювання постійних струмів і опорів електричного кола.



**Рис. 3.12.** Схеми перетворення струму (*a*) і опору (*б*) в напругу для компенсаційних вимірювань.

При вимірюванні струму  $I_x$  останній пропускають через резистор  $R_0$ , опір якого відомий з високою точністю, а напруга  $U_x$  на виводах резистора  $R_0$  вимірюється компенсатором (рис. 3.12, *a*). При зрівноваженні  $U_K = U_x = I_x \cdot R_0$ , звідки  $I_x = U_0 / R_0 = U_K / R_0$ .

При вимірюванні опору  $R_x$  послідовно з ним з'єднують резистор з опором  $R_0$  і через них пропускають струм  $I = U_0/R_0$ . Напругу на виводах  $R_x$  вимірюють компенсатором (рис. 3.12, б). Вона дорівнює  $U_k = U_x = I_x \cdot R_x = U_0 \frac{R_x}{R_0}$ , звідки  $R_x = R_0 \frac{U_x}{U_0}$ .

На завершення відмітимо дуже важливу властивість компенсаційного методу вимірювань, який полягає у тому, що в момент компенсації струм у вимірювальному колі відсутній. При цьому практично відсутня і методична похибка, викликана споживанням енергії від досліджуваного об'єкта.

## 4. ЦИФРОВІ ВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИЛАДИ

### 4.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

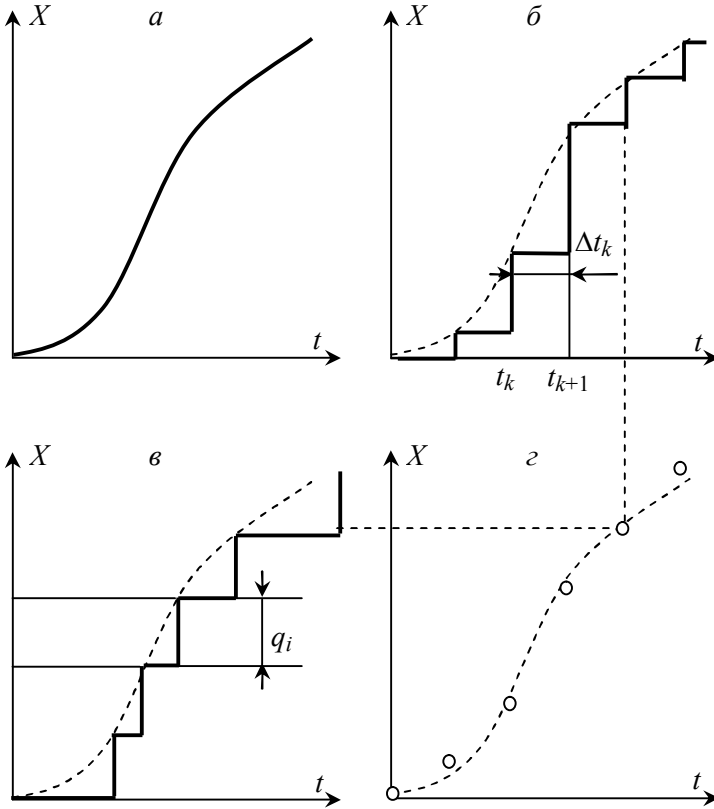
**Аналогова і цифрова форми представлення інформації.** Результатом будь-якого вимірювання є значення певної фізичної величини, відомості про яку містяться у вимірюваній інформації. Матеріальним носієм інформації виступають сигнали, один із параметрів яких містить вимірювану інформацію і є інформативним. Цей параметр змінюється в залежності від вимірюваної величини за певним законом і називається *кодом*. Кодування інформації може бути аналоговим або цифровим. При аналоговому кодуванні вимірюваної інформації розмір однієї фізичної величини відображається розміром другої фізичної величини. Наприклад, сила електричного струму відображається (кодується) кутом відхилення рухомої частини вимірювального механізму електромеханічного вимірювального приладу, температура – довжиною стовпчика рідини в капілярі. Цифрове представлення вимірюваної інформації полягає у відображенні вимірюваного значення фізичної величини комбінаціями умовних символів. У найбільш звичних для нас випадках цими символами є числа. Відповідно аналоговому і цифровому відображенню і кодуванню розрізняють *аналогову і цифрову* форми представлення вимірюваної інформації, а також аналогові та цифрові сигнали.

**Модуляція (кодування), дискретизація і квантування.** Як уже відмічалось, у процесі вимірювання один із параметрів вимірюваного сигналу змінюється або, іншими словами, модулюється вимірюваною величиною. Так, наприклад, інформативним сигналом може служити струм у колі, а його параметр – амплітуда – інформативним параметром, який відображає опір ділянки кола. У цьому випадку амплітуда струму модулюється значенням опору кола, а відповідне кодування здійснюється на основі закону Ома.

Таким чином, суть *модуляції* полягає в тому, що вимірювана величина, діючи на інформативний параметр певного сигналу-носія, передає йому вимірювану інформацію, внаслідок чого цей сигнал стає джерелом вимірюваної інформації. Отже, модуляція представляє собою операцію формування вторинних сигналів. Очевидно також, що модуляція і кодування органічно пов'язані між собою: модулюються певні параметри носіїв, а кодується вимірювальна інформація.

Носій інформації може бути величиною з постійним початковим розміром, гармонічним коливанням, параметрами якого є амплітуда, частота і фаза коливань, а також періодичною послідовністю імпульсів, параметри якої – амплітуда, тривалість, частота слідування і фа-

за. Відповідно до наведених прикладів розрізняють пряму модуляцію, модуляцію гармонічних сигналів та імпульсну модуляцію.



**Рис. 4.1.** Види сигналів: *a* – неперервний; *б* – дискретизований у часі; *в* – квантований за рівнем; *г* – дискретизований і квантований.

*Дискретизацію* неперервного в часі (просторі) сигналу здійснюють з метою звільнення від надлишкової інформації, щоб спростити засоби і способи її збереження, передачі та обробки. Вона полягає в тому, що неперервний сигнал  $X(t)$ , який має безліч значень (рис. 4.1, *a*), замінюється послідовністю його значень  $X(t_k)$  в певні проміжки часу  $t_k$  (рис. 4.1, *б*). Інтервал часу  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$  називається кроком квантування, який може бути рівномірним або нерівномірним. Величину кроку дискретизації вибирають так, щоб сигнал  $X(t)$  можна було б відтворити з допустимою похибкою при мінімальній кількості його дискретних значень  $X(t_k)$ . З нерівномірним

кроком здійснюється адаптивна дискретизація, при якій крок дискретизації вибирається автоматично в залежності від швидкості зміни (спектрального складу) сигналу  $X(t)$  для того, щоб звести до мінімуму надлишковість вимірюваної інформації.

*Квантування* аналогового сигналу за рівнем необхідне для цифрового кодування вимірюваної інформації. Одночасно воно також забезпечує можливість звільнення від надлишковості вимірюваної інформації. Квантування полягає в тому, що значення неперервного або дискретизованого в часі сигналу округлюється до дискретного рівня (рис. 4.1,  $\vartheta$ ,  $\gamma$ ). Інтервал, в якому лежать значення величини, котрі округлюються до певного рівня  $X_i$ , називається кроком квантування  $q_i$ , який може бути рівномірним ( $q_i = q = const$ ) або нерівномірним ( $q_i \neq const$ ). Найбільш часто, як і при дискретизації, використовують квантування з рівномірним кроком, величина якого рівна одиниці молодшого розряду при цифровому представленні фізичної величини. З нерівномірним кроком здійснюють адаптивне квантування.

Величину кроку квантування вибирають в залежності від допустимих втрат вимірюваної інформації. При квантуванні з рівномірним кроком модуль похибки:

$$\Delta X = |X_i - X| = |iq - X| \leq 0,5 q, \quad (4.1)$$

тобто не перевищує половини кроку квантування.

**Системи числення і коди.** Під системою числення розуміють спосіб зображення чисел за допомогою цифрових знаків. Кількість  $h$  цифрових знаків у даній системі числення складає основу даної системи. Найбільш простою є одинична система числення, в якій ціле число зображається сукупністю одиниць або інших однакових знаків, повторених відповідну кількість раз (наприклад, 2 зображається як 11, 5 – як 11111). Найбільше розповсюдження мають двійкова (0, 1) та десяткова (0, 1, 2, ..., 9) системи, які належать до позиційних систем.

В *позиційній* системі кожний цифровий знак має числове значення  $k$  і вагу, яка визначається положенням (позицією) в числовому виразі.

Ціле число  $N$  в позиційній системі числення записують у вигляді суми:

$$N = \sum_{i=1}^n k_i h^{i-1}, \quad (4.2)$$

де  $n$  – кількість розрядів (позицій),  $k_i$  – цифровий знак з вагою  $i$ -го розряду. Дробове  $n$ -розрядне число  $M$  з  $m$  розрядами після коми записують так:

$$M = h^{-m} \sum_{i=1}^n k_i h^{i-1} = qN, \quad (4.3)$$

де  $q = h^{-m}$  – одиниця молодшого розряду.

*Розглянемо кілька прикладів.* У найбільш звичній десятковій системі числення число, наприклад, 258, записують у вигляді суми:

$$2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0. \quad (4.4)$$

Для скорочення запису пишуть тільки значення коефіцієнтів, розміщуючи їх зліва направо по зменшенню номера десяткового розряду: 258. У двійковій системі числення це ж число 258 записують у вигляді 100000010, що відповідає:

$$1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0. \quad (4.5)$$

Очевидно, що при технічній реалізації двійкового коду для відображення кожного розряду числа необхідно створити елемент з двома стійкими станами, які відповідатимуть 0 і 1 (за домовленістю). Технічна реалізація відображення десяткової системи представлення чисел пов'язана із значними труднощами, оскільки для відображення кожного розряду числа необхідні пристрої з десятьма стійкими станами. В зв'язку з цим широкого застосування набув двійково-десятковий код, в якому кожний десятковий розряд виражається чотирма двійковими розрядами, ваги знаків яких відповідають позиціям десяткової системи числення. Так, наприклад, десяткове число 258 в двійково-десятковій системі має вигляд:

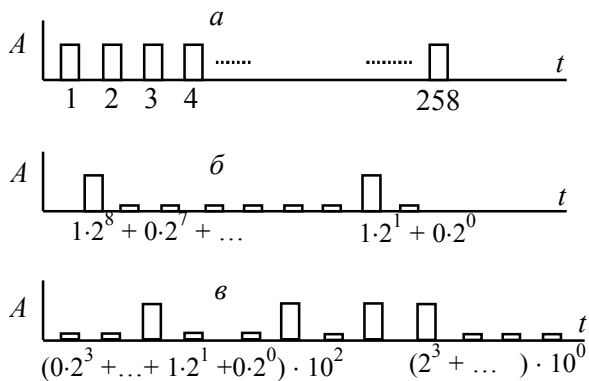
$(0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) \cdot 10^2 + (0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) \cdot 10^1 + (1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) \cdot 10^0$ ,  
або скорочено 0010 0101 1000.

Цей код вигідно відрізняється від інших тим, що порівняно просто перетворюється в десятковий, який використовують для візуального відліку і не вимагає для реалізації великої кількості бістабільних елементів. Так, для реалізації чисел від 0 до 999 необхідно  $3 \cdot 4 = 12$  бістабільних логічних пристроїв.

Таким чином, довільна система числення є кодом для зображення чисел за допомогою цифрових знаків. Цифрові коди, які використовують у цифровій вимірювальній техніці, базуються на одній або кількох системах числення. У ряді випадків це відображається на назві кодів, наприклад, розглянуті вище одиничний, двійковий, десятковий та двійково-десятковий коди.



При фізичній реалізації кодів кожному символу використовуваної системи числення повинен відповідати свій фізичний стан логічного елемента. В залежності від черговості передачі сигналів, що відповідають елементам коду, всі коди можна поділити на послідовні та паралельні. У випадку паралельного коду елементи коду передаються одночасно різними каналами. У послідовного коду елементи коду передаються по черзі в часі в одному каналі.



**Рис. 4.2.** Сигнали коду числа 258 в різних системах числення:  
*a* – одиничній, *б* – двійковій, *в* – двійково-десятковій.

Якщо створювати послідовний код імпульсами напруги або струму і вважати, що символу 1 відповідає наявність імпульсу високого рівня, а символу 0 – відсутність імпульсу або імпульс низького рівня, то сигнал-код числа 258 в різних системах числення буде мати вигляд, представлений на рис. 4.2.

#### 4.2. МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ АНАЛОГОВИХ СИГНАЛІВ У КОД

Перетворення неперервної фізичної величини у код проходить шляхом квантування вимірюваного сигналу і заміни значення фізичної величини її найближчим фіксованим значенням. Ці фіксовані значення фізичної величини утворюються за допомогою міри, і кожному фіксованому значенню відповідає свій код.

Розрізняють три основні методи перетворення аналогових сигналів у код.

*Метод послідовного рахунку* полягає в послідовному порівнянні вимірюваної величини  $X$  з відомою величиною  $X_k$ , яка стрибкоподібно (кроками) зростає у часі в результаті кожного такту на величину  $X_0$  (рис. 4.3, *a*). *Значення  $X_0$  кожної стрибкоподібної зміни  $X_k$  називають*

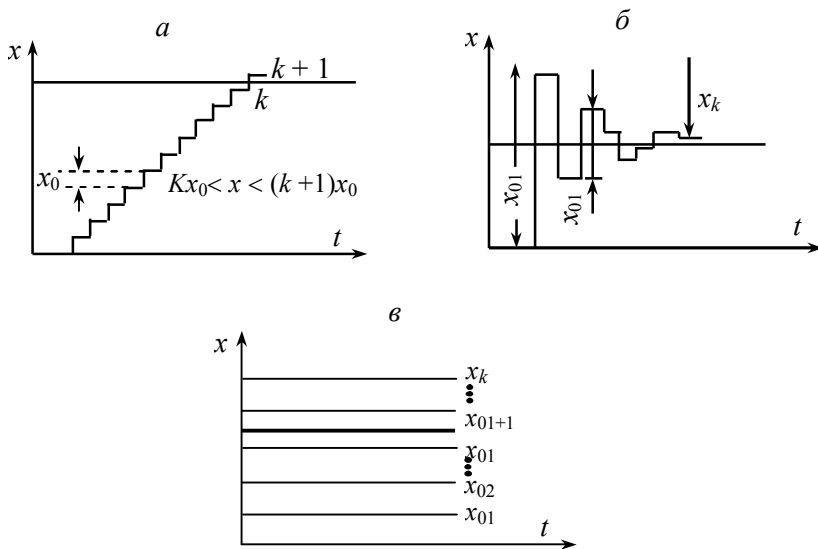
вається кроком квантування (або просто квантом) і є постійною величиною.

При певному числі квантів  $n$  настає рівність (строга або з деякою похибкою)  $nX_0 = X$ , де  $X$  значення вимірюваної величини. Якщо вибрати  $X_0$  рівним одиниці вимірювання фізичної величини  $X$ , то число кроків  $n$  буде представляти собою одиничний код вимірюваної величини. Для одержання коду необхідний послідовний підрахунок кількості квантів  $X_0$ .

*Метод порозрядного урівноваження* (кодоімпульсний, порівняння і віднімання) полягає в послідовному в часі порівнянні вимірюваної величини  $X$  з відомою величиною  $X_k$ , яка змінює своє значення нерівномірними стрибками (кроками)  $X_{m,i}$  за певним алгоритмом (рис. 4.3, б). Наприклад, для двійково-десятькового коду всі значення  $X_{m,i}$  розбиваються на групи по чотири, причому значення  $X_{m,i}$ , де  $i = 1, 2, 3, 4$ , у кожній тетраді відносяться як вагові коефіцієнти коду, (в розглядуваному випадку 8-4-2-1), а значення  $X_{m,i}$  у кожній наступній тетраді в 10 раз більші, ніж значення в попередній тетраді. При цьому в молодшій тетраді значення  $X_{m,i}$  з ваговим коефіцієнтом 1 визначає крок квантування. Процес перетворення починається з порівняння значення  $X$  з старшим значенням  $X_{m,i}$  старшої тетради (рис. 4.3, б). Результат порівняння (більше, менше) визначає, чи ввійде дане значення  $X_{m,i}$  в результуючу суму  $\sum_m \left( \sum_{i=1}^4 x_{m,i} \right)$ , яка замінює вимірюване значення фізичної величини  $X$  при перетворенні її в код. У процесі послідовного порівняння двійково-десятьковий код значення  $X$  виробляється порозрядно, в напрямку від старшого розряду до молодшого.

*Метод одночасного зчитування* полягає в одночасному порівнянні вимірюваної величини з дискретним набором відомих величин, значення яких відрізняються один від одного на величину одного кроку квантування. Код вимірюваної величини утворюється за значенням величини  $X_k$ , яке найбільш близьке (або рівне) значенню вимірюваної величини  $X$  (рис. 4.3, в).

Цей метод аналогічний розглянутому вище методу співпадіння і вимагає цілої множини високостабільних мір, тому технічно його найважче реалізувати. З іншого боку, час порівняння, зрозуміло, значно менший, ніж в попередньо розглянутих методах. Внаслідок цього метод одночасного зчитування використовують тільки в швидкодіючих вимірювальних приладах.



**Рис. 4.3.** Методи перетворення неперервних вимірюваних величин у код: *а* – послідовного рахунку; *б* – порозрядного урівноваження; *в* – одночасного зчитування.

Практична реалізація описаних основних методів перетворення значення фізичних величин у код в залежності від роду величини характеризується різним ступенем складності. Тому часто вимірювану фізичну величину  $X$  попередньо перетворюють в іншу фізичну величину  $Y$ , яка кодується найбільш просто вибраним методом. В електричних вимірюваннях найчастіше кодують інтервал часу  $\Delta t$ , частоту слідування імпульсів  $f$  та напругу постійного струму  $U$ .

#### 4.3. СТРУКТУРА, ОСНОВНІ ВУЗЛИ ЦВП ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇХ ХАРАКТЕРИСТИК

*Структура* цифрових вимірювальних приладів (ЦВП) включає в себе дві обов'язкові складові: *аналого-цифровий перетворювач та цифровий пристрій відліку*. В аналого-цифрових перетворювачах відбувається автоматичне перетворення неперервної вхідної величини в код. Ці перетворювачі можуть використовуватись і як самостійні вузли вимірювальних, інформаційних та керуючих систем, в яких не вимагається індикація результатів вимірювань в десятковому коді.

Другим обов'язковим вузлом ЦВП є цифровий пристрій відліку (ЦПВ). За допомогою одного із розглянутих вище методів, аналого-цифрові перетворювачі виробляють код, який відповідає значенню

вимірюваної величини, а ЦПВ перетворює кодові сигнали в цифрові символи десяткової системи, які найбільш зручні для нашого сприйняття. Багато ЦВП містять попередні аналогові перетворювачі (АП), які служать для зміни масштабу вимірюваної величини  $X$ , або її перетворення в іншу величину, більш зручну для кодування. Найбільш проста структурна схема ЦВП показана на рис. 4.4.

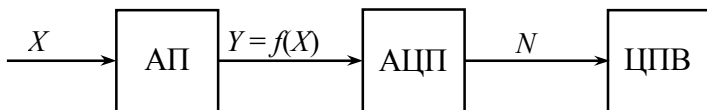


Рис. 4.4. Структурна схема ЦВП.

В ЦВП застосовуються ряд *спеціальних вузлів*, які побудовані на елементах електронної техніки з широким використанням мікросхем різної ступені інтеграції. Розглянемо деякі найбільш часто вживані вузли ЦВП.

**Тригери і лічильні пристрої.** *Тригер* – це пристрій з двома стійкими станами, перехід між якими здійснюється стрибкоподібно під дією зовнішнього сигналу. Після переходу із одного стану в другий, новий стан зберігається до тих пір, поки наступний зовнішній сигнал не змінить його. На рис. 4.5, *а* показано умовне позначення тригера, який має три входи: вхід установки в нульовий (початковий) стан  $R$ , вхід установки в одиничний стан  $S$ , лічильний вхід  $C$  і два виходи: прямий  $Q$  та інверсний  $\bar{Q}$ . При поступленні керуючого сигналу на вхід  $R$ , тригер встановлюється в нульовий стан, при якому на прямому виході  $Q$  встановлюється електричний сигнал з низьким потенціалом, що відповідає логічному 0, а на інверсному виході  $\bar{Q}$  – високий потенціал, що відповідає логічній 1. Якщо ж керуючий сигнал подати на вхід  $S$ , то на прямому виході  $Q$  з'явиться сигнал 1, а на інверсному  $\bar{Q}$  – 0. При поступленні імпульсів на лічильний вхід  $C$  тригер міняє свій вихідний стан від кожного вхідного імпульсу. Робота тригера при дії керуючих та лічильних імпульсів проілюстрована за допомогою часової діаграми, зображеної на рис. 4.5, *б*.

Ланцюжок послідовно з'єднаних тригерів є найпростіший лічильник імпульсів у паралельному двійковому коді. Схема такого лічильника та часова діаграма його роботи представлена на рис. 4.6. Перед початком підрахунку імпульсів на об'єднані  $R$  входи тригерів  $D1 - D3$  подається імпульс установки в нульовий стан, внаслідок чого на всіх виходах  $Q$  встановлюється логічний 0. Імпульси, кількість яких необхідно підрахувати, поступають на вхід першого

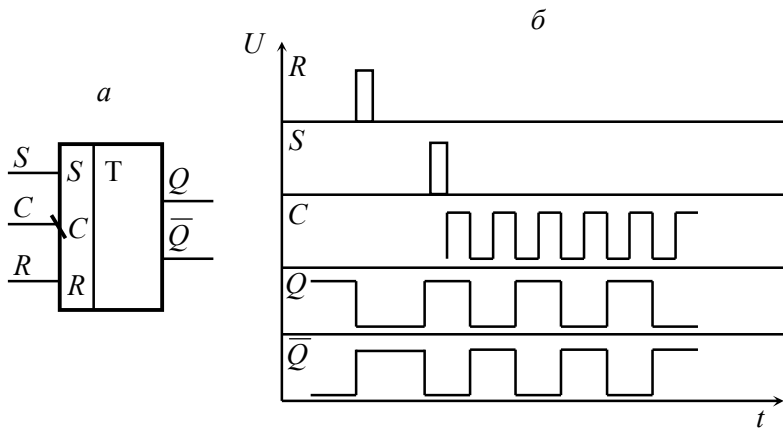


Рис. 4.5. Умовні позначення лічильного тригера (а) та діаграма його роботи (б).

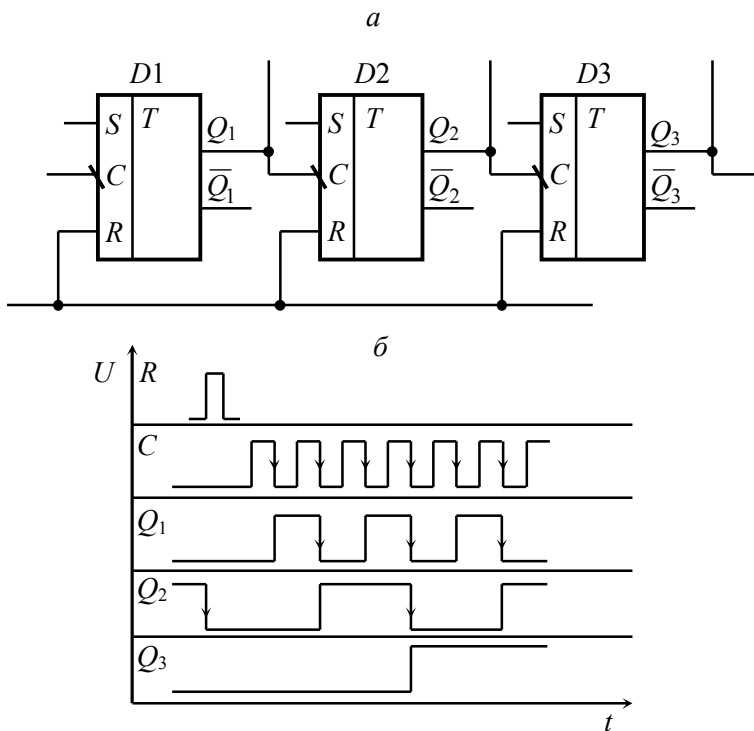
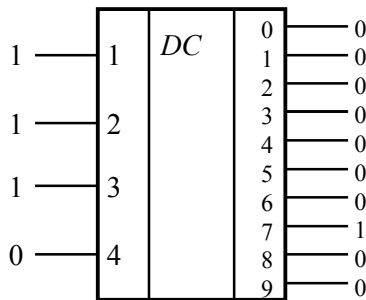


Рис. 4.6. Лічильник, побудований із ланцюга тригерів (а) та часова діаграма його роботи (б).

тригера. Допустимо, що зміна стану тригера відбувається (синхронізована) по задньому фронту імпульсу, який на часових діаграмах (рис. 4.6, б) відмічений стрілкою. Легко бачити, що частота імпульсів на виході тригера в два рази менша від частоти вхідних імпульсів. Таким чином, кожний тригер є подільником частоти імпульсів на 2. Очевидно, що при послідовному з'єднанні  $n$  тригерів, частота імпульсів на виході останнього буде в  $2^n$  раз менша, ніж вхідних. Безпосередньо з діаграми також випливає, що напруга (потенціал) на виходах  $Q_1 - Q_3$  відповідає паралельному двійковому коду числа імпульсів, які поступили на вхід, причому вихід  $Q_1$  відповідає молодшому розряду, а  $Q_3$  – старшому.

**Дешифратори.** Оскільки паралельний двійковий код незручний для безпосереднього сприйняття, його необхідно перетворити в десятковий. Цю функцію виконують вузли, які одержали назву *дешифраторів*. У загальному випадку під дешифратором розуміють пристрій, який перетворює паралельний код одного виду в паралельний код іншого. В ЦВП в основному використовуються дешифратори двійково-десятькового коду в паралельний код для керування знаковими індикаторами. Умовне позначення такого дешифратора при перетворенні в десятковий код наведено на рис. 4.7.

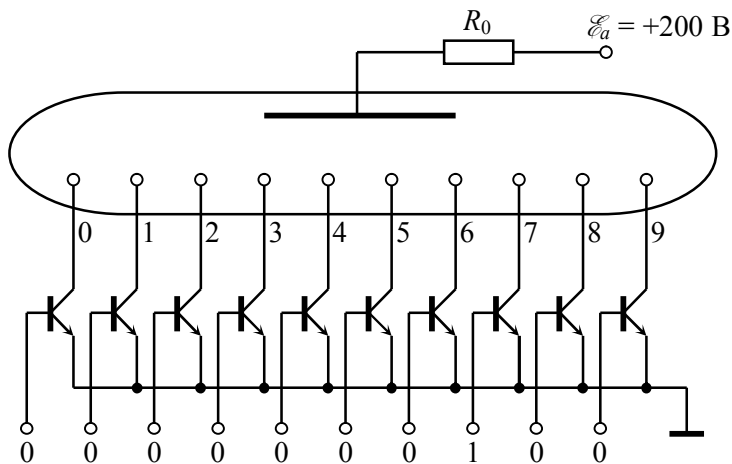


**Рис. 4.7.** Умовне позначення дешифратора двійково-десятькового коду в десятковий.

*Знакові індикатори* служать для перетворення електричних сигналів у світлові, які безпосередньо сприймаються спостерігачем. Найбільш простими є газорозрядні знакові індикатори. Вони представляють собою скляний балон, заповнений неонам, всередині якого розміщений анод у вигляді дротяної сітки та катоди у вигляді тонких дротинки, які мають форму цифр від 0 до 9. Якщо між анодом і одним із катодів прикладена напруга 150 – 200 В, то навколо катода за рахунок збудження атомів неону електронним ударом виникає яск-

раве червоно-оранжеве свічення. Випускають також газорозрядні лампи з катодами у вигляді службових знаків +, -, ~, V, mA і т.д. Для того, щоб світилась тільки одна із десяти цифр, напруга повинна бути прикладена між анодом і тільки тим катодом, який має вигляд необхідної цифри. З цією метою кожний катод з'єднується з джерелом (спільної шини) через ключ, виконаний, наприклад, на транзисторі (див. рис. 4.8). При поступленні напруги рівня 1 із одного з виходів дешифратора на базу з'єданого з ним транзистора, цей транзистор відкривається (переходить у провідний стан) і відповідна цифра висвічується індикатором. На бази інших транзисторів у цей час від дешифратора поступають напруги рівня 0, і вони перебувають у закритому стані.

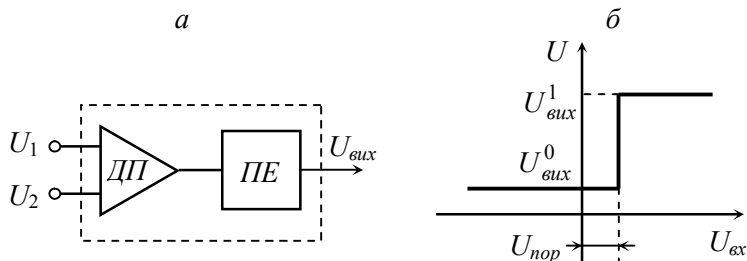
На рис. 4.8 показана схема вмикання і загальний принцип керування газорозрядним індикатором. Для наведеного на рис.4.7 випадку вхідних сигналів на дешифраторі і відповідно знаковому індикаторі ініціюється цифра 7.



**Рис. 4.8.** Схематичне зображення та принцип управління газорозрядним індикатором.

В останній час для цифрової індикації використовують, в основному, сегментні індикатори, в яких випромінюючими елементами є напівпровідникові світлодіоди, смужки електролюмінофору, що мають високу контрастність і яскравість. Слід відмітити також рідкокристалічні індикатори, робота яких базується на зміні оптичних властивостей тонкого шару рідкокристалічної речовини при прикладенні до неї електричного поля. Такі індикатори споживають дуже малу потужність, проте їх контрастність залежить від зовнішнього освітлення.

*Компаратори*, або пристрої порівняння, призначені для порівняння двох вхідних величин:  $X_1$  (наприклад, відомої) та  $X_2$  (невідомої) і формування вихідного сигналу  $Y$  в залежності від результату порівняння. Найбільш часто порівнюються напруги постійного струму. Компаратори напруг, як правило, включають в себе диференціальний підсилювач з максимальним коефіцієнтом підсилення та пороговий елемент (рис. 4.9, *a*).



**Рис. 4.9.** Структурна схема компаратора напруги (*a*) та його характеристика (*б*).

Математично компаратор описується такими виразами:

$$\begin{aligned} \text{при } U_{вх} = U_1 - U_2 > 0, & \quad U_{вих} = U_{вих}^1; \\ \text{при } U_{вх} = U_1 - U_2 < 0, & \quad U_{вих} = U_{вих}^0; - \end{aligned}$$

причому  $U_{вих}^1$  та  $U_{вих}^0$  повинні співпадати з напругами логічних 1 та 0 відповідно. В ідеальних компараторах перемикання вихідної напруги з одного рівня на інший повинно проходити при  $U_1 = U_2$ . Однак, в реальних пристроях, як показано на рис. 4.9, *б*, вихідний сигнал змінює своє значення при певній ненульовій різниці  $U_1 - U_2 = U_{пор}$ , яка називається пороговою напругою.

*Комутатори* або *електронні ключі*, – це пристрої, які виконують функції вимикачів або перемикачів. Як ключі, що керуються електричними сигналами, застосовують електричні реле, а також ключі на базі діодів або транзисторів. Перші мають низький опір в увімкненому і високий у вимкненому станах, проте досить інерційні і внаслідок цього не можуть бути використані в швидкодіючих схемах. Перевагою ж других є висока швидкодія і надійність, хоча вони поступаються релейним ключам щодо опорів у вимкненому і увімкненому станах.

Другу різновидність комутаційних елементів утворюють ключові схеми, які використовуються для дозволу або заборони на прохо-



дження сигналів з рівнями логічних 0 або 1. Такі схеми прийнято називати логічними ключами.

*Цифро-аналогові перетворювачі (ЦАП)* – це пристрої, в яких представлена в цифровому коді вхідна величина перетворюється в квантовану аналогову фізичну величину (напругу, електричний опір тощо). Перетворювачі коду в напругу виготовляють на основі дискретних резистивних подільників напруги, в яких коефіцієнт ділення визначається кодом. Перетворювачі коду в електричний опір виготовляють у вигляді набору резисторів, які можуть з'єднуватись (комутуватись) за допомогою релейних кіл або електронних ключів.

*Кожний ЦВП характеризується* діапазоном вимірювань, чутливістю, роздільною здатністю, вхідним опором і струмом, точністю, швидкодією, завадостійкістю і т.д. Аналогічні характеристики приладів і аналоговим приладам, тобто є спільними для всіх засобів вимірювань, проте деякі з них для цифрових приладів мають свою специфіку. Так, чутливість *ЦВП* визначається як значення вимірюваної величини, яка припадає на одиницю дискретності, тобто на один квант. Роздільною здатністю *ЦВП* називається величина, обернена до числа квантів  $N_q$  на піддіапазоні.

Точність приладу кількісно оцінюється похибками, які для довільного *ЦВП* мають дві складові. Перша складова включає в себе методичну похибку кроку дискретності  $\Delta X_0$ . Ця похибка виникає внаслідок того, що вимірювана величина  $X$  може приймати безмежну множину значень у межах певного діапазону вимірювань, а величина, за якою виробляється код і замінює  $X$ , може приймати лише обмежену кількість значень, які відрізняються одне від одного на величину, рівну або кратну кроку квантування.

Друга складова похибки пов'язана з недосконалістю елементів (вузлів) приладу і, таким чином, є інструментальною. До неї слід віднести, наприклад, відхилення дійсного значення кванта, (отже і набору квантів) від номінального значення, наявність порога чутливості порівнюючого пристрою, зміна під дією різних факторів коефіцієнта передачі масштабних перетворювачів тощо. Інструментальні похибки індивідуальні для кожної групи *ЦВП* і залежать від елементної бази, прийнятої для побудови *ЦВП*. Однак для переважаючої більшості *ЦВП*, на відміну від аналогових приладів, похибка нормується за формулою:

$$\delta = \pm \left[ c + d \left( \frac{X_N}{X} - 1 \right) \right], \quad (4.6)$$

що свідчить про співрозмірність адитивної і мультиплікативної складових похибки ЦВП.

Важливою характеристикою ЦВП є завадостійкість. Під завадами прийнято розуміти величини, які не вимірюються, проте діють на вхід приладу разом із вимірюваною величиною і спотворюють результат вимірювання. Здатність ЦВП зменшувати дію завад на результат вимірювань називається завадостійкістю. Кількісно вона характеризується коефіцієнтом подавлення завад, який вимірюється в децибелах (Дб) і визначається за формулою:

$$K = 20 \lg \left( \frac{E_{nmax}}{U_e} \right), \quad (4.7)$$

де  $E_{nmax}$  – амплітудне значення завади на вході приладу,  $U_e$  – еквівалентна вхідна напруга, яка викликає такий же вихідний сигнал, як і  $E_{nmax}$ .

#### 4.4. ЦВП ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ІНТЕРВАЛУ ЧАСУ (ПЕРІОДУ) ТА ЧАСТОТИ

Часовий інтервал  $t_x$  може бути вимірний шляхом підрахунку числа імпульсів стабільної частоти  $f_0$ , які поступили на вхід лічильника імпульсів за час  $t_x$ . Спрощена функціональна схема вимірювача часових інтервалів  $t_x$  показана на рис. 4.10.

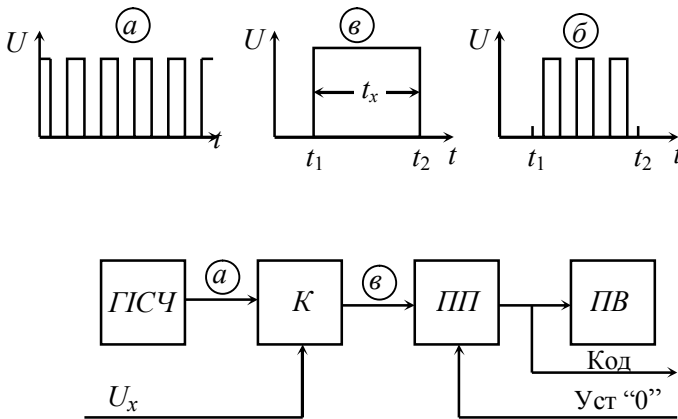


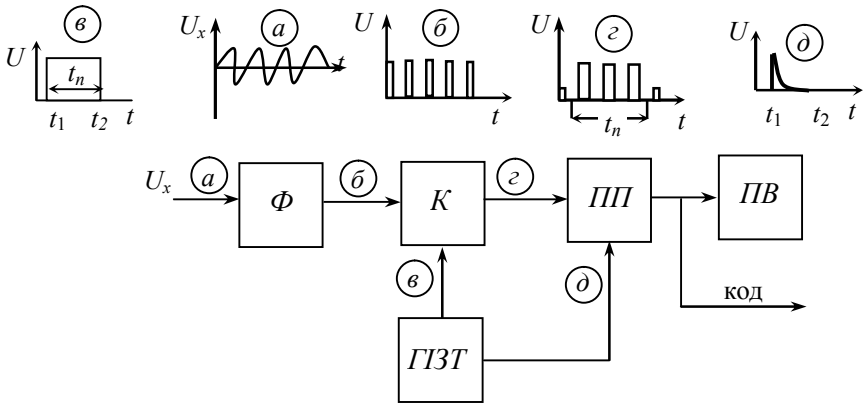
Рис. 4.10. Спрощена функціональна схема вимірювача інтервалу часу.

Цикл вимірювань починається з установки “нуля”, тобто установки перелікового пристрою ПП та пристрою відліку ПВ у вихідний стан. Така операція виконується у всіх приладах циклічної дії, причо-

му в більшості випадків автоматично. При поступленні на ключ  $K$  вхідного сигналу він відкривається, і імпульси від генератора імпульсів стабільної частоти  $ГІСЧ$  починають поступати на  $ПП$ . По закінченні інтервалу часу  $t_x$  ключ закривається і на  $ПВ$  буде зафіксоване число:

$$N = t_x f_0 = \frac{t_x}{T_0}. \quad (4.8)$$

Якщо частота  $f_0$  і відповідно період  $T_0$  вибрані одиничними, наприклад,  $f_0 = 1\text{МГц}$ ,  $T_0 = 1\text{мкс}$ , то число  $N$  вкаже інтервал часу  $t_x$  в мікросекундах. У наступному циклі вимірювань відбувається автоматична або ручна установка нуля, і підрахунок імпульсів повторюється.



**Рис. 4.11.** Структурна схема вимірювача частоти.

Принцип дії *частотоміра*, функціональна схема якого наведена на рис. 4.11, заснований на підрахунку числа імпульсів частоти  $f_x$  протягом інтервалу часу  $t_n$ . Вхідний сигнал поступає на формувач  $\Phi$  і перетворюється в послідовність імпульсів. Генератор імпульсів заданої тривалості  $ГІЗТ$  відкриває ключ  $K$  на час  $t_n$  і одночасно здійснює автоматичну установку  $ПП$  у вихідний стан. За час  $t_n$  на вхід  $ПП$  поступить:

$$N = t_n f_x \quad (4.9)$$

імпульсів. Якщо  $t_n$  вибраний одиничним інтервалом часу, наприклад 1 с, то число  $N$ , яке висвітлюватиме  $ПВ$ , вкаже вимірювану частоту  $f_x$  в герцах.

#### 4.5. ЦИФРОВІ ВОЛЬТМЕТРИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Найбільш прості структурні схеми мають час-імпульсні, число-імпульсні та кодо-імпульсні вольтметри. Розглянемо коротко принцип дії кожного з них.

В *час-імпульсних вольтметрах* вимірювана напруга  $U_x$  перетворюється в часовий інтервал  $t_x$  шляхом порівняння  $U_x$  з лінійно змінною напругою  $U_g$  (див. функціональну схему, зображену на рис. 4.12).

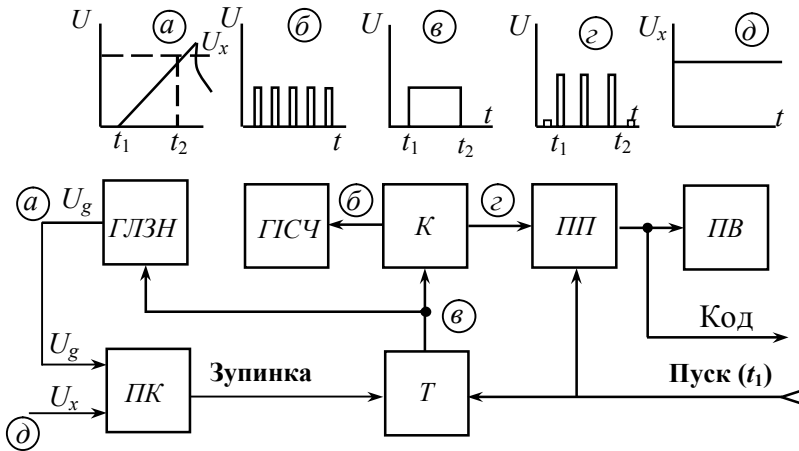


Рис. 4.12. Функціональна схема час-імпульсного вольтметра.

На початку вимірювань в момент часу  $t_1$  спрацьовує тригер  $T$ , який відкриває ключ  $K$  і запускає генератор лінійно змінної напруги  $ГЛЗН$ . Напруга на виході генератора  $ГЛЗН$  зростає за лінійним законом, а на вхід перелікового пристрою  $ППП$  подаються імпульси від генератора імпульсів стабільної частоти  $ГІСЧ$ . В момент  $t_2$ , коли напруга  $U_g$  досягає значення  $U_x$ , порівнюючий пристрій – компаратор  $ПК$  – перемикається з одного стану в інший і через тригер вимикає (закриває) ключ  $K$  і припиняє подачу імпульсів на переліковий пристрій  $ППП$ . Таким чином, на  $ППП$  імпульси від  $ГІСЧ$  поступають тільки в проміжок часу  $t_x$ . Оскільки

$$U_b = B(t - t_1), \quad (4.10)$$

то

$$U_x = B(t_2 - t_1). \quad (4.11)$$

Звідки

$$t_2 - t_1 = \frac{U_x}{B}, \quad (4.12)$$

де  $B$  – коефіцієнт, який характеризує швидкість зростання напруги  $U_\theta$ . За час  $t_x$  на  $ППП$  поступить

$$N = t_x f_0 = (t_2 - t_1) f_0 = \frac{U_x f_0}{B} \quad (4.13)$$

імпульсів. Таким чином, число імпульсів, перерахованих переліковим пристроєм  $ППП$  і висвічених пристроєм відліку  $ПВ$ , пропорційне напрузі  $U_x$ .

В *число-імпульсних вольтметрах* вимірювана напруга  $U_x$  перетворюється в одиничний число-імпульсний код шляхом порівняння  $U_x$  з відомою напругою  $U_k$ , яка зростає в часі стрибками, причому кожний стрибок відповідає кроку квантування. Число-імпульсний код дорівнює числу квантів  $\Delta U_k$ , при якому настає рівність  $U_x = U_k$  (з певною похибкою).

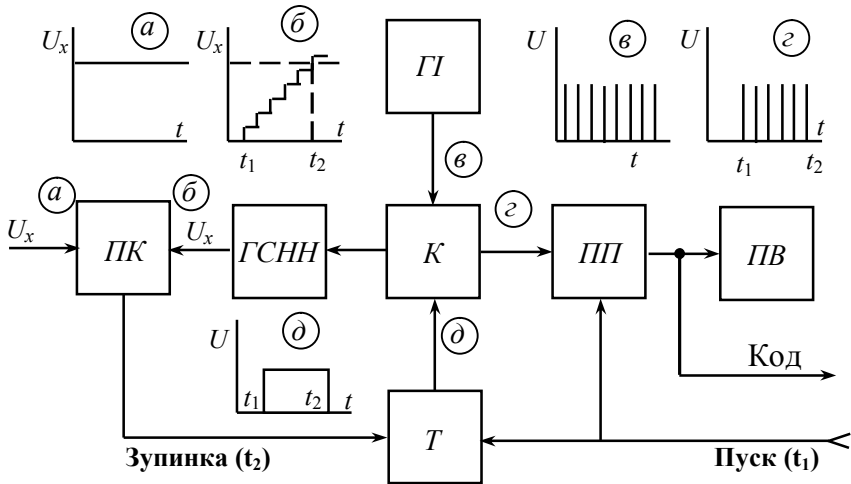


Рис. 4.13. Функціональна схема число-імпульсного вольтметра.

Функціональна схема такого вольтметра наведена на рис. 4.13, де ГСНН – генератор стрибкоподібно-наростаючої напруги, який може бути побудований на базі дискретного подільника напруги з електронними ключами. При поступленні періодичних імпульсів на вхід такого генератора його вихідна напруга зростає за лінійно-стрибкоподібним законом. Таким чином, ГСНН з генератором є найпростішим цифроаналоговим перетворювачем (ЦАП).

ЦВП на основі приведеної схеми працює наступним чином. При подачі імпульсу запуску тригер  $T$  встановлює у вихідний стан переключальний пристрій  $ПП$  і відкриває ключ  $K$ . Імпульси від генератора  $\Gamma$  починають проходити через ключ до  $ПП$  і одночасно до генератора  $\GammaСНН$ , вихідна напруга якого починає зростати за лінійно-стрибкоподібним законом. При  $U_x = U_k$  спрацьовує компаратор (порівнюючий пристрій)  $ПК$ , який через тригер  $T$  закриває ключ  $K$  і тим самим припиняє подачу імпульсів на вхід  $ПП$  і генератора  $\GammaСНН$ .

Отже, на пристрої відліку  $ПВ$  буде зафіксоване число:

$$N = \frac{U_k}{\Delta U_k} = \frac{U_x}{\Delta U_k}. \quad (4.14)$$

Якщо  $\Delta U_k$  – одиничне значення напруги, наприклад, 1В, то  $N$  буде відповідати значенню вимірюваної напруги у вольтах.

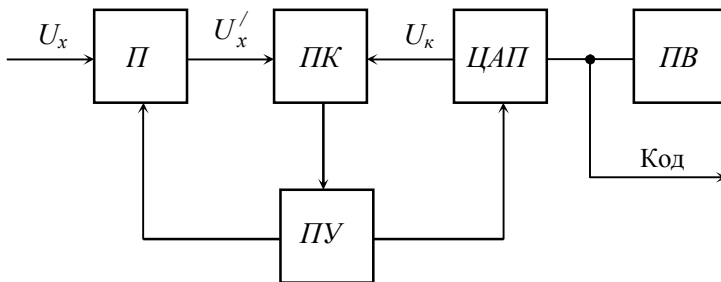


Рис. 4.14. Структурна схема кодо-імпульсного вольтметра.

Структурна схема кодо-імпульсного вольтметра представлена на рис. 4.14. Вимірювана напруга поступає на вхідний підсилювач (подільник), який переключасться вручну або автоматично. З виходу підсилювача напруга  $U'_x = KU_x$  подається на вхід порівнюючого пристрою  $ПК$ , на другий вхід якого поступає напруга від цифроаналогового перетворювача. Порівнюючий пристрій в залежності від знаку різниці  $U'_x - U_k$  подає відповідний сигнал на пристрій управління  $ПУ$ . Цей пристрій при автоматичному виборі діапазону змінює при необхідності коефіцієнт підсилення  $K$  підсилювача  $П$  і діє на  $ЦАП$  таким чином, щоб зменшити різницю  $U'_x - U_k$ . Під дією  $ПУ$  напруга  $U_k$  буде змінюватись стрибками у відповідності з вибраним кодом (наприклад, розглянутим вище в п. 2 при порозрядному зрівноваженні) до тих пір поки не наступить рівність:

$$U_k = U'_x = KU_x \quad (4.15)$$

(точна, або з певною похибкою, яка не перевищує одиницю молодшого розряду). Одночасно з перемиканням ЦАП формує код для пристрою відліку ПВ і подачі його на вихід вольтметра.

Відмітимо, що поряд з розглянутими вище схемами, існує ще багато більш складних за принципом дії цифрових вольтметрів, наприклад, наступного зрівноваження, подвійного інтегрування та ін.

#### 4.6. ОСНОВНІ НАПРЯМКИ РОЗВИТКУ ЦВП

На основі принципів роботи розглянутих вище схем побудовані цифрові вимірювальні прилади різних фізичних величин. У багатьох із них вимірювана фізична величина попередньо перетворюється в інтервал часу, частоту або напругу постійного струму.

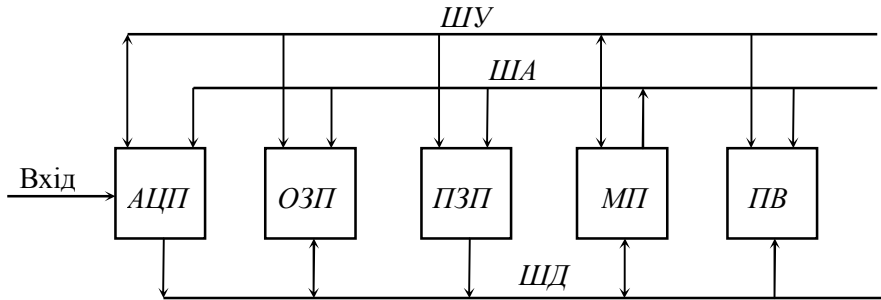
Тенденції розвитку ЦВП та АЦП спрямовані на покращення метрологічних характеристик, розширення функціональних можливостей, підвищення надійності, зниження собівартості приладів, які розробляються конструкторами або вже серійно випускаються. Нині вже освоєний випуск ЦВП з чутливістю по постійній напрузі і струму 1 пВ і 1 пА, відповідно, при роздільній здатності порядку  $10^{-8}$  і похибках 0.00005 %. Діапазон вимірювання частот цифровими приладами складає  $10^{-8}$ – $10^{12}$  Гц. Приведені значення переконливо показують, що за метрологічними параметрами ЦВП, побудовані на відомих сьогодні принципах близькі до своїх граничних значень. Дійсно, похибки вимірювань основних електричних величин порівняні з похибками відповідних еталонів. Досягнутий рівень метрологічних характеристик ЦВП в переважній більшості випадків повністю задовольняє вимоги їх практичного використання.

В зв'язку з цим основні зусилля при розробці ЦВП спрямовані на забезпечення зручності експлуатації приладів, зокрема при статистичній обробці вимірюваної інформації, врахуванні похибок вимірювань, а також створенні спеціалізованих вимірювальних систем і комплексів для їх застосування при вирішенні конкретних наукових і виробничих задач (наприклад, автоматичного управління експериментом або технологічним процесом). Ці задачі пов'язані з застосуванням в ЦВП та інформаційно-вимірювальних, контролюючих, керуючих системах на їх основі сучасних мікроелектронних вузлів, зокрема мікропроцесорів.

Мікропроцесор (МП) – це побудований на великій або надвеликій інтегральній мікросхемі (ВІС, НВІС) пристрій, який призначений для виконання обчислювальних і логічних функцій у відповідності з тими командами, які поступають до нього. Послідовність виконання керуючих команд визначається програмою, яка зберігається в при-

строях пам'яті, також виконаних ВІС. Мікропроцесор разом з пристроями пам'яті і вводу-виводу інформації утворюють мікро-ЕОМ, технічні можливості якої цілком відповідають вимогам сучасного розвитку ЦВП.

Розглянемо спрощену структурну схему ЦВП з вбудованою міні-ЕОМ (рис. 4.15).



**Рис. 4.15.** Спрощена структурна схема ЦВП з мікро-ЕОМ.

До складу приладу входять аналого-цифровий перетворювач АЦП, оперативний запам'ятовуючий пристрій ОЗП, в який заноситься поточна, поновлювана в процесі роботи приладу, цифрова інформація (наприклад код поточного значення вимірюваної величини), постійний запам'ятовуючий пристрій ПЗП, який зберігає незмінну цифрову інформацію (наприклад, послідовність кодів команд, що утворюють програму роботи приладу), мікропроцесор і цифровий пристрій відліку ПВ. Всі вузли приладу зв'язані між собою магістральною системою провідників, які утворюють шину управління ШУ, шину даних ШД та шину адресів ША.

Мікропроцесор, зчитуючи послідовно команди з ПЗП, організує процедуру вимірювань, здійснює управління роботою всіх вузлів, проводить арифметичні і логічні операції з даними, які поступають з АЦП на шину даних ШД через інтерфейс вводу. Програма роботи мікропроцесора, складена виробником приладу, зберігається в ПЗП і не “стирається” при відключенні живлення приладу. В ПЗП містяться деякі константи, які використовуються при виконанні підпрограм, а також числа, необхідні для автокалібровки. ОЗП служить для тимчасового зберігання даних вимірювання, проміжкових результатів та результатів, що виводяться на ПВ. Сигнали, що виставляються на шину адресів ША, дозволяють однозначно визначити пристрій, які обмінюються інформацією. Шина управління ШУ переносить сигнали, які визначають режим роботи того чи іншого ву-



зла, а по шині даних *ШД* передається цифрова інформація.

Висока точність мікропроцесорних *ЦВП* забезпечується, наприклад, автоматичною корекцією похибок. Вона, зокрема, може здійснюватись автоматичним періодичним вмиканням до входу приладу каліброваної взірцевої міри вимірюваної фізичної величини та визначенням поправок, які враховуються в кінцевому результаті і поступають через пристрій відліку *ПВ* до споживача інформації.

В *ПЗП* можуть бути вміщені спеціальні тестові програми, які дозволяють оцінити стан всіх функціональних вузлів. При цьому у випадку необхідності виводиться повідомлення оператору про можливі неполадки. Особливо слід відмітити, що підвищення метрологічних характеристик, а також значне звільнення оператора від монотонних одноманітних операцій в мікропроцесорних *ЦВП*, досягається не внесенням додаткових вузлів, тобто апаратних засобів, а шляхом все більш досконаліх програм та алгоритмів роботи *ЦВП* в цілому.

## Частина 2

# ФІЗИЧНИЙ ПРАКТИКУМ

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

### ВИВЧЕННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

#### 1. МЕТА РОБОТИ

Дослідження електростатичного поля, створеного електродами різної форми методом електростатичної ванни; побудова еквіпотенціальних поверхонь і силових ліній електростатичного поля. Визначення напруженості електростатичного поля у заданій точці.

#### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Електричні заряди та їх взаємодія. Закон Кулона. Електростатичне поле. Вектор напруженості електричного поля. Поле точкового заряду. Принцип суперпозиції електричних полів. Лінії напруженості електростатичного поля. Потік напруженості поля та потік вектора електричної індукції. Теорема Остроградського-Гаусса в інтегральній і диференціальній формах та її застосування. Інтегральна та диференціальна форми запису потенціальності електростатичного поля. Потенціал та різниця потенціалів. Потенціал точкового заряду і системи точкових зарядів. Зв'язок між напруженістю електростатичного поля і потенціалом. Еквіпотенціальні поверхні. Рівняння Пуассона і Лапласа.

#### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Джерело змінного струму.
2. Високоомний електронний вольтметр змінного струму на 15–30 В.
3. Металевий зонд.
4. Набір електродів різної форми.
5. Ванна з органічного скла, частково заповнена водою.
6. Набір з'єднувальних провідників.

#### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Простір, у якому знаходиться електричний заряд, має певні фізичні властивості. На всякий інший заряд, внесений у цей простір, діє сила  $F$ . Для розуміння походження і дії цієї сили необхідно допусти-

ти наявність між зарядами певного фізичного середовища, через яке і здійснюється взаємодія. Цим середовищем є електричне поле. *Поле, яке передає взаємодію нерухомих електричних зарядів, називається електростатичним.*

Дослід показує, що електричні сигнали поширюються у вакуумі з дуже великою, але скінченною швидкістю, рівною 300 000 км/с. Електричне поле – така ж об'єктивна реальність, яка має фізичні властивості, як і речовина, і є певною формою матерії, через яку здійснюються електричні взаємодії. Воно існує незалежно від нашої свідомості і може бути виявлене за його дією на фізичні об'єкти.

Будь-який нерухомий електричний заряд  $q$  створює у просторі навколо себе електричне поле. Виявити його можна, помістивши поблизу в яку-небудь точку пробний заряд. *Пробним* називають такий заряд, який використовують як індикатор при зондуванні досліджуваного поля. За пробний заряд прийнято використовувати позитивний заряд. Оскільки електричне поле існує навколо будь-якого електричного заряду, то пробний заряд має бути таким за величиною, щоб його електричне поле помітно не спотворювало параметри досліджуваного поля. Це означає, що величина пробного заряду повинна бути дуже малою у порівнянні із зарядами, які створюють поле.

Стан електростатичного поля в довільній точці простору характеризується наступними параметрами: напруженістю  $E$ , індукцією  $D$  і потенціалом  $\phi$ . *Напруженість електростатичного поля – векторна характеристика електричного поля в його окремих точках простору і чисельно дорівнює відношенню сили  $F$ , з якою поле діє на пробний позитивний електричний заряд  $+q_{пр}$ , вміщений у дану точку поля, до величини цього заряду:*

$$E = F/q_{пр} . \quad (1)$$

Напрямок напруженості поля  $E$  визначається напрямом сили, що діє на пробний заряд (від позитивного заряду до негативного). В системі СІ напруженість електричного поля вимірюється у Н/Кл або В/м. За одиницю напруженості електричного поля в СІ взята напруженість у такій точці поля, в якій на заряд в 1 Кл діє сила в 1 Н.

Виходячи із закону Кулона та формули (1), одержимо формулу напруженості електростатичного поля точкового заряду на відстані  $r$  у вакуумі:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \mathbf{r} , \quad (2)$$

де  $r$  – радіус-вектор, проведений від заряду  $q$  в досліджувану точку з координатами  $x, y, z$ .

Потенціал електростатичного поля в певній його точці – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює відношенню потенціальної енергії  $W_{\Pi}$  системи поле-заряд у розглядуваній точці до величини  $q_{np}$  цього заряду:

$$\varphi = W_{\Pi} / q_{np} . \quad (3)$$

Величина потенціалу визначається роботою, яку виконують сили електричного поля при переміщенні пробного одиничного позитивного заряду із заданої точки поля в нескінченність:

$$\varphi = A / q_{np} . \quad (4)$$

В системі СІ  $[\varphi] = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл} = 1 \text{ В}$ . Значення потенціалу в 1 В приписують такій точці поля, при переміщенні з якої заряду в 1 Кл в нескінченність виконується робота в 1 Дж.

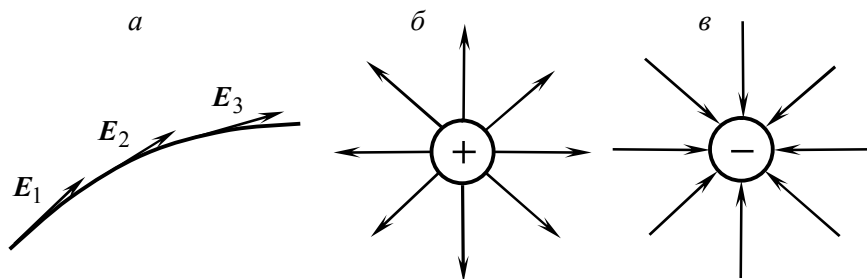
Характерною особливістю електричних полів є те, що вони підлягають *принципу суперпозиції*. Це означає, що якщо електричне поле створене сукупністю нерухомих точкових зарядів  $q_1, q_2 \dots q_i$ , то напруженість результуючого електричного поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених кожним із цих зарядів окремо:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_i = \sum_{(i)} \mathbf{E}_i . \quad (5)$$

Графічно електростатичне поле зображають за допомогою силових ліній або ліній напруженості та екіпотенціальних поверхонь. *Силовою лінією електростатичного поля називають лінію, в кожній точці якої напрям дотичної збігається з напрямком вектора напруженості поля* (рис. 1, а). Силовим лініям приписують певний напрям, позначаючи його на рисунку стрілкою. Силкові лінії починаються на позитивно заряджених тілах і закінчуються на негативно заряджених (рис. 1, б, в). Оскільки позитивний і негативний заряди, які є джерелами електростатичного поля, не можуть водночас бути в одній і тій самій точці, то силкові лінії електростатичного поля не можуть бути лініями, замкнутими самі на себе.

Приклади графічного зображення електричних полів, утворених точковими зарядами за допомогою ліній напруженості, показано на рис. 1 і 2. Якщо поле створене відокремленим позитивно зарядженим тілом (рис. 1, б), то лінії напруженості поля мають вигляд радіальних

прямих, які починаються на поверхні зарядженого тіла і простягаються у нескінченність. Поле відокремленого негативно зарядженого тіла зображають радіальними прямими, які беруть початок у нескінченності і закінчуються на його поверхні (рис. 1, в).



**Рис. 1.** До визначення силової лінії електростатичного поля (а) та силових ліній електростатичного поля точкового заряду (б, в).

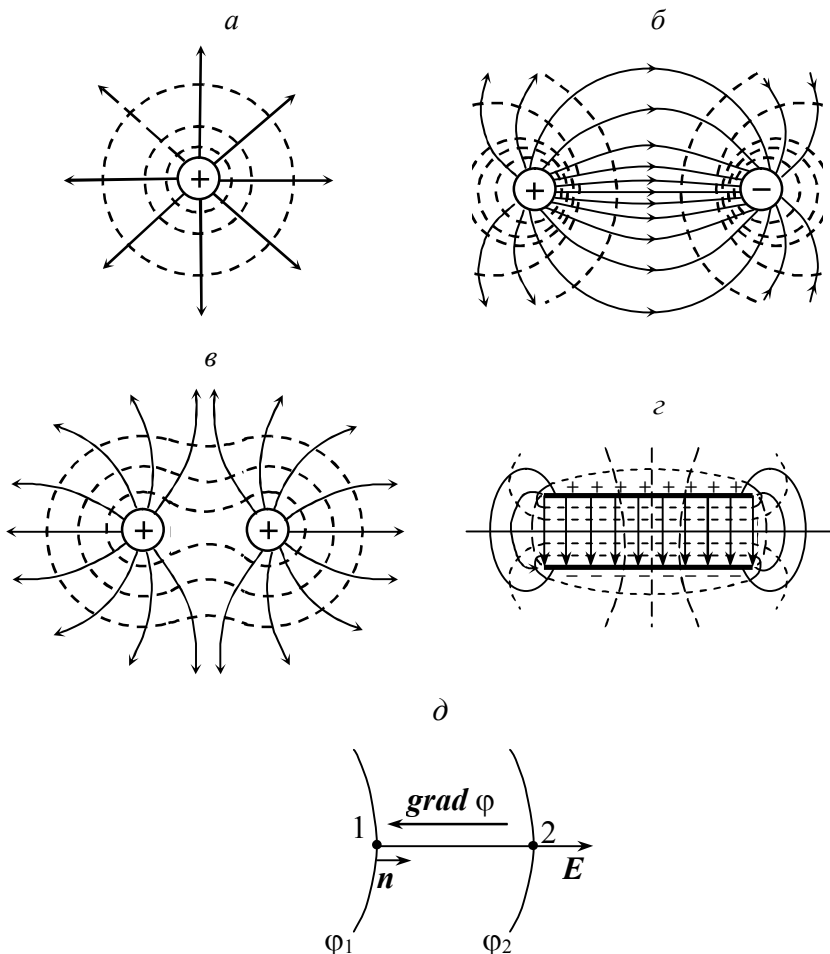
Щоб за допомогою ліній напруженості задавати графічно не тільки напрям, але і величину напруженості поля, умовилися на графіках поля проводити силові лінії з певною густиною, а саме так, щоб число силових ліній, які проходять через одиницю площі поверхні, перпендикулярної до силових ліній, дорівнювало (або було пропорційне) величині напруженості поля в даному місці. Якщо напруженість  $E$  в усіх точках виділеного простору є однаковою за напрямком і абсолютним значенням, то таке поле називають однорідним. Однорідне електричне поле існує, наприклад, в просторі між різнойменно зарядженими пластинами плоского конденсатора (рис. 2, з).

Еквіпотенціальною поверхнею, тобто поверхнею рівного потенціалу, називають геометричне місце точок поля з однаковим потенціалом ( $\varphi = const$ ). Ці поверхні зручно будувати так, щоб при переході від однієї еквіпотенціальної поверхні до сусідньої потенціал змінювався на те саме значення  $\Delta\varphi$ , наприклад 1В. Робота по переміщенню заряду в електричному полі визначається за формулою:

$$\Delta A = q \cdot E \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha, \quad (6)$$

де  $\alpha$  – кут між напрямком сили  $F$  і переміщення  $\Delta S$ . Очевидно, що робота по переміщенню заряду по еквіпотенціальній поверхні дорівнює нулю, оскільки дорівнює нулю різниця потенціалів двох точок еквіпотенціальної поверхні, отже, справедливе співвідношення:

$$\Delta A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot E \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = 0. \quad (7)$$



**Рис. 2.** Силлові лінії (суцільні) і екіпотенціальні лінії (пунктирні) електричного поля: *a* – точкового заряду; *б* – двох різноіменно заряджених металевих куль; *в* – двох однойменно заряджених металевих куль; *г* – плоского конденсатора; *д* – до пояснення взаємозв'язку між потенціалом і напруженістю електростатичного поля.

Водночас ні заряд  $q$ , ні напруженість  $E$ , ні переміщення  $\Delta S$  дорівнювати нулю не можуть, а це означає, що  $\cos \alpha = 0$  ( $\alpha = \pi/2$ ). Напрямок сили  $F$  або співпадає з напрямком напруженості, або протилежний йому. Рівність  $\cos \alpha = 0$  означає, що напрям вектора напруженості перпендикулярний до екіпотенціальної поверхні. Отже, лінії напруженості (силлові лінії) являють собою ряд ліній, перпендикулярних до екіпотенціальних поверхонь.

Оскільки напруженість і потенціал є різними за фізичним змістом характеристиками тих самих точок електростатичного поля, то між ними існує взаємозв'язок:

$$\mathbf{E} = - \mathbf{grad} \varphi, \quad (8)$$

де

$$\mathbf{grad} \varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (9)$$

*Градiєнтом скалярної функції* називають швидкість зміни скалярної функції, взятої у напрямі її найбільшого зростання. На рис. 2,  $\delta$  зображені відрізки двох близько розташованих еквіпотенціалей. Одна із них має потенціал  $\varphi_1$ , інша –  $\varphi_2$ . Нехай  $\varphi_1 > \varphi_2$ . Тоді, у відповідності з приведеним визначенням градієнт зобразимо на рис. 2,  $\delta$  вектором, перпендикулярним до еквіпотенціальних ліній і напрямленим від  $\varphi_2$  до  $\varphi_1$  (у сторону збільшення потенціалу). Напруженість електричного поля напрямлена від більшого потенціалу ( $\varphi_1$ ) до меншого ( $\varphi_2$ ).

Співвідношення (8) можна трактувати наступним чином: напруженість в якій-небудь точці електростатичного поля дорівнює швидкості зміни потенціалу у цій точці, взятій з оберненим знаком. Знак мінус означає, що напрям вектора  $\mathbf{E}$  і напрям  $\mathbf{grad} \varphi$  протилежні (рис. 2,  $\delta$ ). Отже, градієнт потенціалу – вектор, напрямлений у бік зростання цієї фізичної величини.

Зображуючи поле графічно, необхідно пам'ятати, що лінії напруженості електростатичного поля мають такі особливості:

- 1) ніде не перетинаються (в жодній точці поля);
- 2) починаються з поверхні позитивно зарядженого тіла (або в нескінченності) і закінчуються на поверхні негативно зарядженого тіла (або в нескінченності), тобто вони є незамкнені лінії;
- 3) їх густина задається пропорційною  $\mathbf{E}$ .

Якщо уявно зобразити перетин еквіпотенціальних поверхонь електростатичного поля якою-небудь площиною (наприклад, площиною рисунка), то отримаємо замкнуті лінії, які називаються *еквіпотенціальними лініями або еквіпотенціалами*. Характер силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь залежить від геометричних форм і розмірів зарядженого тіла. На рис. 2 зображені плоскі перерізи найпростіших електростатичних полів: а) позитивного точкового заряду; б) диполя; в) двох однойменних точкових зарядів і г) плоского конденсатора

(силові лінії зображені суцільними лініями, а перерізи еквіпотенціальних поверхонь – пунктиром).

*Ортогональність* силових ліній і поверхонь рівного потенціалу істотно полегшує як експериментальне, так і теоретичне вивчення електростатичного поля. Теоретично, як правило, легше проводити розрахунок потенціалів, ніж напруженостей поля, бо вони є величини скалярні, а напруженості – векторні. Експериментально виміряти потенціали також виявляється простіше, ніж напруженості поля, оскільки переважна більшість електровимірювальних приладів, придатних для вивчення полів, вимірюють різницю потенціалів поля, а не напруженостей цього поля. Сілові лінії досліджуваних полів будуються опісля як ортогональні до експериментально знайдених поверхонь рівного потенціалу.

**Аналогія між полем у провідному середовищі і електростатичним полем.** Якщо існування електростатичного поля у присутності речовини не пов'язане з рухом зарядів і не супроводжується перетворенням енергії, то поле називається *електростатичним*. Знаючи величину і розташування електричних зарядів, можна розрахувати напруженість пов'язаного з ними електростатичного поля. *У цьому розумінні заряди «створюють» поле, є його “джерелами”.*

Оскільки у провідному середовищі електричне поле викликає напрямлений рух заряджених частинок, то зрозуміло, що в умовах рівноваги воно не проникає всередину провідника. Це визначає форму електростатичного поля поблизу провідників і виключає його існування всередині електричних зарядів. Накопичення заряджених частинок, які викликають появу макроскопічного заряду, можливе тільки на поверхні провідника.

Виникнення постійного струму означає, що рівновага між електричним полем і речовиною порушена і всередині провідника існує електричне поле. Направлений рух носіїв заряду викликає перенесення заряду вздовж провідника і накопичення зарядів на його поверхні. У той же час сама речовина провідника (якщо вона однорідна) залишається нейтральною. Постійне електричне поле, яке існує всередині провідника, по якому протікає струм, і в оточуючому його просторі *називається стаціонарним*. Так само як електростатичне поле, воно не змінюється з часом і залежить тільки від розподілу зарядів. Заряди, які визначають його конфігурацію, з'являються при встановленні струму, являючись одночасно причиною і наслідком існування стаціонарного електричного поля. Електричні поля постій-



них струмів і електростатичні поля мають як деякі загальні властивості, що притаманні будь-яким постійним електричним полям, так і специфічні особливості, які характерні для кожного з них.

Найбільш загальна властивість електричних полів, які утворюються постійними струмами або нерухомими зарядами, зумовлена ідентичністю їх силової дії на заряджені частинки. У відповідності до одного із основних положень теорії постійних електричних полів, ця дія не залежить від швидкості руху частинок і залишається незмінною при зміні довільного статичного розподілу нерухомих зарядів таким самим стаціонарним розподілом рухомих вільних зарядів. Загальною властивістю постійних електричних полів є також їх потенціальність. *Умовами потенціальності електростатичного поля є незамкненість силових ліній та рівність нулю циркуляції вектора  $\mathbf{E}$  по замкнутому контуру:*

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (10)$$

Основна відмінність стаціонарних електричних полів від електростатичних зумовлена тим, що існування всякого стаціонарного електричного поля супроводжується затратою енергії сторонніх джерел і виділенням енергії у формі теплових втрат. В електростатичному полі подібних перетворень енергії не відбувається.

На відміну від електростатичних полів, які можуть існувати тільки у непровідному (діелектричному) середовищі, стаціонарні електричні поля проявляються як у провідних, так і у непровідних середовищах і, в залежності від механізму утворення, можуть бути розділені на такі основні класи:

а) поля у непровідних середовищах, які оточують провідники з струмом;

б) поля струмів у провідних середовищах, які не пов'язані з переміщенням об'ємних зарядів;

в) поля, зумовлені переміщенням об'ємних зарядів.

Поля кожного із вказаних класів мають свої характерні особливості, які і визначають межі використання їх аналогії з електростатичними полями.

Стаціонарні електричні поля у непровідних середовищах, які оточують провідники з постійним струмом, найбільш близькі за своєю природою до електростатичних полів, оскільки у цих середовищах не відбувається переміщення вільних носіїв заряду. У зв'язку з цим поля вказаного класу характеризуються тими самими електрофізичними

параметрами і рівняннями, що і електростатичні поля.

Стационарні електричні поля у провідних середовищах навіть при відсутності переміщень об'ємних зарядів не можуть бути без посередньо співставленні з електростатичними полями у зв'язку з відмінністю електрофізичних параметрів провідних і діелектричних середовищ. Однак між деякими із цих полів може бути встановлена аналогія, яка базується на подібності рівнянь і відповідних їм граничних умов.

Дійсно, електростатичне поле в просторі, де відсутні заряди, задовільняє рівнянню Лапласа. Електричне поле постійного струму у провідному середовищі поза сторонніми джерелами також задовільняє цьому рівнянню. В обох полях мають справу з вектором напруженості поля  $\mathbf{E}$ . З вектором електричного зміщення  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot \mathbf{E}$  можна співставити вектор густини струму  $\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E}$ . З потоком вектора  $\mathbf{D}$

$$N = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \quad (11)$$

можна співставити потік вектора густини електричного струму

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}. \quad (12)$$

Граничні умови на поверхні розділу двох діелектриків:  $E_{t1} = E_{t2}$  і  $D_{n1} = D_{n2}$ . Граничні умови на поверхні розділу середовищ із різною провідністю:  $E_{t1} = E_{t2}$ ,  $j_{n1} = j_{n2}$ . Але якщо два поля задовільняють одному і тому ж рівнянню  $\nabla^2 \phi = 0$  і у них виконуються тотожні граничні умови для подібних величин, то при однаковій формі граничних поверхонь на підставі теореми єдності розв'язку диференціального рівняння можна сказати, що сукупність силових і екіпотенціальних ліній у цих двох полях (тобто картина поля) буде однаковою.

Ця формальна аналогія широко використовується на практиці. Так, наприклад, якщо яке-небудь електростатичне поле уже вивчене, то всі відомості про нього можуть бути перенесені і на подібне поле у провідному середовищі. Справедливе і зворотне твердження. Таким чином, на підставі того, що в однорідному середовищі лінії напруженості електростатичного поля співпадають з лініями струму, можна замінити вивчення електричного поля між системою заряджених провідників вивченням електростатичного поля постійного струму між тією ж системою провідників, якщо потенціали провідників підтримуються сталими і співвідношення провідностей середовища і

провідника допускає припущення про еквіпотенціальність останніх.

Вказана заміна вивчення поля нерухомих зарядів вивченням поля стаціонарного струму дає більше експериментальних переваг:

1) вводячи у провідне середовище як зонди прості металеві електроди, ми автоматично отримуємо вирівнювання потенціалів зонда і тієї точки, в яку введений зонд;

2) зонди у цьому випадку можуть бути з'єднані з надійними струмовимірювальними приладами, а не з електростатичною апаратурою, яка завжди значно складніша у роботі, ніж струмові прилади.

Якщо є яке-небудь двовимірне електричне поле і є необхідність визначити на досліді його еквіпотенціальні лінії, то виготовляють металеві моделі електродів, які створюють поле, і вміщають їх у слабо провідне середовище. Моделі можуть і не збігатися за своїми розмірами з оригіналом, але повинні бути подібні до них і розташовані подібним чином. На електроди подають напругу, пропорційну напрузі на дійсних електродах. Тоді розподіл потенціалу між моделями електродів подібний до розподілу потенціалу між дійсними електродами.

Практичне здійснення описаного прийому вивчення електростатичного поля стане зрозумілим із пояснення принципу роботи установки, яка використовується для цієї мети.

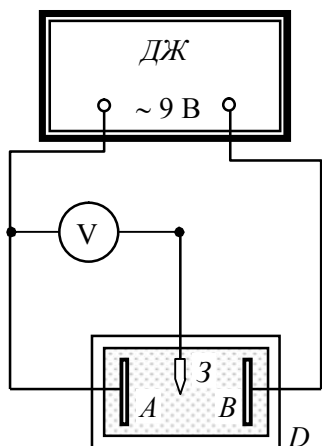
## 5. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Експериментальна установка (рис. 3) – це електролітична ванна, виготовлена із матеріалу з добрими електроізоляційними властивостями (наприклад, із оргскла). У ванну опускають два металеві електроди  $A$  і  $B$ , поле між якими належить вивчити, і наливають воду із водопровідного крану шаром завтовшки  $\sim 5$  мм. Електропровідність такого шару води складає  $10^{-3}-10^{-2}$  Ом $^{-1}$ м $^{-1}$ , а електропровідність матеріалу електродів  $A$  і  $B$  –  $10^7$  Ом $^{-1}$ м $^{-1}$ .

Форма і взаємне розташування електродів повинні бути точно такими ж, як і в електростатичному полі, яке моделюють. Електроди опираються на дно ванни і виступають над поверхнею налитого у ванну електроліту. Для того щоб стінки ванни менше спотворювали досліджуване поле, лінійні розміри ванни повинні у кілька разів перевищувати відповідні лінійні розміри досліджуваної ділянки поля.

На електроди  $A$  і  $B$  подають змінну напругу, рівну різниці потенціалів між зарядами електростатичного поля. Як правило, електроди  $A$  і  $B$  з'єднуються з джерелом змінної ЕРС низької частоти 50 Гц. У

цьому випадку, враховуючи, що відстань між електродами невелика, можна вважати, що потенціал у всіх точках досліджуваного поля змінюється синхронно і екіпотенціальні поверхні залишаються незмінними. Використовувати як джерело живлення ЕРС постійного струму не можна, оскільки постійний струм спричинюватиме електроліз підкисленої води, а виділені при цьому бульбашки газу, осідаючи на електродах, спотворюватимуть електричне поле. Через те, що вода має незначну електропровідність у порівнянні з електропровідністю матеріалу електродів, електроди можна вважати екіпотенціальними. Це положення є принциповою і необхідною умовою для того, щоб електричне поле квазістаціонарного струму було однаковим з електростатичним полем між цими ж електродами.



**Рис. 3.** Схема досліду для вивчення електростатичного поля. *ДЖ* – джерело живлення; *V* – вольтметр; *A* і *B* – електроди; *D* – ванна з водою; *З* – металевий зонд.

Для вивчення розподілу потенціалів між електродами у ванну опускають металевий зонд *З*, яким служить кінчик тонкої металевої дротини. Зонд необхідно підібрати так, щоб він мінімально спотворював своєю присутністю досліджуване поле. У провідному середовищі заряди будуть натікати на зонд і він прийме потенціал тієї точки поля, в яку поміщений. Дно ванни має координатну сітку. Ставлячи зонд у точки з певними координатами, за допомогою вольтметра визначають потенціали цих точок відносно одного з електродів. При цьому вхідний опір вольтметра повинен значно перевищувати опір ділянки *AЗ* (*BЗ*), що забезпечить незначне, яким можна знехтувати, спотворення досліджуваного електричного поля. Маючи картину розподілу потенціалу досліджуваного поля, можна провести екіпотенціальні лінії та лінії напруженості поля, використовуючи зв'язок між напруженістю і потенціалом електростатичного поля:

$$E = - \text{grad } \varphi .$$

## 6. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Завдання 1. Дослідження поля площинних електродів

1. Заповнити дно ванни шаром водопровідної води.
2. Помістити у ванну два площинні електроди і зібрати електричну схему установки згідно з рис. 3. Забезпечити симетричне розташування електродів щодо координатної сітки ванни.
3. Підготувати лист міліметровки, який відповідає розмірам координатної сітки, розташованої на дні ванни. Відмітити на ній положення електродів і координатних осей.
4. Увімкнути джерело живлення в мережу.
5. Поставити зонд у точку, яка знаходиться поблизу одного з електродів на осі симетрії розташування електродів (координатної осі), записати покази вольтметра і нанести на міліметровий папір точку із знайденим значенням потенціалу.
6. Зміщуючи зонд, знайти координати інших точок, які мають ті ж самі значення потенціалу. Крайні точки повинні вибиратись якомога далі від координатної осі. Записати у таблицю і відмітити на міліметровці знайдені значення.
7. Сполучити на рисунку експериментальні точки з однаковим значенням потенціалу (їх повинно бути не менше 10).
8. Повторити такі самі вимірювання для інших сталих значень потенціалу, для чого зонд перемістити вздовж координатної осі з кроком 1–2 см. У просторі між електродами необхідно отримати не менше 7–8 ліній рівного потенціалу.
9. За отриманою системою еквіпотенціальних ліній провести на рисунку кілька ліній напруженості (перпендикулярних у кожній точці до ліній рівного потенціалу).
10. Побудувати графік розподілу потенціалу  $\varphi$  поля між електродами. Значення потенціалу вибрати для точок, які лежать на координатній осі, що з'єднує електроди. Початок відліку координат сумістити з поверхнею електрода, поблизу якого зареєстрований менший потенціал.
11. Користуючись побудованим графіком, методом числового диференціювання знайти напруженість  $E$  поля для різних значень  $r$ , знаючи, що

$$E = -\Delta\varphi/\Delta r, \quad (13)$$

де  $\Delta\varphi$  – зміна потенціалу на відрізьку  $\Delta r$ ,  $\Delta r = 5$  мм. Розрахунок за фо-

рмулою (13) здійснити наступним чином. Вибравши значення  $r_1$ , встановити на графіку значення  $\varphi_1$ , що відповідає значенню  $r_1$ , а потім значення  $\varphi_2$  для  $r_2 = r_1 + \Delta r$ . Поділивши  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  на  $\Delta r$ , отримаємо числове значення напруженості  $E$  поля, яке слід віднести до середини вибраного інтервалу ( $r_1, r_1 + \Delta r$ ). Розрахунок виконати для 7–8 значень  $r$ , які охоплюють увесь інтервал відстаней між електродами. Результати обчислень занести у відповідну таблицю.

12. Побудувати графік розподілу напруженості  $E$  електричного поля між електродами.

### **Завдання 2. Дослідження поля плоских електродів за наявності між ними металевого циліндра**

Розмістити між площинними електродами (завдання 1) металевий циліндр і дослідити електростатичне поле за таких умов.

Зарисувати картину еквіпотенціальних поверхонь (ліній) і силових ліній та порівняти з результатами, які отримані в попередньому завданні.

### **Завдання 3. Дослідження поля циліндричних електродів**

Замінити площинні електроди циліндричними, прибравши металевий циліндр із ванни.

Дослідити електростатичне поле циліндричних електродів. Нарисувати картину еквіпотенціальних ліній та силових ліній.

### **Завдання 4. Вивчення напруженості електростатичного поля**

Виміряти потенціал  $\varphi_M$  електростатичного поля у певній вказаній викладачем точці  $M$  з координатами  $(x_0, y_0)$ .

Перемістити заряд у точку  $K$  з координатами  $(x_0 + l, y_0)$  та точку  $L$  з координатами  $(x_0, y_0 + l)$  і виміряти відповідні потенціали  $\varphi_K$  і  $\varphi_L$  цих точок. Зазвичай вибирають  $l = 1$  см.

Обчислити складові напруженості електричного поля по осях  $x$ ,  $y$  за формулами:

$$E_x = \frac{\varphi_K - \varphi_M}{l}; E_y = \frac{\varphi_L - \varphi_M}{l},$$

і в масштабі побудувати їх на графіку.

Визначити результуючу напруженість поля в точці  $M$ .

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що є джерелом електростатичного поля? Якими параметрами характеризується електростатичне поле?
2. Як графічно зображують електростатичне поле? Що називається лінією напруженості електростатичного поля та лінією електростатичного зміщення?
3. Дайте визначення еквіпотенціальної поверхні. Як розташовані силові лінії щодо до еквіпотенціальних поверхонь?
4. Сформулювати та записати умови потенціальності електростатичного поля.
5. Які експериментальні методи використовують для вивчення електростатичного поля? У чому полягають труднощі електростатичних вимірювань?
6. Як створюється модель електростатичного поля в даній задачі? Які експериментальні переваги має ця модель? Як на практиці використовується метод подібності потенціальних полів?
7. Як впливає на електростатичне поле внесення у нього металевих та діелектричних тіл?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

### ГРАДУЮВАННЯ АМПЕРМЕТРА І ВОЛЬТМЕТРА

#### 1. МЕТА РОБОТИ

Вивчення будови та принципу дії електровимірювальних приладів. Набуття практичних навичок з використання та градуювання електровимірювальних приладів. Градуювання амперметра і вольтметра двома різними способами.

#### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Загальна характеристика аналогових електровимірювальних приладів прямого перетворення. Обертальний та протидійний моменти. Загальне рівняння шкали електровимірювальних приладів. Будова та принцип роботи приладів магнітоелектричної та електромагнітної систем. Шунти та додаткові опори. Розгалужені кола. Правила Кірхгофа. Закон Ома для ділянки кола та повного кола.

#### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Досліджувані амперметр та вольтметр.
2. Взірцеві амперметр та вольтметр магнітоелектричної системи.
3. Два дротяні реостати з плавним регулюванням опорів.
4. Джерело постійного струму (випрямляч).
5. Штепсельний магазин опорів.
6. Набір з'єднувальних провідників з наконечниками.

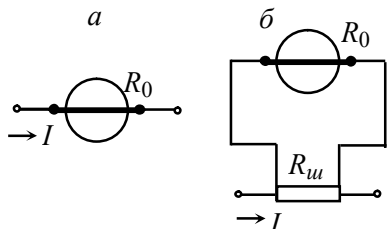
#### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Магнітоелектричні прилади складаються з магнітоелектричного вимірювального механізму (будова і принцип роботи якого описані в розд. 2.4.1) з відліковим пристроєм і вимірювального кола. На базі вимірювальних механізмів цієї системи з використанням шунтів і додаткових опорів виготовляють амперметри і вольтметри постійного струму з межами вимірювань від наноампер до кілоампер і від долей мілівольта до кіловольтів, а також гальванометри постійного струму, які використовують як нуль індикатори, омметри, прилади для вимірювання магнітних і неелектричних величин.

У найпростішому приладі для вимірювання струму, побудованому з використанням магнітоелектричного механізму, весь вимірюваний струм протікає в обмотці рамки (рис. 1, а). За такою схемою виготов-



ляють прилади для вимірювання малих струмів – мікроамперметри і міліамперметри (з верхньою межею вимірювання 30–50 мА). На покази цих приладів не впливає зміна температури оточуючого середовища, оскільки при будь-якому опорі обмотки прилад вимірює той струм, який протікає по ній.



**Рис. 1.** Схема вимірювання струму мікро- і міліамперметром (а) та амперметром (б).

Для вимірювання великих струмів у приладах використовують шунт-резистор, який має малий і сталий опір  $R_{ш}$ , до якого паралельно приєднана котушка вимірювального механізму (рис. 1, б). У цьому випадку рухома частина вимірювального механізму відхиляється у відповідності до значення струму в котушці  $I_{BM}$ , але на шкалі приладу, проградуйованого на вимірюваний струм, стрілка показує величину вимірюваного струму, який пропорційний струму в котушці:

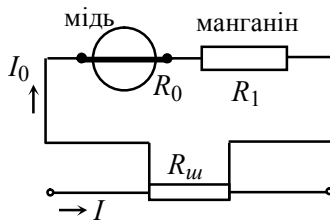
$$I = I_{BM} (1 + R_{BM} / R_{ш}), \quad (1)$$

де  $R_{BM}$  – опір кола вимірювального механізму. Визначивши звідси струм  $I_{BM}$  і підставивши у рівняння шкали приладів магнітоелектричної системи (2.30) одержимо рівняння, яке безпосередньо визначає залежність кута повороту рухомої частини приладу від вимірюваного струму:

$$\alpha = S_i \cdot I, \quad (2)$$

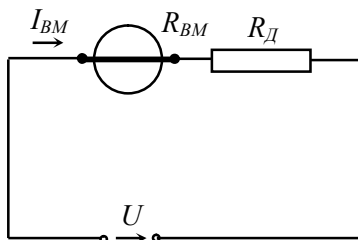
де  $S_i = kR_{ш}/(R_{ш} + R_{BM})$  – чутливість приладу до струму (стала величина).

Електровимірювальний прилад, шкала якого проградуйована у відповідності до рівняння (2), вимірює значення струму, тобто є амперметром. У багатомежних амперметрах для зміни меж вимірювання використовують множину шунтів. Тому багатомежні амперметри містять в собі перемикачі діапазонів вимірювань або кілька вхідних затискачів.



**Рис. 2.** Схема вимірювання струму амперметром з температурною компенсацією.

В амперметрах з шунтом при зміні температури оточуючого середовища відбувається перерозподіл струмів у паралельних вітках і змінюються покази, тобто з'являється температурна похибка. Для зменшення температурного впливу послідовно з обмоткою рамки вмикають додатковий опір  $R_1$  з манганіну (рис. 2). Для температурної компенсації замість опору  $R_1$  (рис. 2) можна використати напівпровідникові терморезистори з від'ємним температурним коефіцієнтом опору.



**Рис. 3.** Схема магнітоелектричного вольтметра.

Для виготовлення вольтметра на базі магнітоелектричного механізму вимірювана напруга повинна бути перетворена на пропорційний їй струм. Для цього послідовно з вимірювальним механізмом вмикають додатковий опір з манганіну  $R_{Д}$  (рис. 3), який має відносно великий і сталий опір. Значення додаткового опору  $R_{Д}$  для вимірювання напруги, максимальне значення якої  $U_N$  визначають за формулою:

$$I_N = \frac{U_N}{(R_{BM} + R_{Д})}, \quad (3)$$

де  $I_N$  – струм повного відхилення;  $R_{BM}$  – опір вимірювального механізму. Підставляючи цей вираз в рівняння шкали приладів магнітоелектричної системи (2.30) одержимо:

$$\alpha = S_U \cdot U, \quad (4)$$

де  $S_U$  – чутливість приладу по напрузі.

Електровимірювальний прилад, проградуирований у відповідності до рівняння (4), вимірює величину електричної напруги, тобто є вольтметром. Вольтметри виготовляють з великим внутрішнім (власним) опором (зазвичай сотні і тисячі Ом). Чим більший опір вольтметра, тим менше він змінює загальний опір ділянки кола, паралельно до якого увімкнений, тобто тим менше змінює величину вимірюваної напруги.

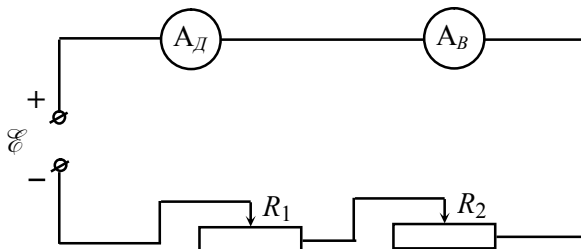
Для розширення меж вимірювання напруги вольтметром, використовують також зовнішні додаткові резистори. У багатодіапазонних вольтметрах використовують кілька додаткових опорів. Тому багатодіапазонні вольтметри постачають перемикачем діапазонів або кількома вхідними затискачами.

*Проградувати прилад* – означає встановити відповідність між поділками його шкали і значеннями вимірюваної фізичної величини. Результати градування зображають у вигляді графіка, що зв'язує відлік за шкалою приладу із значеннями вимірюваної величини. За кривою градування можна знайти ціну поділки шкали. Якщо результатом градування є пряма лінія, то ціна поділки шкали є величина стала і в цьому випадку вона чисельно дорівнює тангенсу кута нахилу прямої до осі абсцис.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Опис установки

Існують два способи градування амперметра. Перший спосіб полягає у з'єднанні досліджуваного амперметра  $A_D$  послідовно з взірцевим амперметром  $A_B$  більш вищого класу точності, ніж досліджуваний, і порівнянні показів обох амперметрів. Точність взірцевого приладу повинна перевищувати точність досліджуваного не менше, ніж у два рази.



**Рис. 4.** Схема увімкнення приладів для градування амперметра на постійному струмі.

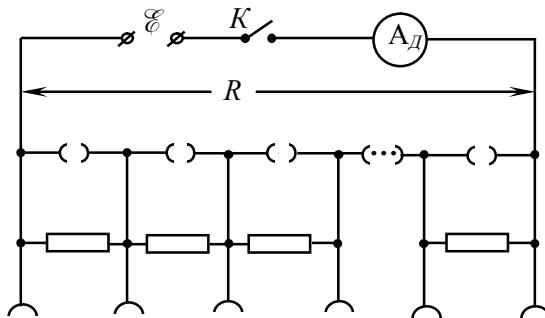
Схема з'єднання приладів для градування амперметра магнітоелектричної системи цим способом наведена на рис. 4. Вимірювальне коло складається із послідовно з'єднаних досліджуваного амперметра  $A_D$ , взірцевого амперметра  $A_B$  і двох дротяних реостатів  $R_1$  і  $R_2$  із співвідношенням опорів  $R_1/R_2 = 4 \div 8$ . Реостати забезпечують грубе ( $R_1$ ) і плавне ( $R_2$ ) регулювання сили струму в досліджуваному колі.

Опір реостатів вибирають в залежності від напруги джерела живлення і шкали досліджуваного амперметра, що визначається простими обрахунками. Наприклад: нехай джерело живлення має напругу 12 В, досліджуваний амперметр – шкалу 0 – 3 А. Відлік вимірюваних значень струму за шкалою можливий від 0,2 А. Для вимірювання струму у вказаних для даного приладу межах (від 0,2 до 3 А) опір реостата повинен бути:

$$R_{max} = \frac{U}{I_{min}} = \frac{12}{0,2} = 60 \text{ Ом}; \quad R_{min} = \frac{U}{I_{max}} = \frac{12}{3} = 4 \text{ Ом}.$$

У схемі використані два реостати зі співвідношенням опорів  $R_1 / R_2 = 4$ , тобто  $R_1 = 4R_2$ , а загальний опір  $R_1 + R_2 = 60$  Ом. Отже,  $5R_2 = 60$  Ом, звідки  $R_2 = 12$  Ом, а  $R_1 = 48$  Ом. Обидва реостати повинні витримувати силу струму до 3 А. Якщо джерело живлення забезпечує напругу 6 В, то  $R_1 = 24$  Ом, а  $R_2 = 6$  Ом. Із приведених розрахунків випливає, що для даного експерименту доцільніше скористатися другим варіантом, оскільки простіше підібрати реостати.

Зазначимо, що внутрішній опір взірцевого амперметра повинен бути порівняним з внутрішнім опором досліджуваного амперметра і значно меншим від опору реостатів  $R_1$  та  $R_2$ .



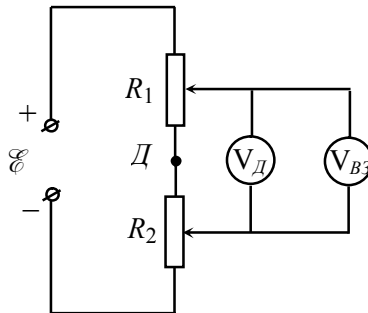
**Рис. 5.** Електрична схема для градування амперметра з використанням магазину опорів.

За другим способом градування через досліджуваний амперметр пропускають струм, сила якого відома, і співставляють покази амперметра із значеннями розрахованої сили струму. У цьому випадку амперметр вмикають в електричне коло з відомими опором і ЕРС джерела струму. Силу струму в колі обчислюють за законом Ома:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_A}, \quad (5)$$

де  $\mathcal{E}$  – ЕРС джерела;  $R$  – опір магазину опорів;  $R_A$  – внутрішній опір досліджуваного амперметра, який вказано безпосередньо на приладі. При цьому внутрішній опір джерела струму повинен бути нехтовно малим у порівнянні з  $R_A$ .

Покази амперметра порівнюють з обчисленими значеннями сили струму і будують відповідний графік. Чим більший опір магазину, тим на значно менші значення струму можна проградувати амперметр.

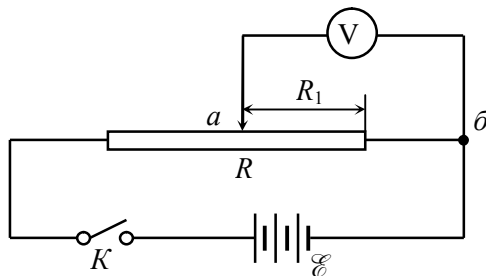


**Рис. 6.** Електрична схема для перевірки вольтметра.

Для градування вольтметра необхідно подавати на його вхід відомі напруги і порівнювати їх з показами приладу. Перевірка значень цих напруг може бути здійснена або шляхом паралельного з'єднання досліджуваного вольтметра  $V_D$  із взірцевим (еталонним) вольтметром вищого класу точності  $V_B$ , або шляхом одержання змінних, але завжди відомих значень напруги з подільника напруги, з'єданого з джерелом, ЕРС якого відома. У першому випадку користуються електричною схемою, зображеною на рис. 6. Взірцевий вольтметр повинен мати клас точності не гірший 0,05. Плавне регулювання напруги під час вимірювань досягається завдяки використанню двох реостатів  $R_1$  і  $R_2$ . Обидва реостати з'єдані послідовно і разом вони складають потенціометр. Співвідношення опорів реостатів повинно бути  $R_1/R_2 = 10$ . Реостат  $R_1$  може мати опір 600 – 800 Ом, а опір реостата  $R_2 = 60 \div 80$  Ом. Робочий струм реостатів повинен бути не менше 0,3 А.

Електрична схема кола для градування вольтметра другим способом зображена на рис. 7. Тут через  $R$  позначено подільник напруги,

що є магазином опорів;  $\mathcal{E}$  – джерело постійного струму з відомою ЕРС. Як видно з рис. 7, на ділянці подільника  $ab$ , паралельно якій увімкнений вольтметр, падіння напруги становить деяку частину ЕРС батареї, замкненої на подільник.



**Рис. 7.** Електрична схема вмикання приладів для градуювання вольтметра.

Для градуювання вольтметра потрібно знати, яка частина ЕРС подається на вольтметр. Оскільки внутрішній опір навіть низьковольтних вольтметрів  $R_V$  складає сотні Ом, то через нього протікає малий струм, і вольтметр не може істотно змінити опір ділянки кола. Тоді за законом Ома спад напруги на цій ділянці:

$$U = I \cdot R_1 . \quad (6)$$

Силу струму  $I$  визначають із закону Ома для повного кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} , \quad (7)$$

нехтуючи при цьому величиною внутрішнього опору джерела струму, який є дуже малим порівняно з  $R$ . Отже, на вольтметр подається напруга:

$$U = \frac{R_1}{R} \mathcal{E} . \quad (8)$$

У випадку, коли опір вольтметра  $R_V$  порівняний з опором  $R_1$ , через вольтметр протікатиме струм, значенням якого не можна нехтувати. Тоді спад напруги на ділянці  $ab$ :

$$U = I \cdot R_{nap} , \quad (9)$$

де

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R - R_1 + R_{nap}} ; \quad R_{nap} = \frac{R_V \cdot R_1}{R_V + R_1} . \quad (10)$$

На досліджуваній вольтметр у цьому випадку подається напруга:

$$U = \frac{\mathcal{E} \cdot R_{\text{нар}}}{R - R_1 + R_{\text{нар}}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R - R_1}{R_{\text{нар}}} + 1}. \quad (11)$$

## Завдання 1. Градування амперметра

### Перший спосіб

1. Зібрати електричне коло у відповідності до схеми, зображеної на рис. 4. При вимкненому джерелі струму встановити максимальні опори реостатів  $R_1$  і  $R_2$ . При цьому стрілки ввідрецьового і досліджуваного амперметрів повинні стояти на нульових позначках шкали. Якщо необхідно, то їх положення слід відрегулювати коректорами.

2. Увімкнути джерело живлення і плавно збільшувати силу струму за допомогою зміни опорів реостатів. Грубе регулювання здійснюється реостатом  $R_1$  з великим опором, а плавне – реостатом  $R_2$  з меншим опором. Регулювати силу струму необхідно так, щоб стрілка досліджуваного приладу плавно наближалась до першої цифрової відмітки шкали, не переходячи за неї. У такій самій послідовності установлювати стрілку амперметра на наступних поділках шкали, позначених цифрами. Покази приладів записати в таблицю.

3. Довівши силу струму в колі до номінального значення досліджуваного приладу, плавно зменшувати величину струму за допомогою реостатів  $R_1$  і  $R_2$ , встановлюючи стрілку приладу на тих же самих поділках шкали у зворотному порядку. Покази приладів записати в таблицю.

4. Закінчивши вимірювання, вимкнути джерело живлення. За результатами вимірювання побудувати графік залежності показів досліджуваного приладу від значень сили струму, виміряних ввідрецьовим амперметром.

### Другий спосіб

1. Зібрати електричне коло згідно зі схемою, зображеною на рис. 5. Потім встановити в магазині максимальний опір. При розімкненому колі відмітити початкове положення стрілки амперметра на шкалі. Це положення прийняти за нуль шкали.

2. Замкнути коло ключем  $K$  та відрхувати перший показ амперметра. Далі поступово зменшувати опір магазину так, щоб стрілка

амперметра переміщувалась кожного разу на 3–5 поділок шкали. Відліки за шкалою провести з максимально можливою точністю. Зменшувати опір магазина до нуля можливо тільки за умови, коли амперметр має значний внутрішній опір, а схема живиться низьковольтним джерелом струму. У протилежному разі одержимо коротке замикання, значний струм якого може вивести прилад із ладу. Дані досліду занести в таблицю.

3. За формулою (5) знайти струм, який відповідає даному відхиленню стрілки.

4. Результати градуювання представити графічно, відклавши по осі абсцис відхилення  $N$  стрілки амперметра, а по осі ординат значення сили струму  $I$ , обчислені за формулою (5). Лінія, яка сполучає нанесені на графіку експериментальні точки, є *градуовальною кривою*. З її допомогою можна визначити величину струму за даним відхиленням стрілки приладу. У випадку приладів магнітоелектричної системи градуовальна лінія є прямою, що дозволяє визначити ціну поділки шкали амперметра. Для цього величину струму, яка відповідає певним поділком, необхідно поділити на число поділок.

## Завдання 2. Градуювання вольтметра

### Перший спосіб

1. Зібрати електричне коло згідно зі схемою, зображеною на рис. 6. Повзунки обох реостатів встановити в положення точки  $D$  з'єднання цих реостатів. У вказаних положеннях повзунків реостатів при увімкненому джерелі живлення напруга на вольтметри не подається.
2. Перевірити і відрегулювати коректором нульові положення стрілок вимірювальних приладів.
3. Увімкнути джерело живлення і, регулюючи напругу від нуля до номінального значення, зняти покази досліджуваного приладу та вірцевого вольтметра. Грубе регулювання напруги здійснюється реостатом  $R_1$  з великим опором, а плавне – реостатом  $R_2$  з малим опором. Покази приладів записати у відповідну таблицю.
4. Вимірювання повторити у зворотному напрямку, змінюючи напругу від номінальної до нуля. Покази приладів записати у ту ж таблицю.
5. Побудувати графік залежності відхилення стрілки досліджуваного вольтметра від напруги на вірцевому вольтметрі. Визначити чутливість і ціну поділки досліджуваного вольтметра.



## Другий спосіб

1. Зібрати електричне коло згідно зі схемою, зображеною на рис. 7. Увімкнути в магазині опорів  $R$  менше 100 Ом. Вольтметр приєднати до ділянки магазину з опором  $R_1 = 1$  Ом.
2. Записати нульовий відлік вольтметра. Потім замкнути ключ і записати показ приладу.
3. Далі, комбінуючи положення штепселів у магазині подільника або перемикаючи провідники, що йдуть до вольтметра, змінити опір  $R_1$  ділянки  $ab$  так, щоб покази вольтметра збільшувались кожен раз на 5–6 поділок шкали.
4. Для кожного вимірювання обчислити за формулою (8) величину напруги  $U$ , що подавалась на вольтметр. Побудувати графік залежності відхилення стрілки досліджуваного вольтметра від напруги, обчисленої за формулою (8) або (11). Визначити чутливість і ціну поділки вольтметра.
5. Оцінити похибку  $\Delta U$ , яка викликана тим, що опір досліджуваного вольтметра не рівний безмежності.

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Чому в електровимірювальних аналогових приладах, крім обертового моменту, необхідно створити протидійний момент? Чим створюється протидійний момент? Для чого потрібні заспокоювачі?
2. Пояснити будову та принцип роботи приладів магнітоелектричної та електромагнітної систем.
3. Як на базі одного й того ж самого вимірювального механізму магнітоелектричної системи створити амперметр і вольтметр?
4. Яке призначення шунтів та додаткових опорів?
5. Що означає проградувати електровимірювальний прилад?
6. Які способи градування амперметра і вольтметра використовуються в даній роботі?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

# ВИВЧЕННЯ ФІЗИЧНИХ ОСНОВ І МЕТОДИК ЕЛЕКТРИЧНИХ КОМПЕНСАЦІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Вивчення компенсаційних методів вимірювання електрорушійних сил, струмів і опорів. Вимірювання ЕРС гальванічного елемента, сили струму та опору резистора компенсаційним методом.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Закон Ома в інтегральній та диференціальній формах. Електрорушійна сила джерела струму. Сторонні сили та їх природа у різних джерелах. Циркуляція вектора напруженості сторонніх сил. Напряда та спад напруги. Розподіл зарядів по поверхні провідника при прикладанні до нього різниці потенціалів. Компенсаційні кола та компенсатори. Правила Кірхгофа.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

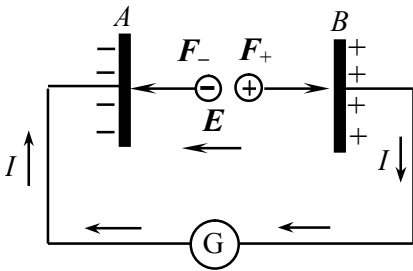
1. Джерело постійного струму (випрямляч).
2. Нормальний елемент Вестона.
3. Гальванічний елемент з невідомою ЕРС.
4. Нуль-гальванометр магнітоелектричної системи.
5. Еталонний опір.
6. Магазин опорів.
7. Подвійний ключ.
8. Опори невідомої величини.
9. З'єднувальні провідники.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

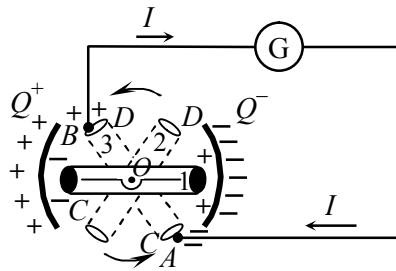
За наявності у провіднику постійного струму, в ньому існує електричне поле, яке має ряд спільних рис з кулонівським полем нерухомих зарядів і ряд відмінностей. Найбільш істотна відмінність електричного поля постійних струмів від електростатичного поля полягає в тому, що для підтримання першого необхідні неперервні витрати енергії, тоді як в електростатичному полі ніяких перетворень енергії не відбувається. При перенесенні електричних зарядів у провіднику під дією сил електричного поля виконується робота. Коли провідник нерухомий, то ця робота йде на збільшення внутрішньої енергії, тоб-

то на нагрівання провідника. Вся енергія, яка виділяється на ділянці електричного кола, повинна неперервно поповнюватись за рахунок інших видів енергії – механічної, хімічної, енергії випромінювання тощо. Це поповнення енергії неможливе за рахунок роботи кулонівських сил, оскільки циркуляція вектора напруженості  $E_{кул}$  електростатичного поля дорівнює нулю. Отже, в електричному колі повинна бути хоча б одна ділянка, в якій на нерухомі носії зарядів, крім сил електростатичного поля, діяли б ще й інші сили неелектростатичного походження, здатні виконувати роботу з переміщення цих зарядів. Такі сили називають *сторонніми*. Робота сторонніх сил повинна компенсувати втрати енергії в системі, підтримувати стаціонарне електричне поле. Саме ж стаціонарне електричне поле постійного струму відіграє роль посередника в складному процесі перетворення енергії. Сторонні сили за своєю природою відмінні від електростатичних сил. Вони можуть бути зумовлені механічними або хімічними процесами, явищем електромагнітної індукції, фотоефектом, дифузією носіїв заряду в неоднорідному середовищі тощо. Розглянемо приклад сторонньої сили механічного походження.

**4.1. Механічна стороння сила.** Найпростіша схема джерела струму, в якому стороння сила має механічне походження, зображена на рис. 1.



**Рис. 1.** Схема дії сторонніх сил механічного походження.



**Рис. 2.** Схема електростатичної машини.

Між електродами  $A$  і  $B$  існує нейтральне середовище з однаковим числом позитивних і негативних зарядів. Стороння сила неелектростатичного походження переміщує позитивні заряди до електрода  $B$ , а негативні – до електрода  $A$ . В результаті цього електрод  $A$  заряджається негативно, а електрод  $B$  – позитивно. У зовнішньому колі від електрода  $B$  до  $A$  протікає електричний струм, який виконує відповідну роботу. Необхідна для цього енергія надається системі сторонніми силами, які виконують роботу для розділення зарядів між

електродами  $A$  і  $B$  і доставки цих зарядів на електроди проти сил кулонівського електричного поля з напруженістю  $E$ , яке існує між електродами. Струм між електродами  $A$  і  $B$  всередині джерела  $EPC$  замкає струм у зовнішньому колі. Якщо напрям струму характеризувати щодо електродів, то у зовнішньому колі струм протікає від позитивного електрода до негативного, а всередині джерела – від негативного електрода до позитивного.

Практичною реалізацією механічної сторонньої  $EPC$  є електростатична машина, схема якої показана на рис. 2. Заряди  $Q^+$  і  $Q^-$  створюють електростатичне поле в просторі між ними. Ізольовані одна від одної провідні пластини  $C$  і  $D$  рухаються по колу навколо осі  $O$  під впливом сторонніх механічних сил. У положенні 1 пластини виявляються з'єднаними між собою нерухомим провідником (суцільна лінія з стрілками на кінцях). В результаті електростатичної індукції пластини  $C$  і  $D$  у цьому положенні заряджаються відповідно негативно і позитивно. При подальшому обертанні їх контакт з провідником переривається і в положенні 2 пластини ізольовані одна від одної, але несуть на собі різнойменні заряди. У положенні 3 вони знаходяться в контакті з електродами  $A$  і  $B$ , на які переходить заряд з  $C$  і  $D$ . Між електродами по колу  $BGA$  протікає електричний струм. Якщо є тільки одна пара провідників  $CD$ , які обертаються, то струм по колу протікає імпульсами, по два імпульси за один оберт. Якщо ж взяти досить велике число пар пластин  $C$ ,  $D$ , щоб вони вступали в контакт з електродами  $A$ ,  $B$  послідовно з дуже малими проміжками, то у зовнішньому колі протікає практично постійний струм. Така машина реалізує сторонню  $EPC$  механічного походження, яка виникає за рахунок механічних сил, які забезпечують рух пластин  $C$  і  $D$  по колу.

Коло взаємоперетворень енергії тут виглядає наступним чином. Сторонні механічні сили, переміщуючи пластини  $C$  і  $D$ , виконують роботу проти сил електричного поля, яке існує між зарядами  $Q^+$  і  $Q^-$ , і переносить заряди на пластини  $C$  і  $D$  до електродів  $A$  і  $B$ . В результаті цього змінюється енергія електричного поля, тобто відбувається перетворення механічної енергії в енергію електричного поля. Потім ця енергія в результаті протікання струму у колі  $BGA$  перетворюється в джоулеве тепло та інші форми енергії, обумовлені роботою струму в зовнішньому колі.

*Пристрій, в якому виникають сторонні сили, називають джерелом струму.* Сутність роботи джерела – скерований рух носіїв струму від точки кола з найнижчим потенціалом до точки з найвищим його значенням. Джерело  $EPC$  одержує енергію із-за меж кола, утво-

рюючи додаткове поле, яке й забезпечує рух зарядів у замкненому колі.

*Величина, що дорівнює відношенню роботи  $A_{cm}$ , яку виконують сторонні сили при переміщенні позитивного заряду в напрямі струму вздовж усього кола, до величини цього заряду  $q$  називається електрорушійною силою ( $\mathcal{E}$ ) джерела струму:*

$$\mathcal{E} = \frac{A_{cm}}{q}. \quad (1)$$

Електрорушійна сила вимірюється у вольтах  $1B = 1 \text{ Дж/Кл}$ .

Сторонню силу  $F_{cm}$ , що діє на заряд  $q$ , можна записати у вигляді:

$$F_{cm} = q \cdot E_{cm}, \quad (2)$$

де  $E_{cm}$  – напруженість поля сторонніх сил.

Роботу сторонніх сил при переміщенні заряду  $q$  по замкнутому колу можна виразити через криволінійний інтеграл по контуру струму:

$$A_{cm} = \oint F_{cm} \cdot dl = q \oint E_{cm} \cdot dl, \quad (3)$$

де  $dl$  – вектор елементарного переміщення позитивного заряду. Поділивши цю роботу на заряд  $q$ , одержимо вираз ЕРС, яка діє у замкненому колі:

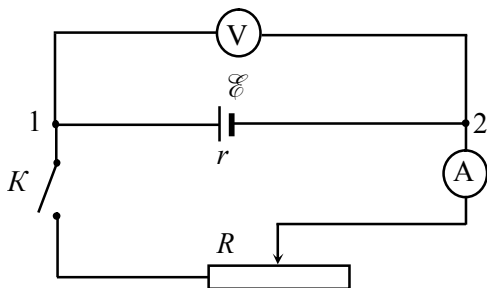
$$\mathcal{E} = \oint E_{cm} \cdot dl. \quad (4)$$

Отже, ЕРС, що діє у замкненому колі, визначається циркуляцією вектора напруженості поля сторонніх сил по контуру цього кола. Електрорушійна сила є енергетичною характеристикою самого джерела струму.

Експериментально ЕРС може бути виміряна різними методами.

**4.2.Методи вимірювання ЕРС.** Найпростіше ЕРС джерела постійного струму можна виміряти за допомогою вольтметра. Проте, такий спосіб вимірювання ЕРС джерела є наближеним. Розглянемо електричне коло (рис. 3), що містить джерело струму  $\mathcal{E}$ , вольтметр  $V$ , реостат  $R$  і амперметр  $A$ . Будемо вимірювати напругу на затискачах джерела за допомогою вольтметра  $V$ . Опір вольтметра виберемо досить великим, щоб увімкнення вольтметра не змінювало спад напруги між точками 1 і 2. Як показує дослід, напруга, яку показує вольтметр, залежить від величини струму в колі. Вона найбільша при ро-

зімкненому колу ( $I = 0$ ) і прямує до нуля при зменшенні до нуля зовнішнього опору  $R$  (включаючи й опір амперметра).



**Рис. 3.** Схема для вимірювання ЕРС за допомогою вольтметра.

Отже, напруга на затискачах працюючого джерела є величина змінна, яка залежить від навантаження джерела. Стосовно зовнішнього кола (яке не містить ЕРС) закон Ома для ділянки кола, становитиме:

$$U_{21} = R \cdot I. \quad (5)$$

Оскільки величина струму в колі за тим же законом  $I = \mathcal{E}/(R+r)$ , то:

$$U_{21} = R \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \mathcal{E} \left( 1 - \frac{r}{R+r} \right) = \mathcal{E} - rI. \quad (6)$$

З останнього рівняння випливає, що напруга на затискачах менша за ЕРС на величину *спаду напруги всередині самого джерела*  $Ir$ . Формула (6) показує, що чим більший зовнішній опір  $R$  порівняно з внутрішнім опором  $r$ , тим менший спад напруги всередині джерела і тим ближчим є значення напруги на затискачах до ЕРС. Якщо  $R \gg r$  (коло розімкнене), то  $U = \mathcal{E}$ , тобто *електрорушійна сила дорівнює напрузі на затискачах розімкненого джерела*. Це лежить в основі найпростіших методів вимірювання ЕРС будь-якого джерела. Водночас зазначимо, що навіть незначний струм, який протікає через джерело ЕРС при вмиканні до нього вольтметра, змінює вимірювану ЕРС. Так, у гальванічних елементах спостерігається явище поляризації при протіканні через них хоча б незначного струму. Звідси випливає висновок: для вимірювання ЕРС джерела струму з достатнім ступенем точності потрібно створити умови, за яких під час вимірювань струм не протікатиме через досліджуване джерело. Цій вимозі задовольняє компенсаційний метод вимірювання ЕРС.

Компенсаційні кола служать для порівняння нульовим методом (методом компенсації) двох незалежних напруг або струмів. Засіб вимірювання напруги на основі компенсаційного кола називається компенсатором напруги або потенціометром. Розглянемо більш детально роботу компенсатора напруги постійного струму, спрощена схема якого зображена на рис. 4 (метод Поггендорфа (1798–1877)).

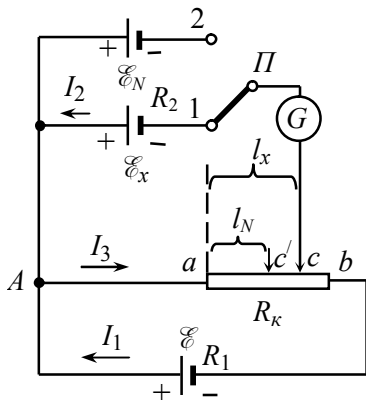


Рис. 4. Принципова схема вимірювального потенціометра з невизначеним робочим струмом.

Суть вимірювання полягає у наступному. Два джерела з ЕРС  $\mathcal{E}$  і  $\mathcal{E}_x$  увімкнені назустріч одне одному. Резистор  $R_k$ , який виконаний у вигляді реохорда, з'єднаний з джерелом напруги  $\mathcal{E}$  за схемою подільника напруги. З нього можна зняти будь-яку напругу від нуля до  $\mathcal{E} - IR_1$ , переміщуючи ковзний контакт (повзунок) реохорда. Джерело напруги, ЕРС якого необхідно виміряти, приєднують до точок  $ac$  реохорда. Якщо спад напруги на ділянці  $ac$  дорівнює  $\mathcal{E}_x$  ( $U_{ac} = \mathcal{E}_x$ ) і ці напруги діють назустріч одна одній, то струм в колі  $cG\mathcal{E}_xa$  відсутній і стрілка нуль-гальванометра  $G$  не відхиляється від нуля. Звідси і назва методу. Невідома ЕРС компенсується спеціально підбраною напругою на реохорді.

Розглянемо умову, за якої сила струму  $I_2$  у колі елемента  $\mathcal{E}_x$  і гальванометра  $G$  буде дорівнювати нулю. Для цього виберемо додатні напрямки струмів, як показано на рис. 4, і застосуємо до зображеного кола обидва правила Кірхгофа. Перше правило для електричного вузла  $A$  запишеться так:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (7)$$

Застосовуючи друге правило до окремих контурів  $Aab\mathcal{E}A$  і  $AacG\mathcal{E}_xA$ , і обходячи їх за годинниковою стрілкою одержимо:

$$I_1 R_1 + I_3 (r_1 + r_2) = \mathcal{E}, \quad (8)$$

$$-I_3 r_1 - I_2 R_2 = -\mathcal{E}_x, \quad (9)$$

де  $R_1$  – внутрішній опір джерела  $\mathcal{E}$ ,  $r_1$  і  $r_2$  опори ділянок  $ac$  і  $cb$  реохорда відповідно ( $r_1 + r_2 = R_K$ ). Під опором  $R_2$  розуміють суму внутрішнього опору елемента  $\mathcal{E}_x$  і опору гальванометра.

Знайдемо умову, за якої струм через гальванометр не протікати-ме. Якщо  $I_2 = 0$ , то  $I_1 = I_3$  і тоді одержимо:

$$\begin{aligned} I_1 (R_1 + r_1 + r_2) &= \mathcal{E} \\ I_1 r_1 &= \mathcal{E}_x. \end{aligned} \quad (10)$$

Звідси знаходимо шукану умову:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}} = \frac{r_1}{r_1 + r_2 + R_1} = \frac{r_1}{R_K + R_1}. \quad (11)$$

Остання формула дає можливість знайти величину ЕРС досліджуваного джерела  $\mathcal{E}_x$ , якщо, крім виміряного на досліді в момент компенсації  $r_1$ , відомі ще величини  $\mathcal{E}$ ,  $R_1$  і  $r_2$ . Щоб визначення  $\mathcal{E}_x$  не залежало від  $\mathcal{E}$  і  $R_1$ , користуються порівнянням  $\mathcal{E}_x$  з якимось еталонним джерелом  $\mathcal{E}_N$ , що має інше і добре відоме значення ЕРС (наприклад, нормальний елемент).

Якщо замість джерела  $\mathcal{E}_x$  увімкнути в коло інше джерело, ЕРС якого рівна  $\mathcal{E}_N$  (перемикач  $\Pi$  перевести в положення 2), то можна знайти нове положення точки  $c'$  на опорі  $R_K$ , при якому наявна компенсація, тобто підібрати опори  $r_1$  і  $r_2$  (позначивши їх через  $r_1'$  і  $r_2'$ ) так, що струм через  $\mathcal{E}_N$  протікати не буде. В цьому випадку рівняння (11) набуває вигляду:

$$\frac{\mathcal{E}_N}{\mathcal{E}} = \frac{r_1'}{r_1' + r_2' + R_1} = \frac{r_1'}{R_K + R_1}. \quad (12)$$

Оскільки  $r_1 + r_2 = r_1' + r_2'$ , то, поділивши почленно рівності (11) і (12) одна на одну, знаходимо:

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_N} = \frac{r_1}{r_1'}, \quad \text{або} \quad \mathcal{E}_x = \mathcal{E}_N \frac{r_1}{r_1'}. \quad (13)$$



Рівність (13) лежить в основі компенсаційного методу визначення ЕРС. З неї видно, що для вимірювання ЕРС невідомого джерела  $\mathcal{E}_x$  нема потреби знати величину ЕРС джерела живлення  $\mathcal{E}$  і його внутрішній опір  $R_1$ . Треба знайти тільки опори ділянок кола  $ac$  і  $ac'$  (тобто  $r_1$  і  $r_1'$ ), на яких джерела  $\mathcal{E}_x$  і  $\mathcal{E}_N$  компенсують спад напруги. Щоб стала можливою ця компенсація, необхідно, щоб ЕРС джерела  $\mathcal{E}$  була більшою за обидві порівнювані ЕРС  $\mathcal{E}_x$  і  $\mathcal{E}_N$ .

В ролі резистора  $R_k$ , як правило, використовують реохорд з рухо- мим повзунком. Оскільки опір реохорда можна вважати прямо про- порційним його довжині, то формулу (13) можна записати в наступ- ному вигляді:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_N \frac{l_x}{l_N}, \quad (14)$$

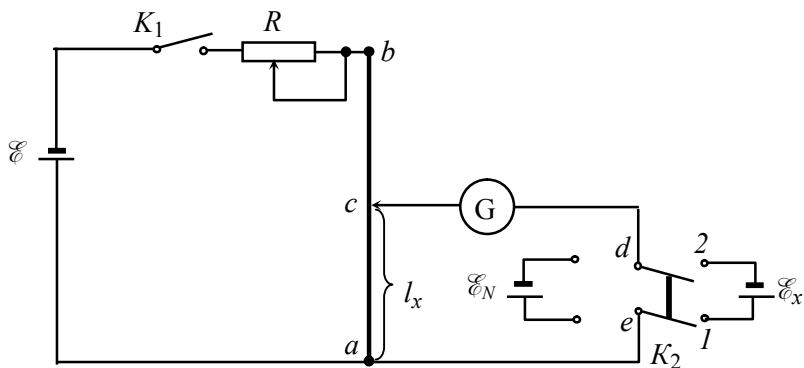
де  $l_x$  і  $l_N$  відповідні довжини відрізків  $ac$  і  $ac'$  при компенсації ЕРС елементів  $\mathcal{E}_x$  і  $\mathcal{E}_N$ .

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Опис установки

Для експериментального вивчення фізичних основ і методики електрокомпенсаційних вимірювань використовують електричну схему, зображену на рис. 5. У ній досліджуване і еталонне джерела  $\mathcal{E}_x$  і  $\mathcal{E}_N$  вмикаються у коло нуль-гальванометра почергово за допомо- гою подвійного ключа  $K_2$ . Спочатку за допомогою ключа  $K_2$  необхід- но увімкнути досліджуване джерело  $\mathcal{E}_x$ . Шляхом переміщення повзу- нка реохорда домогтися, щоб стрілка гальванометра зупинилась на позначці 0. Нехай для цього повзунок необхідно розмістити в поло- женні  $c$ , а відповідна довжина реохорда дорівнює  $l_x$ . Потім за допо- могою перемикача  $K_2$  до реохорда замість джерела з невідомою ЕРС  $\mathcal{E}_x$  вмикають джерело з відомою ЕРС  $\mathcal{E}_N$  (нормальний елемент). У цьому випадку для того, щоб скомпенсувати напругу  $\mathcal{E}_N$ , повзунок реохорда необхідно перемістити у точку  $c'$ , а відповідна йому довжи- на реохорда рівна  $l_N$ . Підставляючи у вираз (14) значення довжин  $l_x$ ,  $l_N$  і ЕРС нормального елемента  $\mathcal{E}_N$  знаходять шукане значення  $\mathcal{E}_x$ . Джерелом  $\mathcal{E}_N$  в компенсаційній схемі служить нормальний елемент (елемент Вестона), величина ЕРС якого точно відома (вона дорівнює

[1,0183–0,0000406 ( $t - 20^\circ\text{C}$ )] В, де  $t$  – температура навколишнього середовища у  $^\circ\text{C}$ ).



**Рис. 5.** Схема для експериментального вивчення принципу електрокомпенсаційних вимірювань.

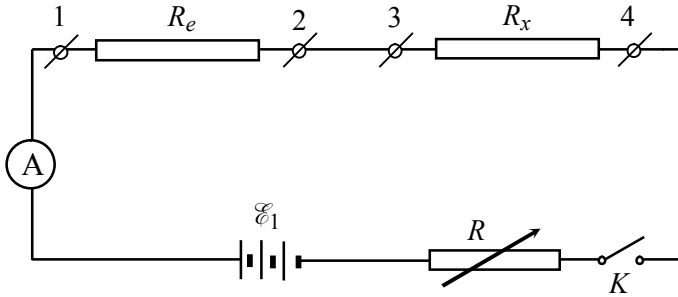
У схемі на рис. 5 замість реохорда  $ab$  можна використати реостат з повзунком.

### Завдання 1. Вимірювання ЕРС

1. Зібрати електричне коло за схемою, зображеною на рис. 5.
2. Замкнути коло джерела ЕРС  $\mathcal{E}$  ключем  $K_1$ .
3. Замкнути коло джерела досліджуваної ЕРС  $\mathcal{E}_x$ .
4. Пересуваючи ковзний контакт  $c$  реохорда вздовж  $ab$ , домогтися нульового показу гальванометра. За шкалою реохорда визначити його положення і відрахувати довжину  $l_x$ .
5. Увімкнути замість  $\mathcal{E}_x$  еталонне джерело ЕРС  $\mathcal{E}_N$  і, повторивши вищезгадані операції, визначити  $l_N$ .
6. Одержані дані підставити у формулу (14) і обчислити  $\mathcal{E}_x$ .
7. Описані дії повторити для різних струмів через реохорд, регулюючи їх реостатом  $R$ . Оцінити похибки у визначенні  $\mathcal{E}_x$ .

### Завдання 2. Вимірювання сили струму

Для вимірювання сили струму компенсаційним методом в контурі батареї  $\mathcal{E}_1$  використовують схему, наведену на рис. 6. У цьому колі послідовно з'єднані джерело ЕРС  $\mathcal{E}_1$ , змінний опір  $R$ , невідомий опір



**Рис. 6.** Електрична схема для вимірювання сили струму і невідомого опору компенсаційним методом.

$R_x$ , еталонний опір  $R_e$  та амперметр для безпосереднього вимірювання струму. Якщо відомий спад напруги  $U_e$  на еталонному опорі, то із співвідношення:

$$U_e = I \cdot R_e, \quad (15)$$

можна знайти шукане значення сили струму в контурі батареї  $\mathcal{E}_1$ . Спосіб вимірювання  $U_e$  аналогічний описаному в завданні 1. Для цього необхідно до клем 1 і 2 подвійного ключа (рис. 5) замість досліджуваного джерела  $\mathcal{E}_x$  увімкнути провідники від клем 1 і 2 еталонного опору (рис. 6). Тоді спад напруги на еталонному опорі  $U_e$  виміряти так само, як вимірювали в завданні 1 електрорушійну силу  $\mathcal{E}_x$ . При цьому потрібно правильно задати полярність джерел у новому і попередньому контурах. Підставивши виміряне значення спаду напруги  $U_e$  у формулу (15), обчислити величину струму. Порівняти одержане в такий спосіб значення струму із показами амперметра.

### Завдання 3. Вимірювання опору

Для вимірювання опору резистора  $R_x$  у схемі рис. 6 необхідно тим же компенсаційним методом (рис. 5) визначити спад напруги  $U_x$  на опорі  $R_x$ . Для цього необхідно до клем 1 і 2 подвійного ключа (рис. 5) по чергово приєднати провідники від клем невідомого і еталонного опорів (рис. 6) і за допомогою компенсаційної схеми виміряти величини спадів напруг  $U_x$  і  $U_e$ . Оскільки опори  $R_x$  і  $R_e$  у схемі рис. 6 з'єднані послідовно, то через обидва опори протікає однаковий струм силою  $I$ . Виходячи з цього, можна записати:

$$U_e = I \cdot R_e \quad \text{і} \quad U_x = I \cdot R_x. \quad (16)$$

Вимірявши  $U_e$  і  $U_x$  компенсаційним методом і знаючи  $R_e$ , можна обчислити  $R_x$  за такою формулою:

$$R_x = R_e \frac{U_x}{U_e}. \quad (17)$$

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що називається електрорушійною силою джерела струму?
2. Яка природа сторонніх сил у різних джерел?
3. Якими способами можна виміряти ЕРС джерела? Який вольтметр краще використати для вимірювання електрорушійної сили з більшою точністю?
4. Пояснити фізичний принцип методу електрокомпенсаційних вимірювань? Нарисувати принципову схему потенціометра постійного струму і охарактеризувати її.
5. Чому рекомендують по чергово вмикати еталонне і досліджуване джерело при вимірюванні ЕРС останнього?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

# ВИМІРЮВАННЯ ОПОРУ МЕТОДОМ АМПЕРМЕТРА-ВОЛЬТМЕТРА ТА З ДОПОМОГОЮ МІСТКА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Ознайомлення з методами та засобами вимірювання малих, середніх та великих опорів. Вимірювання опорів середньої величини методом амперметра-вольтметра і методом порівняння за допомогою містка постійного струму; перевірка справедливості формул паралельного та послідовного з'єднання опорів.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Закони Ома і Джоуля-Ленца в інтегральній та диференціальній формах. Лінійні кола. Правила Кірхгофа та їх застосування. Основні положення класичної електронної теорії металів. Класична теорія електропровідності металів. Труднощі класичної електронної теорії металів. Містки для вимірювання опору на постійному струмі.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Вольтметр магнітоелектричної системи.
2. Міліамперметр магнітоелектричної системи.
3. Електричні опори для вимірювання.
4. Джерело живлення.
5. Нуль-гальванометр із шунтом.
6. Магазин опорів.
7. Реохорд (реостат дротяний) з трьома затискачами.
8. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

За аналогією з тим, як тертя у механіці створює протидію рухові тіл, опір провідника створює протидію напрямленому руху зарядів і визначає перетворення електричної енергії у внутрішню енергію провідника. *Електричний опір – фізична величина, яка характеризує протидію впорядкованому руху носіїв струму в електричному колі або окремії його ділянці.* Електричним опором називають і сам елемент кола, що чинить цю протидію. Механізм електричного опору в різних середовищах різний. Електричний опір металів зумовлений

розсіюванням електронів на структурних неоднорідностях та теплових коливаннях кристалічної ґратки, в електролітах – в'язкий опір сольватам, у газах – зіткнення електронів та іонів з атомами середовища, тощо.

Опір – один з найважливіших параметрів електричного кола. Опір однорідного провідника визначається геометричними розмірами провідника, хімічною природою матеріалу та його фізичним станом (температура, тиск). За величиною опори дуже різняться і їх умовно поділяють на три групи: малі опори ( $10\ \text{Ом}$  і менше), середні (від  $10$  до  $10^6\ \text{Ом}$ ) і великі (вище  $10^6\ \text{Ом}$ ), у кожній із цих груп способи вимірювання опорів мають певні особливості.

Опір – параметр пасивний, однак в процесі вимірювання він перетворюється в активну електричну величину, яку вимірюють на практиці. При цьому важливо забезпечити, щоб отримана активна електрична величина правильно відображала вимірюваний опір і не містила б зайвих складових, які складають похибки вимірювання.

Зокрема на результат вимірювання малих опорів впливають опори з'єднувальних провідників, перехідні опори контактів і контактні термо-ЕРС.

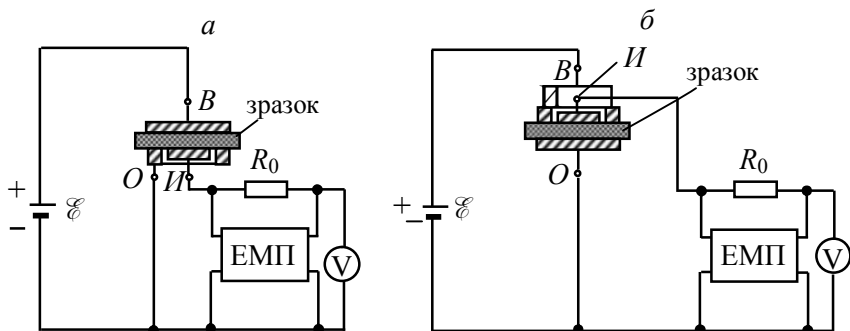
*Перехідним опором* або опором на контактах називають опір, який зустрічає електричний струм при переході з одного провідника на другий. Перехідний опір залежить від величини поверхні дотику, від її характеру і стану – гладка чи шорстка, чиста або забруднена, і, нарешті, від сили натискання і зчеплення. Використання струмових і потенціальних затискачів при вимірюванні малих опорів є основним засобом усунення впливу з'єднувальних провідників і перехідних опорів на результат вимірювання.

Ще однією особливістю вимірювання малих опорів є те, що у місцях контактів можлива поява термо-ЕРС. Як відомо, термо-ЕРС утворюється у місцях з'єднання двох різнорідних провідників, вона залежить від матеріалу провідників і температури місця їх з'єднання і в ряді випадків досягає десятків мікрвольт. Основні засоби боротьби з термо-ЕРС полягають у вирівнюванні температури потенціальних затискачів (якщо різниця температур між потенціальними затискачами дорівнює нулю, то і термо-ЕРС між ними відсутня), а також у проведенні двох вимірювань напруги  $U$  при різних напрямках струму  $I$ .

При вимірюванні великих опорів необхідно враховувати наявність об'ємного  $R_V$  і поверхневого  $R_S$  опорів, враховувати або усувати вплив температури, вологості середовища та інших факторів. Відпо-

відно розрізняють питомі об'ємні і поверхневі опори ( $\rho_V$  і  $\rho_S$ ). Значення цих опорів можуть відрізнятися між собою для одного й того ж матеріалу досить помітно – на кілька порядків. Основні вимоги до методів визначення об'ємних і поверхневих опорів стандартизовані. Згідно з ДСТ 6433-65 для визначення  $\rho_V$  і  $\rho_S$  плоских виробів повинні використовуватися круглі або квадратні зразки з діаметром кола або стороною квадрата від 25 до 150 мм. Трубочаті зразки повинні мати довжину від 100 до 300 мм, у вигляді стержня – від 50 до 100 мм.

Принципова схема вимірювання об'ємного і поверхневого опорів показана на рис. 1. В обох випадках зразок забезпечується трьома електродами, які носять назви: високовольтний  $B$ , вимірювальний  $И$  і охоронний  $O$ . При вимірюванні об'ємного опору напруга прикладається до електродів  $B$  і  $И$ , які розташовані на протилежних сторонах зразка, і визначається опір товщі зразка між ними. Це може бути зроблено, наприклад, шляхом вимірювання струму в цьому колі за допомогою електрометричного підсилювача (ЕМП) з паралельним від'ємним зворотним зв'язком, як це показано на рис. 1,  $a$ .



**Рис. 1.** Схеми вимірювання об'ємних ( $a$ ) і поверхневих ( $b$ ) опорів.

Охоронний електрод  $O$  має два призначення. По-перше, він вирівнює електричне поле на краях вимірювального електрода, зменшуючи вплив крайових ефектів. По-друге, він захищає вимірювальне поле від струмів витоку по поверхні зразка. Електрод  $O$  повинен бути з'єднаний з такою точкою схеми, яка б не чинила на результати вимірювання істотного впливу.

При вимірюванні поверхневих опорів (рис. 1,  $b$ ) вимірюється опір між електродами, розташованими на одному боці зразка ( $B$  і  $И$ ). Охоронний електрод ( $O$ ) розташовується на протилежному боці зразка, і за його допомогою вирівнюється електричне поле у зразку. Цим ви-

ключається проходження струму між електродами  $B$  і  $O$  по товщині зразка.

Вимірювання опорів рідких провідників або провідників, які мають велику вологість, наприклад, опорів заземлення, здійснюється на змінному струмі, оскільки використання постійного струму пов'язане з похибками, які викликані явищем електролізу.

Вимірювання опорів твердих провідників здійснюється на постійному струмі, при цьому, з одного боку, виключаються похибки, зв'язані з впливом ємності та індуктивності об'єкту вимірювання і вимірювального кола, з іншого боку, з'являється можливість використовувати прилади магнітоелектричної системи, які мають високу чутливість і точність.

На практиці вимірювання опорів здійснюють прямими та посередніми методами, а також методом порівняння.

#### 4.1. ПРЯМІ ТА ПОСЕРЕДНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ОПОРІВ

##### 4.1.1. Метод амперметра–вольтметра

Цей метод заснований на вимірюванні струму  $I$  у колі досліджуваного опору  $R_x$  і напруги  $U$  на його затискачах з наступним обчисленням значення  $R_x$  за показами вимірювальних приладів:  $R_x = U/I$ . Як правило, струм  $I$  вимірюють амперметром, а напругу  $U$  вольтметром – цим пояснюється назва методу “амперметра-вольтметра”. До переваг даного методу слід віднести його простоту; до недоліків – порівняно невисоку точність результату вимірювання, яка обмежена класом точності вимірювальних приладів та методичною похибкою. Остання зумовлена кінцевими значеннями власних опорів амперметра  $R_A$  і вольтметра  $R_V$ .

У залежності від величини досліджуваного опору використовують різні схеми з'єднання приладів при вимірюванні опорів методом амперметра-вольтметра. В одній із них (рис. 2, *a*) послідовно з досліджуваним опором увімкнений міліамперметр, який показує суму струмів  $I_V$  і  $I$ .

Отже, результат вимірювання  $R$ , обчислений за показами приладів, буде відрізнятися від  $R_x$ :

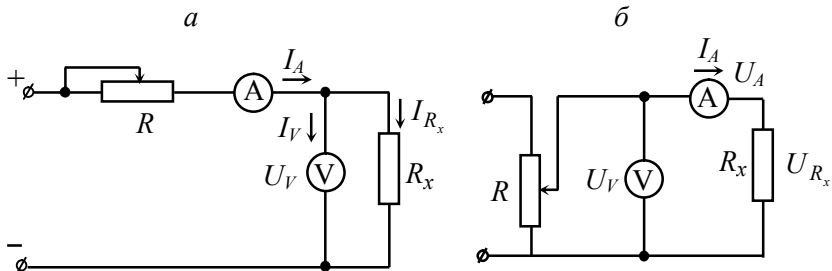
$$R = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_V}{I_{R_x} + I_V} = \frac{U_V}{U_V / R_x + U_V / R_V} = \frac{R_x}{1 + R_x / R_V}. \quad (1)$$

Відносна похибка вимірювання в процентах:



$$\delta = \frac{R - R_x}{R_x} \cdot 100\% = -\frac{R_x / R_V}{1 + R_x / R_V} \cdot 100\% \approx -\frac{R_x}{R_V} \cdot 100\%. \quad (2)$$

Тут наближена рівність справедлива, бо при правильній організації експерименту допускається виконання умови  $R_V \gg R_x$ .



**Рис. 2.** Схеми для вимірювання малих (а) і великих (б) опорів методом амперметра-вольтметра.

При використанні другої схеми (рис. 2, б) амперметр показує значення струму в колі з  $R_x$ , а вольтметр – суму спадів напруги на  $R_x$  і амперметрі  $U_A$ . Враховуючи це, можна за показами приладів обрахувати результат вимірювання:

$$R = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_{R_x} + U_A}{I_A} = \frac{I_A \cdot R_x + I_A \cdot R_A}{I_A} = R_x + R_A. \quad (3)$$

Відносна похибка вимірювання у процентах у даному випадку рівна:

$$\delta = \frac{R - R_x}{R_x} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R_x} \cdot 100\%. \quad (4)$$

Порівнюючи одержані вирази відносних похибок (2) і (4), доходимо наступних висновків. За схемою рис. 2, а на методичну похибку результату вимірювання впливає тільки опір  $R_V$ , для зменшення якої необхідно забезпечити умову  $R_x \ll R_V$ . За схемою рис. 2, б на методичну похибку результату вимірювання впливає тільки  $R_A$ , зменшення цієї похибки досягається виконанням умови  $R_x \gg R_A$ . Отже, на практиці вимірювання малих опорів варто проводити за схемою рис. 2, а, а вимірювання великих опорів – за схемою рис. 2, б.

#### 4.1.2. Омметри

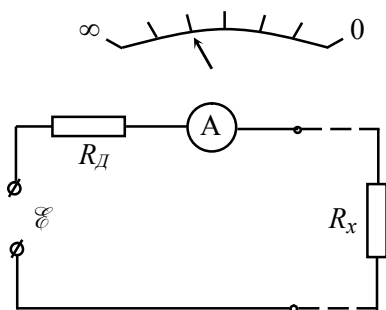
Якщо у методі амперметра-вольтметра використати джерело живлення з відомою напругою, то необхідність вимірювання напруги

вольтметром відпадає, а шкалу амперметра можна зразу проградувати в значеннях вимірюваного опору. На цьому принципі базується дія багатьох моделей промислових омметрів безпосередньої оцінки. Омметри різняться за схемою з'єднання – послідовне (рис. 3) і паралельне (рис. 4) – досліджуваного опору  $R_x$  із вимірювальним механізмом, за типом вимірювального механізму (однорамочний і логометричний), за джерелом живлення (індукторний, сухий елемент, електромережа), за класом точності тощо.

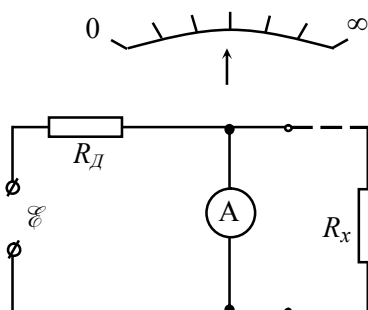
Спрощена принципова схема омметра зображена на рис. 3. Схема містить джерело ЕРС  $\mathcal{E}$ , додатковий опір  $R_D$  і амперметр (мікроамперметр)  $A$ . При приєднанні до затискачів схеми досліджуваного опору  $R_x$  в колі потече струм  $I$ , під дією якого рухома частина амперметра повернеться на кут  $\alpha$ , а його покажчик відхилиться на  $N$  поділок шкали:

$$N = \frac{\mathcal{E}}{C_1} \cdot \frac{1}{R_D + R_A + R_x}, \quad (5)$$

де  $C_1$  – ціна поділки (стала) амперметра;  $R_A$  – опір амперметра.



**Рис. 3.** Схема омметра з послідовним вмиканням досліджуваного опору.



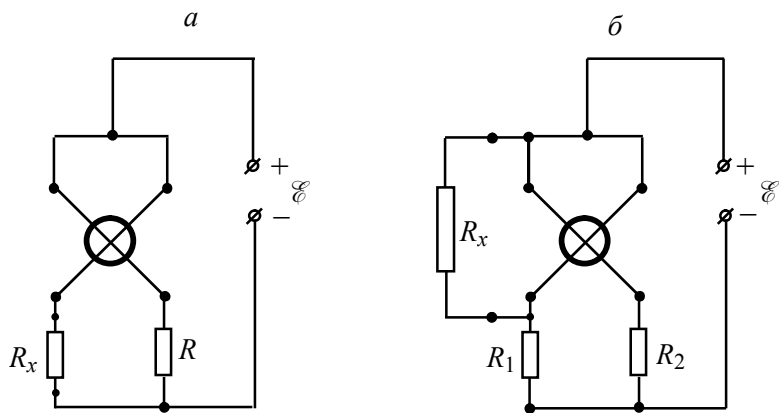
**Рис. 4.** Схема омметра з паралельним вмиканням досліджуваного опору.

Отже, шкала омметра нелінійна. Стабільність градуовальної характеристики вимагає забезпечення стабільності усіх коефіцієнтів рівняння. Проте джерелом живлення в такого роду приладах, як правило, служить сухий елемент напруги, ЕРС якого зменшується в міру його розрядки. Ввести поправку на зміну  $\mathcal{E}$ , як видно із рівняння (5), можна шляхом відповідного регулювання  $C_1$  або  $R_D$ . Існують омметри, в яких  $C_1$  регулюється зміною індукції у зазорі магнітної системи

амперметра за допомогою магнітного шунта. У цьому випадку підтримується сталість відношення  $\mathcal{E}/C_1$  і градуувальна характеристика приладу зберігає своє значення незалежно від значення  $\mathcal{E}$ . Регулювання  $C_1$  здійснюється так: затискачі приладу, до яких приєднується  $R_x$ , замикаються накоротко ( $R_x = 0$ ), і регулюванням положення магнітного шунта домагаються установа показника амперметра на нульову позначку шкали; остання розташована на крайній правій точці шкали. На цьому регулювання закінчується, і прилад готовий до вимірювання опорів. Аналогічно виставляється нульовий відлік і за допомогою додаткового опору  $R_d$ .

Можливий інший спосіб визначення шуканого опору – з'єднання його паралельно з амперметром (рис. 4). Залежність між  $R_x$  і кутом повороту рухомої частини в такому випадку також нелінійна, хоча нульова позначка на шкалі розташована на крайній лівій точці шкали. Такий спосіб з'єднання досліджуваного опору використовують тільки при вимірюванні малих опорів.

Існує ще один тип омметрів, створених на базі *логометрів* (рис. 5). Логометричний метод базується на вимірюванні відношення двох струмів  $I_1$  та  $I_2$ , один з яких протікає по колу з досліджуваним опором, а другий – по колу, опір якого відомий.



**Рис. 5.** Схема омметрів на базі логометра для вимірювання великих (а) і малих (б) опорів.

Вимірювальний механізм на базі логометра магнітоелектричної системи містить дві рамки. Досліджуваний опір з'єднують послідовно (рис. 5, а) або паралельно (рис. 5, б) з рамкою вимірювального механізму. Послідовне з'єднання використовують при вимірюванні се-

редніх та великих опорів, паралельне – при вимірюванні малих опорів. Якщо знехтувати опором обмоток рамок логометра, то кут повороту рухомої частини  $\alpha$  залежить тільки від відношення опорів (рис. 5, *a*)

$$\alpha = f\left(\frac{R_x}{R}\right). \quad (6)$$

Опір резистора  $R$  задає діапазон вимірюваних омметром опорів. Враховуючи, що живлення обох кіл (рис. 5) здійснюється від одного джерела, при зміні напруги живлення змінюються тільки значення струмів, а їх відношення залишаються незмінними. Отже, покази логометричних омметрів практично не залежать від напруги джерела живлення.

#### 4.2. ВИМІРЮВАННЯ ОПОРІВ МЕТОДАМИ ПОРІВНЯННЯ

Для вимірювання малих і середніх опорів використовують метод порівняння досліджуваного опору  $R_x$  із зразковим  $R_0$ . Ці два опори у схемі, наведеній на рис. 6, *a*, з'єднані послідовно, тому струм у них однаковий. Величину сили струму регулюють за допомогою резистора  $R_p$  так, щоб вона не перевищувала допустимого значення для опорів  $R_x$  і  $R_0$ . Оскільки струм сталий, то справедливе співвідношення  $U_x/R_x = U_0/R_0$ , звідки

$$R_x = R_0 U_x / U_0. \quad (7)$$

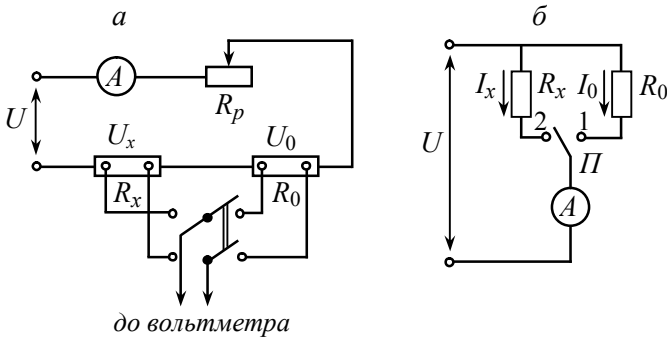
Невідомі спади напруг  $U_x$  і  $U_0$  вимірюють вольтметром або потенціометром. Результати вимірювань одержують більш точними за умови, якщо опори  $R_x$  і  $R_0$  одного порядку величини, а опір вольтметра досить великий, настільки, що приєднання його не впливає на режим основного кола.

При вимірюванні малих опорів цим методом вольтметр вмикають за допомогою потенціальних затискачів, які дозволяють виключити опори контактів основного кола із результатів вимірювань.

Середні та великі опори можна виміряти методом заміщення (рис. 6, *б*). Амперметром вимірюють струм, перевівши перемикач  $\Pi$  у положення 1, а потім 2. Напруга на вхідних затискачах схеми однакова, тому  $U = I_x \cdot R_x = I_0 \cdot R_0$ , звідки:

$$R_x = R_0 I_0 / I_x. \quad (8)$$

Найбільш точні результати при вимірюванні опорів дають місткові схеми, які на практиці використовують у різних варіантах в залежності від величини вимірюваних опорів і необхідної точності вимірювань.



**Рис. 6.** Схеми вимірювання малих (а) і середніх опорів (б) методом порівняння.

*Містком називають електричне коло, в якому можна виділити дві вітки, струм між якими рівний нулю при певному співвідношенні параметрів елементів кола, і рівний певному скінченному значенню, якщо це співвідношення не виконується.*

В залежності від характеру опорів пліч, які утворюють місток, і роду струму, який живить місток, розрізняють *містки постійного струму* і *містки змінного струму*. Містки струму бувають *чотириплечі (одинарні)* і *шестиплечі (подвійні)* в залежності від виду схем (числа плечей).

Електрична схема одинарного містка наведена на рис. 7. Місток містить чотири опори  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  і  $R_4$ . Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  називають вершинами містка, ділянку електричного кола між двома суміжними вершинами – *плечем містка*, а між двома протилежними вершинами  $AC$  або  $BD$  – *діагоналлю містка*. В одну із діагоналей вмикають джерело живлення містка (діагональ  $AC$ ). Цю діагональ називають *діагоналлю живлення*. Друга діагональ містить навантаження (діагональ  $BD$ ), її називають *діагоналлю навантаження*. У містках постійного струму в цю діагональ вмикають нуль-гальванометр.

Місткові кола мають важливу властивість, а саме: при певному співвідношенні опорів плечей містка напруга і струм у діагоналі навантаження повністю відсутні при будь-яких значеннях ЕРС джерела. Такий стан містка називають *станом рівноваги*, а співвідношення опорів плечей містка, при якому місток зрівноважений, – *рівнянням або умовою рівноваги містка*.

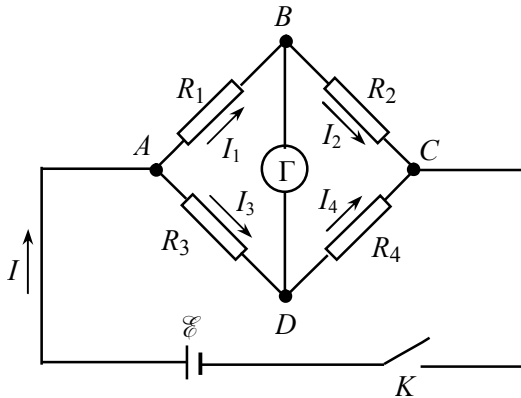


Рис. 7. Схема одинарного містка.

Виразимо умову рівноваги чотириплечого містка через його параметри. У зрівноваженому містку потенціали точок  $B$  і  $D$  однакові. Отже, однакові і спади напруг на першому і третьому резисторах містка, оскільки точка  $A$  є для них спільною. Те ж саме справедливо і для напруг на другому і четвертому резисторах містка, тобто

$$I_1 \cdot R_1 = I_3 \cdot R_3 \quad ; \quad I_2 \cdot R_2 = I_4 \cdot R_4. \quad (9)$$

При рівновазі містка  $U_{BD} = 0$ , тому  $I_G = 0$ . Отже,  $I_1 = I_2$ , а  $I_3 = I_4$ . Розділивши почленно рівності (9), одержимо умову рівноваги чотириплечого містка:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}. \quad (10)$$

Якщо невідомий опір увімкнений, наприклад, у четверте плече  $R_x = R_4$ , то з виразу (10) знаходимо невідомий опір  $R_x$ :

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_3. \quad (11)$$

Зазвичай місток зрівноважується регулюванням опору  $R_3$ . Відношення опорів  $R_2$  і  $R_1$  утворює у рівнянні рівноваги масштабний множник, значення якого вибирається рівним  $10^n$ , де  $n$  – ціле додатне або від'ємне число (можливо  $n = 0$ ). Третє плече містка називають плечем зрівноваження, а друге і перше плечі – плечами відношення. За допомогою пліч відношення вибирають межу вимірювання містка. Отже, якщо задані опори будь-яких трьох пліч і відомо, що місток

зрівноважений, то з умови рівноваги завжди можна визначити значення шуканого опору у четвертому плечі.

*Важливою характеристикою містка є його чутливість. Чутливість за способу вимірювання визначають як відношення приросту вихідного сигналу  $\Delta Y$  до зміни вхідного сигналу  $\Delta X$ , яка викликає цей приріст:*

$$S = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX}. \quad (12)$$

Вхідною величиною є вимірюваний опір. Тому чутливість місткової схеми за струмом, напругою або потужністю визначають за такими співвідношеннями:

$$S_{MI} = \frac{\Delta I}{\Delta R}; \quad S_{MU} = \frac{\Delta U}{\Delta R}; \quad S_{MP} = \frac{\Delta P}{\Delta R}, \quad (13)$$

де  $\Delta I$ ,  $\Delta U$  і  $\Delta P$  відповідно прирости струму, напруги і потужності у діагоналі містка при зміні опору плеча  $R_x$  на величину  $\Delta R$ .

При використанні як нуль-індикатор гальванометра магнітоелектричної системи загальну чутливість містка виражають наступним чином:

$$S_{MK} = S_{MI} \cdot S_{\alpha} = \frac{\Delta I}{\Delta R} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\Delta I} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta R}, \quad (14)$$

де  $\Delta \alpha$  – відхилення покажчика гальванометра,  $S_{\alpha}$  – чутливість гальванометра.

На практиці чутливість містка визначають за відносною зміною опору:

$$S_{MK} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta R/R}. \quad (15)$$

Містки постійного струму широко використовують для вимірювання опору, а змінного струму – індуктивності, ємності, добротності та кута втрат.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Завдання 1. Вимірювання опору методом амперметра-вольтметра

*Метод амперметра-вольтметра полягає в одночасному вимірюванні вольтметром і амперметром величин спаду напруги на досліді-*

джуваному опорі та сили струму, який протікає по ньому. Величину шуканого опору знаходять за законом Ома:

$$R_x = \frac{U}{I}. \quad (16)$$

Цей метод використовують, коли не потрібна висока точність вимірювання. Він особливо зручний, якщо треба виміряти опір, який перебуває під напругою або змінює свою величину в процесі нагрівання.

При вимірюванні опору методом амперметра-вольтметра, як уже зазначалось, можливі дві схеми ввімкнення приладів (рис. 2). Скориставшись схемою рис. 2, б і записавши покази амперметра і вольтметра, можна визначити шуканий опір  $R_x$  за формулою (16).

У цьому випадку результат вимірювання буде більший за істинне значення на величину внутрішнього опору амперметра, оскільки вольтметр вимірює суму падів напруг на шуканому опорі і на амперметрі. Тому цю схему слід застосувати при вимірюванні опорів, величина яких значно більша за внутрішній опір амперметра. Тоді спад напруги на амперметрі буде порівняно малим і похибкою, яку вносить амперметр, можна знехтувати.

За схемою рис. 2, а аналогічно знаходять  $R_x$ . Проте в цьому випадку результат вимірювання буде меншим за шукану величину, оскільки сила струму, виміряна амперметром, дорівнює сумі сили струмів у шуканому опорі і вольтметрі. Електричною схемою рис. 2, а користуються при вимірюванні опорів, величина яких значно менша за опір вольтметра, оскільки струм вольтметра буде відносно малим і ним можна знехтувати.

Точніші результати дає вимірювання опору за схемами, наведеними на рис. 2, а і б, з врахуванням тих змін, що їх вносять самі прилади:

$$R_x = \frac{U_V}{I_A - U_V / R_V}; \quad (a) \quad R_x = \frac{U_V - I_A \cdot R_A}{I_A}. \quad (б) \quad (17)$$

### Послідовність виконання завдання

1. Зібрати електричне коло за схемою, зображеною на рис. 2, а. Як досліджуваний опір  $R_x$  використати один із наявних на лабораторному макеті опорів. Повзунковий дротяний реостат повинен мати опір  $\sim 120$  Ом, розрахований на силу струму 0,3 А. Джерело



- живлення постійного струму (випрямляч) повинно забезпечувати напругу на затискачах не менше 24 В і силу струму у колі близько 1 А.
2. Повзунок реостата перемістити у крайнє положення, що відповідає максимальному опору реостата. Увімкнути випрямляч струму. Переміщуючи повзунок реостата, встановити такий струм у вимірювальному колі, щоб стрілка міліамперметра відхилилася щонайменше на 2/3 шкали приладу. Покази приладів записати у відповідну таблицю.
  3. Змінюючи опір реостата, провести вимірювання  $U$  та  $I$  не менше 5 разів. Після завершення вимірювань вимкнути випрямляч.
  4. Зібрати електричне коло за схемою рис. 2, б. Увімкнути джерело живлення і виконати вимірювання аналогічно вказівкам пунктів 2 і 3.
  5. За внесеними в таблицю результатами вимірювань визначити опір за повною та спрощеною формулами. Оцінити похибки вимірювань.

## Завдання 2. Вимірювання опору містком постійного струму

Схема електричного кола для визначення невідомого опору за допомогою містка Уїтстона, зображена на рис. 8. У плече містка  $AB$  увімкнений магазин опорів  $R_0$ , а у плече  $BC$  – вимірюваний опір  $R_x$ . Ділянка кола  $ADC$  (опори  $r_1$  і  $r_2$ ) утворена реохордом. По реохорду переміщується ковзний контакт  $D$ , який дозволяє змінювати співвідношення між опорами  $r_1$  і  $r_2$ . У діагональ  $BD$  увімкнено гальванометр, що має нуль посередині шкали (так званий нуль-гальванометр), а діагональ  $AC$  містить джерело струму. Вимірювання опору  $R_x$  здійснюють, пересуваючи контакт  $D$  в таке його положення на реохорді, при якому струм, що проходить через гальванометр стане рівним нулю. У цьому випадку кажуть про баланс містка, і досягнута умова:

$$R_x = \frac{r_2}{r_1} \cdot R_0. \quad (18)$$

Опір однорідної дротинки реохорда пропорційний її довжині. Враховуючи це та позначивши довжину ділянки кола  $r_1$  через  $l_1$ , а довжину ділянки  $r_2$  через  $l_2$ , справедливе співвідношення:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{l_1}{l_2}. \quad (19)$$

Тому рівність (18) можна записати так:

$$R_x = R_0 \cdot \frac{l_2}{l_1}. \quad (20)$$

Довжини  $l_1$  і  $l_2$  легко виміряти за допомогою лінійки, а  $R_0$  також відоме, тому з рівняння (20) легко визначити шуканий опір  $R_x$ .

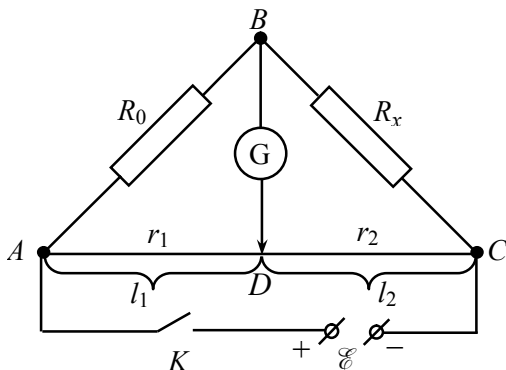


Рис. 8. Схема містка Уїтстона.

Точність визначення  $R_x$  даним методом значною мірою залежить від положення повзунка  $D$  на дротині реохорда  $AC$ . Найвища точність за всіх інших рівних умов досягається при  $l_1 = l_2$ . Для виконання цієї умови необхідно відомий опір  $R_0$  підібрати так, щоб його значення було близьким до вимірюваного опору  $R_x$ .

### Послідовність виконання завдання

1. Зібрати електричне коло за схемою, зображеною на рис.8. Установити повзунок реохорда посередині шкали. Увімкнути в магазині опорів  $R_0$  кілька десятків Ом.
2. Увімкнути джерело живлення  $\mathcal{E}$  (робоча напруга 2–3 В). При цьому стрілка гальванометра відхилиться від нульового положення. Поступово змінюючи опір у магазині, досягти найближчого до нульового положення стрілки при заданому положенні повзунка.
3. Прецизійним переміщенням повзунка реохорда  $D$  досягти нульового положення стрілки гальванометра.
4. Виміряти довжини плечей реохорда  $l_1$  і  $l_2$  і за формулою (20) визначити величину невідомого опору. Оцінити похибку.

### **Завдання 3. Перевірка формул для опору при послідовному та паралельному з'єднанні провідників**

Виміряти опори не менше двох резисторів окремо, а потім визначити їх сумарний опір при паралельному та послідовному з'єднанні. Перевірити їх узгодженість із значеннями, обчисленими за формулами послідовного та паралельного з'єднання. Зробити висновки щодо точності вимірювань і похибок.

#### **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Сформулювати основні положення класичної електронної теорії металів.
2. На основі класичної електронної теорії металів вивести закони Ома та Джоуля-Ленца в диференціальній формі.
3. Назвати основні причини появи опору в металах.
4. Які причини приводять до похибок при вимірюванні опорів методом амперметра-вольтметра?
5. Пояснити будову та принцип роботи містків постійного та змінного струму.
6. Як працюють омметри?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

# ВИВЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ОПОРУ МЕТАЛІВ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Вивчення характеру залежності опору металів від температури. Визначення температурного коефіцієнту опору міді.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Основні положення класичної електронної та квантової теорії провідності. Виведення формули для електропровідності на підставі класичної електронної теорії металів (КЕТМ). Труднощі класичної електронної теорії металів. Явище надпровідності. Низько температурні та високотемпературні надпровідники. Поняття про мікроскопічну теорію надпровідності Бардіна, Купера, Шриффера. Куперівські пари.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Термошафа.
2. Термометр.
3. Лабораторний макет.
4. Котушка з великим числом витків, намотана з мідного дроту.
5. Електронний омметр.
6. З'єднувальні провідники із наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Усі речовини за електрофізичними властивостями можна поділити на три великі класи: метали, напівпровідники та діелектрики. Найпростіше класифікувати речовини за величиною питомої електропровідності.

*Електропровідність* ( $\sigma$ ) – фізична величина, яка характеризує перенесення електричних зарядів у речовині (дрейф) під дією зовнішнього електричного поля напруженістю  $E$  в напрямі цього поля. В системі СІ  $\sigma$  вимірюється в сіменсах на метр (См/м). Інтервали значень  $\sigma$  для вказаних вище трьох класів речовин умовно рівні: для металів  $\sigma_m = 10^4 - 10^6$  См/см, для напівпровідників  $\sigma_{n/np} = 10^4 - 10^{-10}$  См/см і діелектриків  $\sigma_d < 10^{-10}$  См/см. Умовність пояснюється тим, що під впливом різних факторів граничні значення  $\sigma$  можуть пере-

криватися. Наприклад, електропровідність германія при кімнатній температурі в залежності від технології його виготовлення лежить в межах  $2,1 \cdot 10^{-2} - 10^4$  См/см.

Електропровідність притаманна металам тільки в конденсованому твердому і рідкому станах. У розрідженому газоподібному стані метали електричного струму не проводять. У конденсованому стані метали, в основному, є кристалами (полікристалами або монокристалами), переважно з щільною упаковкою атомів у кристалічній ґратці. При зближенні атомів металу (під час конденсації) їх зовнішні електронні оболонки перекриваються: валентні електрони колективізуються і належать усій сукупності атомних остовів ґратки. Кристали металів є регулярною просторовою ґраткою з позитивних атомних остовів, яка занурена в газ колективізованих електронів провідності. Будучи негативно зарядженим, він врівноважує сили відштовхування позитивних вузлів і не дає зруйнувати каркас ґратки. Електронний газ є носієм таких специфічних властивостей металів, як висока електро- і теплопровідність, блиск, відбиття електромагнітних хвиль, ковкість тощо. Наявністю великої кількості вільних електронів провідності в металах пояснюється ненапрявленістю металічних зв'язків.

*Теорія, яка пояснює різні властивості речовин існуванням і рухом у ній електронів, називається електронною.* В основі електронної теорії металів лежить уявлення про електронний газ, який складається з вільних електронів. Електронному газу приписуються властивості ідеального одноатомного газу, однак, на відміну від атомів ідеального газу, зіткнення вільних електронів відбувається не між собою, а з іонами ґратки. Вільні електрони неперервно хаотично рухаються, причому середня кінетична енергія їх руху дорівнює  $3/2 kT$ . Вони обмінюються енергією із кристалічною ґраткою при співударях. Під дією зовнішнього електричного поля в металі виникає дрейф вільних електронів. Електрони прискорюються в проміжках між двома послідовними зіткненнями і передають при кожному з них частину набутої в електричному полі енергії кристалічній ґратці. На основі цих положень можна одержати вираз для електропровідності металів.

У проміжку між двома послідовними зіткненнями електрони в металі під дією зовнішнього електричного поля набувають прискорення:

$$a = \frac{eE}{m}, \quad (1)$$

де  $e$  – заряд електрона,  $m$  – маса електрона,  $E$  – напруженість електричного поля.

Максимальна швидкість дрейфового руху електрона у момент його чергового зіткнення з вузловим іоном дорівнює:

$$v_{max} = a \cdot \bar{\tau} = \frac{e}{m} E \cdot \bar{\tau}, \quad (2)$$

де  $\bar{\tau}$  – середній час вільного пробігу електрона;  $\bar{\tau} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}_T}$ ,  $\bar{v}_T$  – середня швидкість теплового руху електронів,  $\bar{\lambda}$  – середня довжина вільного пробігу електрона.

Середня швидкість напрямленого руху електрона між двома послідовними зіткненнями з іонами  $\bar{v}_\delta$  дорівнює половині максимальної, бо одразу ж після співудару швидкість дрейфа електрона дорівнює нулю, а потім зростає з часом лінійно:

$$\bar{v}_\delta = \frac{v_{max}}{2}. \quad (3)$$

Підставивши в останній вираз значення  $v_{max}$  і  $a$ , одержимо:

$$\bar{v}_\delta = \frac{e \cdot \bar{\tau}}{2m} E. \quad (4)$$

Дрейфова швидкість електронів, як випливає з (4), пропорційна напруженості електричного поля  $E$ :

$$\bar{v}_\delta = u \cdot E, \quad (5)$$

де величина 
$$u = \frac{e}{2m} \bar{\tau} \quad (6)$$

і носить назву *рухливості електронів*. Вона чисельно дорівнює середній швидкості дрейфу електронів у напрямі поля з напруженістю 1 В/м. Якщо вимірювати швидкість в м/с, а напруженість поля у В/м, то рухливість матиме розмірність м<sup>2</sup>/(В·с). Якщо електрони провідності під дією зовнішнього електричного поля рухаються у провіднику із середньою швидкістю  $\bar{v}_\delta$ , то густина струму:

$$j = e \cdot n \cdot \bar{v}_\delta, \quad (7)$$

де  $n$  – концентрація електронів провідності.

Підставивши у вираз (7) значення  $\bar{v}_\delta$  із формули (4), одержимо:

$$j = \frac{1}{2} \frac{e^2 n}{m} \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}_T} E, \quad (8)$$

тобто густина струму в провіднику пропорційна напруженості електричного поля в ньому, а це є закон Ома у диференціальній формі. Множник перед  $E$  у виразі (8) має фізичний зміст *питомої електропровідності металу*:

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \bar{\lambda}}{2m \bar{v}_T}. \quad (9)$$

Вираз (9) одержано, виходячи з основних положень класичної електронної теорії металів. За цією теорією величина  $\bar{\lambda}$  постулюється рівній за порядком величині сталій ґратки. Із виразу (9) випливає, що питома електропровідність  $\sigma$  зростає із збільшенням концентрації електронів провідності  $n$  і довжини вільного пробігу  $\lambda$ . Оскільки концентрація вільних електронів у всіх металах за порядком величини однакова, тому відмінність у значеннях електропровідності різних металів зумовлена неоднаковою довжиною вільного пробігу.

Оцінімо насамперед абсолютну величину  $\sigma$ . Підставивши у формулу (9)  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $m = 9 \cdot 10^{-31}$  кг,  $n = 6 \cdot 10^{28}$  м<sup>-3</sup> і  $\bar{\lambda} = 9 \cdot 10^{-10}$  м (параметр ґратки срібла) і приймаючи  $\bar{v}_T = \sqrt{8kT / \pi \cdot m}$ , одержимо для  $T = 300$  К:  $\sigma = 2,5 \cdot 10^6$  См·м<sup>-1</sup>. Насправді ж питома провідність срібла при цій температурі дорівнює  $6,3 \cdot 10^7$  См·м<sup>-1</sup>. У формулі (9) єдиною величиною, яка залежить від температури, є швидкість теплового руху. Концентрація електронного газу  $n$  і  $\bar{\lambda}$  від температури не залежать. Підставивши у вираз (9) величину  $\bar{v}_T = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}}$ , одержимо:

$$\sigma = \frac{e^2 \sqrt{\pi} \cdot n \cdot \bar{\lambda}}{2\sqrt{8kT}}, \quad (10)$$

звідки випливає, що електропровідність металів повинна змінюватися обернено пропорційно  $\sqrt{T}$ . Насправді у широкому інтервалі температур електропровідність металів лінійно зменшується із збільшенням температури.

Ця розбіжність між теорією і експериментом зумовлена насамперед невідповідністю положення цієї теорії, за яким вільні електрони металу розглядають як частинки ідеального газу, що описується статистикою Максвелла-Больцмана. Електрони провідності, які заповнюють ґратку металу, утворюють *вироджений електронний газ*, який описується не класичною, а квантовою статистикою Фермі-Дірака. У

відповідності зі статистикою Фермі-Дірака імовірність заповнення енергетичного рівня електроном визначається енергією  $E$ , яка відповідає цьому рівню, і абсолютною температурою  $T$ :

$$f_{\Phi.-Д.} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}, \quad (11)$$

де  $E_F$  – енергія Фермі, максимально можлива енергія електронів у металі при температурі абсолютного нуля (0 К). При такій температурі електрони провідності в металі послідовно заповнюють усі можливі нижні енергетичні рівні аж до найвищого допустимого включно; останній визначається кількістю самих електронів.

Основною ознакою виродженого газу є незалежність енергії його частинок від температури. Електронний газ у металі залишається виродженим до тих пір, доки будь-який із електронів не зможе обмінюватись енергією з кристалічною ґраткою. Для того, щоб електронний газ перейшов у неvirоджений стан, необхідно настільки підвищити температуру металу, щоб середня теплова енергія атомів ґратки  $kT$  була рівна або більша за енергію Фермі  $E_F$ , тобто  $kT \geq E_F$ .

Температура  $T_F = E_F/k$ , вище якої електронний газ переходить у неvirоджений стан і уподібнюється класичному ідеальному газу, називається *температурою Фермі*, або *температурою виродження*. Значення температур виродження для електронів провідності металу перевищує  $10^4$  К. Теплоємність такого газу рівна тільки  $\approx 10^{-2} R$ , де  $R$  – універсальна газова стала. Тоді при звичайних температурах теплоємність металу практично дорівнює теплоємності його ґратки ( $3R$ ). Тобто теплоємність електронного газу дорівнює нулю, або іншими словами, вкладом електронів провідності у загальну теплоємність металу можна знехтувати.

Розрахунок електропровідності металів, який базується на квантовій статистиці Фермі-Дірака, виконав Зоммерфельд, який одержав наступний вираз:

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \bar{\lambda}(E_F)}{m \cdot \bar{v}(E_F)}, \quad (12)$$

де  $\bar{\lambda}$  – середня довжина вільного пробігу електрона, енергія якого дорівнює енергії Фермі  $E_F$ , а  $\bar{v}(E_F)$  – швидкість такого електрона. За зовнішнім виглядом співвідношення (12) співпадає з класичною формулою (10), проте зміст цих формул різний. У формулі (10)  $\bar{v}$  – це середня швидкість теплового руху вільних електронів, яка пропор-



ційна  $\sqrt{T}$ . У формулі Зоммерфельда  $\bar{v}(E_F)$  практично не залежить від температури, адже із зміною  $T$  енергія фермі  $E_F$  залишається практично незмінною.

Істотна різниця між формулами (10) і (12) зумовлена змістом, який вкладають у довжину вільного пробігу  $\bar{\lambda}$  в класичній і квантовій теоріях металів. Класична електронна теорія металів (КЕТМ), яка розглядає вільні електрони як звичайні частинки, причину появу опору металів пояснює неперервними зіткненнями електронів з вузлами ґратки. Припускаючи, що електрони зазнають зіткнень майже з усіма вузлами ґратки, які зустрічаються на їх шляху, класична теорія приймає  $\bar{\lambda}$  рівною параметру ґратки. Квантова теорія розглядає електрон як частинку, яка має хвильові властивості, а рух електронів провідності крізь метал як процес поширення електронних хвиль, довжина яких визначається співвідношенням де Бройля ( $\lambda = h/p = h/mv$ , де  $h$  – стала Планка,  $p$ ,  $m$  і  $v$  – відповідно імпульс, маса і швидкість руху електрона).

Із оптики відомо, що при проходженні пучка світла через каламутне середовище (туман, рідину, яка містить завислі частинки, колоїдні розчини тощо) частина його розсіюється в сторони, внаслідок чого інтенсивність пучка в напрямі поширення послаблюється. Для виникнення розсіювання світла необхідно, щоб неупорядковано розподілені в середовищі центри розсіювання (частинки) знаходилися одна від одної на відстанях порядку довжини світлової хвилі (самі ж частинки можуть бути меншими за довжину хвилі). Якщо ж відстані між центрами розсіювання значно менші за довжину хвилі, то розсіювання не спостерігається і середовище є оптично однорідним.

Аналогічно вищеописаному поширюються електронні хвилі крізь метал. Ідеально правильна кристалічна ґратка, у вузлах якої знаходяться нерухомі остови, не повинна розсіювати електронні хвилі. Пучок вільних електронів повинен рухатися в ній без перешкод. Така ґратка не повинна чинити опір проходженню електричного струму. Розсіювання електронних хвиль виникає тільки з появою в ґратці центрів розсіювання – неоднорідностей (спотворень), які за своїми розмірами більші за довжину електронних хвиль. Такими центрами є, в першу чергу, спотворення ґратки, які виникають *внаслідок теплових коливань вузлів ґратки – флуктуації густини*. Серед великого числа атомів, які утворюють тверде тіло, при невпорядкованому напрямі коливань завжди знайдуться такі, які в даний момент рухаються назустріч один одному. Відстані між ними у цей момент виявляться меншими за відстані між вузлами у нерухомій ґратці, а густині

на речовини у локальних мікрооб'ємах, які охоплюють ці атоми, – вища за середню густину речовини. У сусідніх ділянках виникають мікрооб'єми, в яких густина речовини буде меншою за її середнє значення. Подібні локальні відхилення густини від середнього значення і є флуктуацією густини середовища.

Отже, внаслідок теплового руху вузлів ґратки тверде тіло в кожний момент часу є мікроскопічно неоднорідним: при переході від одного мікрооб'єму до іншого його густина змінюється. Ця зміна проявляється тим різкіше, чим менше число атомів охоплюють мікрооб'єми. Зазвичай, розмір таких мікрооб'ємів перевищує довжину електронних хвиль вільних електронів, внаслідок чого вони є ефективними центрами розсіювання цих хвиль: *потік вільних електронів, який рухається в металі, зазнає на них такого ж розсіювання, якого зазнають світлові хвилі на завислих частинках каламутного середовища*. Це і є причиною електричного опору абсолютно чистих металів.

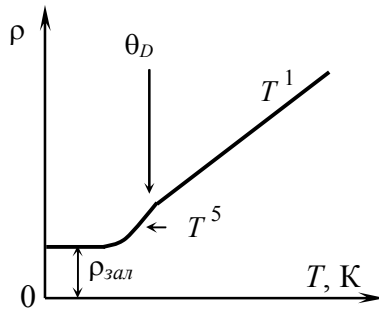
Оскільки для металів електропровідність описується формулою:

$$\sigma = e \cdot n \cdot u, \quad (13)$$

а концентрація електронного газу  $n$  не залежить від температури, то залежність питомої електропровідності від температури повністю задається температурним ходом рухливості електронів виродженого газу. У досить чистому металі концентрація домішок невелика і рухливість аж до наднизьких температур визначається розсіюванням електронів на теплових коливаннях ґратки. Збуджений стан ґратки можна уподібнити ідеальному газу фононів, які рухаються у кристалі. У випадку електрон-фононного розсіювання кількість розсіюючих центрів визначається числом фононів. При високих температурах ( $T$  більша температури Дебая  $\theta_D$ , різна для різних металів: лантан –  $\theta_D = 132$  К; залізо –  $\theta_D = 467$  К) число фононів пропорційне температурі. У цім діапазоні температур рухливість електронів у металі обернено пропорційна  $T$ . Тому, враховуючи вираз (13), одержимо  $\sigma \sim 1/T$  (питомий опір  $\rho = 1/\sigma \sim T$ ) (рис. 1).

В діапазоні низьких температур ( $T < \theta_D$ ) концентрація фононного газу пропорційна  $T^3$ . Тому довжина вільного пробігу електронів, зумовлена розсіюванням їх на фононах, повинна бути обернено пропорційна  $T^3$ :  $\lambda \sim T^3$ . Однак це співвідношення не враховує наступної важливої обставини. При низьких температурах середній імпульс фононів настільки малий у порівнянні з імпульсом електронів металу, що для зменшення руху електрона у даному напрямі потрібно не

один, а  $v$  актів розсіювання його на фонах. Тому ефективна довжина вільного пробігу  $\lambda_{ef}$  електрона, протягом якої відбувається хаотизація його руху, складає  $\lambda_{ef} \sim T^5$ . Отже, при низьких температурах питомий опір металу буде пропорційним  $\rho \sim T^5$ .



**Рис. 1.** Температурна залежність питомого опору металів.  
 $\theta_D$  – температура Дебая.

Теплові коливання вузлів ґратки – це не єдине джерело спотворення ґратки, яке приводить до розсіювання електронних хвиль. Другим таким джерелом є дефекти кристалічної ґратки, що завжди присутні в реальних кристалах. Дефекти будь-якого виду – хімічні домішки, власні точкові дефекти і поверхня кристала – діють як центри розсіювання електронів. При температурах, близьких до нуля, концентрація фононів зменшується настільки, що основним механізмом розсіювання є розсіювання на дефектах, які завжди присутні навіть у чистих металах. У металах з великою концентрацією домішок і в неупорядкованих сплавах довжина вільного пробігу обернено пропорційна концентрації домішок ( $\bar{\lambda} \sim 1/N_{дом}$ ) і слабо залежить від температури. Рухливість електронів у металах у цьому випадку не залежить від  $T$ , тому питомий опір  $\rho$  набуває сталого значення, яке називають *залишковим питомим опором*  $\rho_{зал}$ . Залишковий опір – та межа, до якої прагне опір металу при охолодженні його до абсолютного нуля.

На рис. 1 зображена крива залежності питомого опору металів від температури. Оскільки  $\rho \sim 1/u$ , то при температурі, відмінній від 0 К, до залишкового питомого опору  $\rho_{зал}$  додається питомий опір  $\rho_f$ , зумовлений розсіюванням на теплових коливаннях ґратки. Загальний опір металу в цьому випадку можна представити таким виразом:

$$\rho = \rho_{\text{зал}} + \rho_{\phi}. \quad (14)$$

Це співвідношення виражає відоме правило Матіссена про аддитивність опору.

У металах, крім розсіювання електронних хвиль на теплових та структурних неоднорідностях, вклад у загальний опір вносить також зіткнення електронів провідності між собою. Теоретичні розрахунки показують, що складова питомого опору, який виникає за рахунок електрон-електронного розсіювання, виражається співвідношенням:

$$\rho_e \approx (kT / E_F)^2. \quad (15)$$

Ця складова опору може проявити себе при дуже низьких температурах, коли електрон-фононний опір, будучи пропорційним  $T^5$ , швидко спадає до дуже малих значень, у той час як вклад  $\rho_e$  зменшується тільки як  $T^2$ . Практично у звичайних металах залежність виду (15) не спостерігається. Для перехідних металів нижче температури 10 К на кривих  $\ln \rho$  як функції  $\ln T$  спостерігається зміна характеру залежності  $\rho = f(T)$  від закону  $\sim T^5$  до закону  $\sim T^2$ .

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту та опис установки

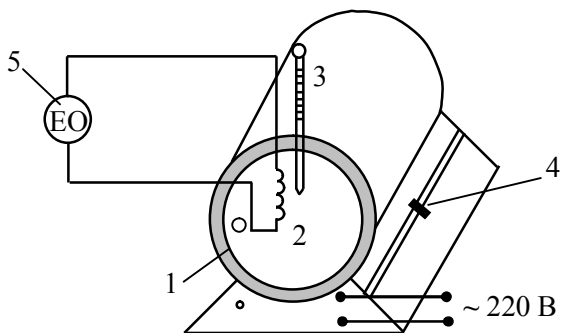
Дослідження залежності опору металу від температури проводять у рідинному або повітряному термостатах. Досліджуваний зразок 2 у вигляді котушки, намотаної з мідного дроту, вміщують в повітряну термошафу 1 (рис. 2).

Температуру вимірюють термометром 3. Струм, що протікає через нагрівник термошафи, можна регулювати шляхом переміщення повзунка 4 на реостаті, який розташований у правій нижній частині корпусу. Досліджуваний опір з'єднують з електронним омметром (ЕО) 5. Змінюючи температуру зразка, кожного разу вимірюють його опір і за одержаними даними будують графік  $R = f(T)$ , із якого визначають температурний коефіцієнт опору за формулою:

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1(T_2 - T_1)} = \frac{\Delta R}{R_1 \cdot \Delta T}, \quad (16)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – опір котушки при температурах  $T_1$  і  $T_2$  відповідно.

*Отже, температурний коефіцієнт опору чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при підвищенні температури на 1 К.*



**Рис. 2.** Електрична схема установки для вивчення температурної залежності опору металу.

Опір усіх металів зростає з підвищенням температури, значить,  $\alpha > 0$ . Питомий опір сплавів металів значно більший, ніж чистих металів, а температурний коефіцієнт опору значно менший. Пояснюється це тим, що структурні порушення кристалічної ґратки у сплаві переважають над тепловими порушеннями. Є сплави, наприклад, константан і манганін, у яких коефіцієнт  $\alpha$  настільки малий, що їх опір дуже повільно змінюється з температурою.

Залежність опору металів від температури використовується в *термометрах опору*.

### Послідовність виконання роботи

1. З'єднати досліджувану мідну котушку з омметром. Встановити в омметрі піддіапазон 200 Ом, натиснувши відповідну кнопку вибору діапазону.

2. Увімкнути шнури живлення термошафи і омметра в електромережу. Вимірювання опору розпочати з кімнатної температури.

3. Через кожні 4–5°C в інтервалі температур 20–100°C виміряти опір мідної котушки. Вимірювання опору провести як при її нагріванні, так і при охолодженні. При охолодженні мідної котушки нагрівник термошафи вимкнути.

4. Побудувати графік залежності  $R = f(t)$ , переконатися в його лінійності.

5. Із графіка визначити опори  $R_1$  і  $R_2$  при температурах  $T_1$  і  $T_2$  (для зменшення похибки інтервал  $\Delta T = T_2 - T_1$  слід вибирати якомога більшим). За формулою (16) обчислити температурний коефіцієнт опору. Порівняти одержаний результат з табличним для дослідженого матеріалу (міді).

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Сформулювати основні положення класичної електронної теорії металів.
2. На основі положень КЕТМ вивести формули електропровідності та закону Ома у диференціальній формі.
3. Чим пояснюється той факт, що класична електронна теорія металів дає залежність типу  $\rho \sim \sqrt{T}$ , а експеримент  $\rho \sim T$ ?
4. Якою статистикою описується електронний газ у металах?
5. Які механізми розсіювання електронних хвиль мають місце в металах?
6. Що називається рухливістю електрона? У яких одиницях вимірюється рухливість у системі СІ?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

# ВИВЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ОПОРУ НАПІВПРОВІДНИКІВ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Дослідження характеру температурної залежності опору напівпровідників. Визначення термічної енергії активації домішкового рівня у напівпровіднику.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Принцип Паулі. Розщеплення енергетичних рівнів і утворення зон. Дозволені та заборонені зони. Заповнення енергетичних зон електронами: у випадку металів, напівпровідників та діелектриків. Структура енергетичних зон кремнію та германія. Відмінність металів, напівпровідників та діелектриків за електропровідністю. Власні напівпровідники. Власна провідність напівпровідників. Донори і акцептори. Механізм домішкової провідності. Температурна залежність рухливості носіїв заряду в напівпровідниках. Функція розподілу Фермі-Дірака. Температурна залежність провідності власного та домішкового напівпровідників.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Термошафа.
2. Термометр.
3. Досліджуваний зразок напівпровідникового кристалу у вигляді прямокутного паралелепіпеда з нанесеними омічними контактами.
4. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

*Напівпровідники – широкий клас речовин, які за своєю електропровідністю займають проміжкове місце між металами і діелектриками. Напівпровідники мають такі основні властивості: 1) концентрація носіїв заряду, а отже, і електропровідність сильно залежать від зовнішніх впливів (температури, опромінювання, домішок тощо.); 2) з підвищенням температури електропровідність напівпровідників різко зростає; 3) електропровідність не пов'язана з перенесенням речовини і має електронний механізм.*

#### 4.1. ВЛАСНІ НАПІВПРОВІДНИКИ. ВЛАСНА ПРОВІДНІСТЬ НАПІВПРОВІДНИКІВ

*Хімічно чисті напівпровідники називають власними напівпровідниками.* Напівпровідники поділяються на елементарні, бінарні, потрійні та багатокомпонентні. До *елементарних напівпровідників* відносяться: кремній, германій, бор, алмаз, сіре олово, фосфор, миш'як, сурма, сірка, селен, телур, йод. Як бачимо, загальне число елементарних напівпровідників невелике. Число ж напівпровідникових сполук практично необмежене, тому завжди можна вибрати речовини з потрібними для практики властивостями.

Більшість *подвійних (бінарних) сполук*, відомих у неорганічній хімії, до певної міри проявляють напівпровідникові властивості. Сюди належать багаточисельні окисли металів (наприклад, CuO, TiO, ZnO), сульфіди, селеніди, телуриди (PbS, PbSe, PbTe, GeS, GeSe, SiS<sub>2</sub>, SiSe<sub>2</sub>, SnS, SnSe, GeTe, SnTe), фосфіди (GaP, InP, Zn<sub>3</sub>P<sub>2</sub>, Cd<sub>3</sub>P<sub>2</sub>), нітриди (GaN, AlN, Cu<sub>3</sub>N, Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>), карбіди (SiC, B<sub>4</sub>C), силіциди (Mg<sub>2</sub>Si, Ca<sub>2</sub>Si, CrSi<sub>2</sub>).

До *потрійних напівпровідників* відносяться: CuFeS<sub>2</sub>, CuAsS<sub>2</sub>, ZnIn<sub>2</sub>Se<sub>4</sub>, CdIn<sub>2</sub>Se<sub>4</sub>, PbGeS<sub>3</sub>, SnGeS<sub>3</sub>, PbGa<sub>2</sub>S<sub>4</sub>, PbGa<sub>2</sub>Se<sub>4</sub>, SbSI та багато інших сполук.

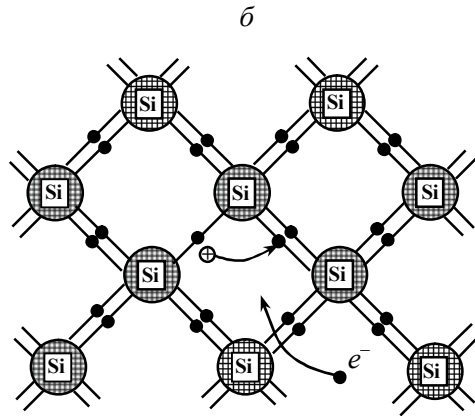
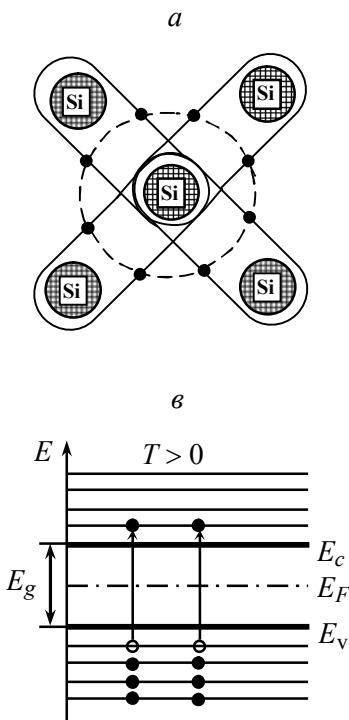
Крім неорганічних речовин, до напівпровідників належать і деякі органічні речовини, такі як антрацен, фталоціанін, коронен та інші.

Розглянемо механізм електропровідності власного напівпровідника на прикладі кремнію (Si). Зовнішня електронна оболонка як германія, так і кремнію заповнена частково, вона містить чотири електрони. У кристалі германія або кремнію вузли розташовані впорядковано на таких відстанях один від одного, що їх зовнішні електронні оболонки перекриваються, і рівні підгруп *s* і *p* розщеплюються та утворюють одну енергетичну зону. Взаємодія зовнішніх електронних оболонок проявляється у тім, що в електронів сусідніх атомів з'являються загальні орбіти, на яких, у відповідності з принципом Паулі, може знаходитись не більше двох електронів з протилежними спінами. Ці загальні орбіти зв'язують між собою атоми германія або кремнію, утворюючи так звані ковалентні або парноелектронні зв'язки (рис. 1, *a*).

У кристалічній ґратці кремнію чотири валентних електрони кожного атома беруть участь в утворенні ковалентних зв'язків (по два електрони в кожному). Згідно з теорією валентних зв'язків пара валентних електронів, яка забезпечує ковалентний зв'язок між атомами



кремнію, одночасно належить двом сусіднім атомам кремнію (рис. 1, *a*).



**Рис. 1.** *a* – Утворення ковалентних зв’язків у кристалі кремнію: схема доповнення зовнішньої електронної оболонки атома кремнію до 8 електронів; *б, в* – модель появи електрона як вільного носія заряду у власному напівпровіднику Si у площинному зображенні (*б*) і на зонній енергетичній діаграмі (*в*).  $E_C$ ,  $E_F$ ,  $E_V$  – енергетичні рівні: дна зони провідності, Фермі та верху валентної зони, відповідно.

На рис. 1, *б* дано двовимірне зображення зв’язків у ґратці кремнію. Тут у вузлі ґратки знаходиться іон кремнію із зарядом  $+4e$ , якому належать чотири валентних електронів. Валентні електрони, які забезпечують ковалентний зв’язок, на рис. 1, *б* зображені у вигляді чорних кружків. В ідеальному напівпровіднику, зображеному на рис. 1, *б*, усі електрони зв’язані. Якщо помістити такий напівпровідник в електричне поле, то електричний струм не може виникнути, оскільки усі зв’язки у ґратці заповнені, і вільних носіїв заряду немає. Дійсно, при температурах, близьких до абсолютного нуля, кристал кремнію є ізолятором.

Для того, щоб у кристалі кремнію виникнув струм, необхідно частину електронів зробити вільними. Необхідну для відриву електрона енергію можна підвести до ґратки, опромінюючи фотонами або нагріванням, тобто збільшенням енергії теплових коливань вузлів ґратки. Для відриву електрона у кремнію при кімнатній температурі необхідно затратити енергію 1,08 еВ. *Процес перетворення*

зв'язаного електрона у вільний електрон є одним із каналів генерації носіїв струму. Звільнення одного електрона породжує один незаповнений зв'язок, який має надлишковий позитивний заряд, оскільки він не скомпенсований зарядом електрона. *Вакантне місце у валентному зв'язку отримало назву дірки.* У цілому кристал залишається електронейтральним, бо кожному утвореному позитивному заряду дірки відповідає вільний електрон. На рис. 1, б вільні електрони і дірки зображені відповідно темними та світлими кружками. Якщо вільний електрон наблизиться до дірки, то може приєднатися до атома. *Процес перетворення вільного електрона у зв'язаний електрон носить назву рекомбінації носіїв заряду.*

*Напівпровідник, у якому внаслідок розриву валентних зв'язків утворюється рівна кількість вільних електронів і дірок, називається власним.* При кімнатній температурі концентрація вільних електронів і дірок у германія складає приблизно  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ , у кремнію – біля  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Збільшення температури призводить до зростання числа розірваних валентних зв'язків, а значить, до збільшення концентрації вільних електронів і дірок у напівпровіднику.

За відсутності зовнішнього електричного поля електрони і дірки здійснюють у напівпровідниковому кристалі хаотичні рухи. При прикладанні до кристала різниці потенціалів з'являється напрямлений дрейф: електрони переважно рухаються проти поля, а дірки – за напрямом поля. Однак напрямлений дрейф дірок відбувається складніше, ніж рух електронів. Електрон, який знаходиться поруч з діркою, перескакує на це вільне місце і в результаті звільнюється нова дірка у напрямі проходження струму. Наступний електрон знову займе вільне місце (дірку) і т.д., тобто відбувається переміщення дірок вздовж силових ліній електричного поля. Необхідно зазначити, що позитивний заряд переміщується за полем не внаслідок дії на нього сили  $eE$ , а внаслідок переміщення в протилежному напрямі електронів по вакансіях – дірках. Безпосереднє переміщення позитивного заряду вздовж поля означало б переміщення іонізованого атома кремнію. Оскільки рухливість іонів на багато порядків менша рухливості електронів, тому іонний струм у кремнію практично не виникає.

*Механізм провідності, зумовлений рухом зв'язаних електронів по валентним зв'язкам, отримав назву діркової провідності.* Отже, у чистому бездефектному напівпровіднику, який не містить домішок, наявна електронна та діркова електропровідність, тобто електричний струм у власному напівпровіднику визначається двома складовими –

електронним та дірковим струмами, які протікають в одному напрямі.

Електропровідність власного напівпровідника можна також пояснити, виходячи з енергетичних уявлень. На рис. 1, *в* показана спрощена модель зонної структури власного напівпровідника. Тут  $E_c$  – дно зони провідності, що відповідає мінімальній енергії, яку можуть мати вільні електрони у кристалі, а величина  $E_v$  – вершина валентної зони, тобто максимальна енергія електронів у валентній зоні. При  $T = 0$  К у валентній зоні власного напівпровідника усі можливі квантові стани зайняті електронами, а у зоні провідності зовсім немає електронів (рис. 1, *в*). Тому при  $T = 0$  К провідність власного напівпровідника дорівнює нулю, тобто він стає діелектриком.

З підвищенням температури напівпровідника відбувається термічне збудження електронів валентної зони, внаслідок якого частина електронів набуває енергії, достатньої для переходу в зону провідності (рис. 1, *в*). Це приводить до появи у зоні провідності вільних електронів, а у валентній зоні – дірок. Якщо до такого кристала прикласти зовнішнє електричне поле, то у ньому виникне напрямлений рух електронів зони провідності і дірок валентної зони, а це призведе до появи електричного струму.

Під *власною провідністю напівпровідника* розуміють провідність, в якій бере участь однакова кількість електронів і дірок, які утворюються внаслідок переходу електронів з валентної зони у зону провідності. Ці вільні носії заряду називаються *власними носіями*. Процес генерації електронів і дірок у напівпровідниковому кристалі супроводжується одночасно і процесом рекомбінації.

Якщо концентрація електронів у власному напівпровіднику  $n_i$ , то концентрація дірок  $p_i$  буде  $p_i = n_i$ . Враховуючи цю рівність, можна записати  $n_i \cdot p_i = n^2$ . Оскільки концентрація електронів  $n$  у власному напівпровіднику залежить тільки від температури, то при заданій температурі

$$n_i \cdot p_i = n^2 = const. \quad (1)$$

Чим вужча заборонена зона і вища температура кристала, тим більше електронів переходить у зону провідності і тим більш високу електропровідність має кристал. Так, у германія, ширина забороненої зони якого є  $E_g = 0,66$  еВ, уже при кімнатній температурі концентрація електронів у зоні провідності досягає значення  $n_i = 10^{16}$  см<sup>-3</sup>, а питомий опір складає всього  $\rho_i = 0,48$  Ом·м. У той же час у фосфіду галію (GaP), який має  $E_g = 2,24$  еВ, при кімнатній температурі вияв-

ляється  $n_i=10^3 \text{ см}^{-3}$  і  $\rho_i=2 \cdot 10^{13} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Але при 900 К концентрація електронів у фосфіду галію збільшується на багато порядків, і питомий опір стає того ж порядку, як і у германія при кімнатній температурі.

Беручи до уваги той факт, що у створенні електричного струму беруть участь як електрони, так і дірки, повну електропровідність власного напівпровідника можна записати у вигляді суми електропровідностей:

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = en_i u_n + ep_i u_p, \quad (2)$$

де  $u_n$  – рухливість електронів;  $u_p$  – рухливість дірок.

Нагадаємо, що хоча  $n_i = p_i$ , доданки у виразі (2) не рівні. У більшості випадків рухливість електронів у кристалах перевищує рухливість дірок, а значить, при рівних концентраціях носіїв електронна складова провідності буде більшою за діркову.

#### 4.2. ДОМІШКОВІ НАПІВПРОВІДНИКИ. ДОНОРИ ТА АКЦЕПТОРИ. МЕХАНІЗМ ДОМІШКОВОЇ ПРОВІДНОСТІ

Основний спосіб надання напівпровідниковим матеріалам необхідних властивостей є введення домішок. *Процес цілеспрямованого введення домішок у напівпровідник називають легуванням, а відповідні домішки – легуючими. Назву легуючої домішки прийнято вказувати в дужках після символу речовини розчинника. Так, символ  $\text{Si} < \text{Sb} >$  означає «кремній, легований сурмою».*

Крім легуючих, слід розрізняти *фонові домішки*, які неконтрольовано попадають в напівпровідникові кристали в процесі їх вирощування. Типовими прикладами таких фонових домішок є кисень у кремнію, який попадає в кристал із розплаву, збагаченого киснем, внаслідок взаємодії його з стінками кварцового тигля, кремній в арсеніді галію і т.д. Фонові домішки, зазвичай, погіршують властивості матеріалу і затрудняють керування ними. Тому встановлення природи неконтрольованих домішок і джерел їх надходження в основний матеріал, розробка технологічних прийомів, які запобігають цьому, є дуже важливою задачею. У більшості випадків легуюча домішка забезпечує надання необхідних властивостей напівпровідниковому матеріалу, тільки будучи розчиненою у ньому в атомарному (іонізованому) стані або у вигляді комплексів. Легування у кількостях, що перевищують межу розчинності і викликають утворення додаткових фаз, здебільшого, негативно впливає на основні фізичні властивості напівпровідників і тому є небажаним.

Легуючі домішки у відповідності з їх впливом на електрофізичні властивості кристалів поділяються на електричноактивні та неактивні. Електричноактивні домішки можуть бути і однозначно активні, тобто проявлятися у даному матеріалі або як донори, або як акцептори; амфотерно активні, коли частина атомів домішки може проявляти донорні властивості, а інша частина акцепторні. При підвищенні концентрації електричноактивної легуючої домішки зменшується відстань між атомами домішки у ґратці, що збільшує можливість взаємодії хвильових функцій (орбіт) їх валентних електронів. Внаслідок цього дискретні домішкові рівні у забороненій зоні розмиваються у домішкову зону. У цьому зв'язку прийнято розрізняти напівпровідники за концентрацією електрично активної домішки:

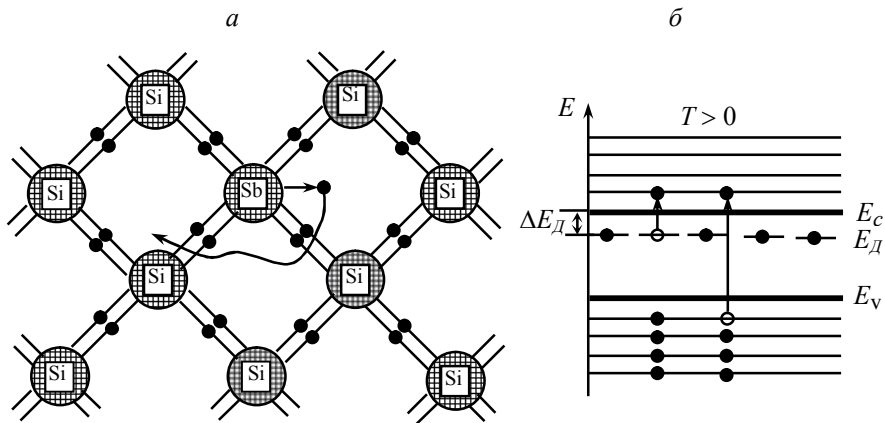
- 1) *слаболеговані* – коли між валентними електронами домішкових атомів немає взаємодії; домішкові атоми створюють у забороненій зоні дискретні енергетичні рівні;
- 2) *середньолеговані* – коли орбіти валентних електронів сусідніх домішкових атомів перекриваються, дискретні рівні зливаються, і домішковий енергетичний рівень розмивається у домішкову зону.
- 3) *сильнолеговані* – коли домішкова зона зливається з однією із дозволених зон. При цьому ширина забороненої зони зменшується.

Подальше збільшення концентрації домішки (у порівнянні з сильнолегованими напівпровідниками) може призвести до утворення асоціацій домішкових атомів і виділення другої фази. Важливим проявом впливу електрично активних домішок на електрофізичні властивості напівпровідників є зміщення рівня Фермі ( $E_F$ ).

У випадку складних (багатокомпонентних) напівпровідників, при відсутності у них сторонніх атомів, відхилення від стехіометрії приводить до провідності  $n$ -типу у випадку надлишку іонів у катіонній підґратці, в той час як надлишок іонів у аніонній підґратці приводить до появи  $p$ -типу провідності. Розглянемо механізм виникнення домішкової провідності на основі ковалентної природи хімічних зв'язків в елементарному напівпровіднику – кремнію.

Нехай у кристалічну ґратку кремнію як легуючу домішку введені атоми сурми (Sb). Сурма, як і усі елементи V групи Періодичної системи, в кремнію є домішкою заміщення. Зовнішня оболонка атома сурми містить п'ять електронів. Із них чотири беруть участь в утворенні ковалентного зв'язку з чотирма найближчими атомами кремнію (рис. 2, а). П'ятий електрон не бере участі в утворенні зв'язку, оскільки усі зв'язки уже зайняті. Водночас він буде зазнавати дії зі сторони оточуючих атомів кремнію, внаслідок чого енергія його

зв'язку з атомом сурми зменшується, як показує розрахунок, приблизно в  $\epsilon$  разів (де  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність, для кремнію  $\epsilon = 12$ ). Це означає, що п'ятий електрон атома Sb може стати вільним при затраті енергії у десятки разів меншої, за енергію, яку необхідно для відриву електрона від атома основної речовини – кремнію. Тому домішка може бути легко іонізована, і у кристалі появиться велике число вільних електронів, яке набагато перевищує число вільних електронів у чистому кремнію. При прикладанні до кристалу електричного поля ці електрони прискорюються у напрямі проти поля і, отже, будуть брати участь в утворенні електричного струму.



**Рис. 2.** Модель появи вільних електронів у кремнію, легованому домішкою сурми: *a* – в площинному зображенні; *б* – на зонній енергетичній діаграмі.

Атоми домішки, які віддали електрон, перетворюються на позитивно заряджені іони ( $Sb^+$ ). Але позитивно заряджений іон домішки не бере участі в утворенні струму, оскільки він локалізований у вузлі ґратки. Тому донорна домішка є постачальником тільки вільних електронів. У цьому випадку кристал має електронну провідність, електричний струм зумовлений впорядкованим рухом електронів (*n*-тип провідності).

Наявність у напівпровідниковому кристалі домішкових атомів означає порушення у ньому стехіометричного складу і періодичності кристалічної ґратки. Атоми легуючої домішки створюють в енергетичній структурі напівпровідника додаткові дискретні рівні, які локалізовані у забороненій зоні для ідеального кристала (рис. 2, б). Ці рівні називають локальними тому, що вони виникають не у всій ґратці, а тільки у місцях розташування дефектів. Утворені дефектами локальні рівні в нормальному стані можуть бути вільними або зайнятими електронами.

*Дефект ґратки, в якому у незбудженому стані локальний рівень зайнятий і при збудженні здатний віддати електрон у зону провідності (рис. 2, б), називають донором. Домішку, атоми якої є донорами, називають донорною домішкою.*

Донорними домішками в германія і кремнію є елементи V групи: фосфор (P), миш'як (As), сурма (Sb) і вісмут (Bi).

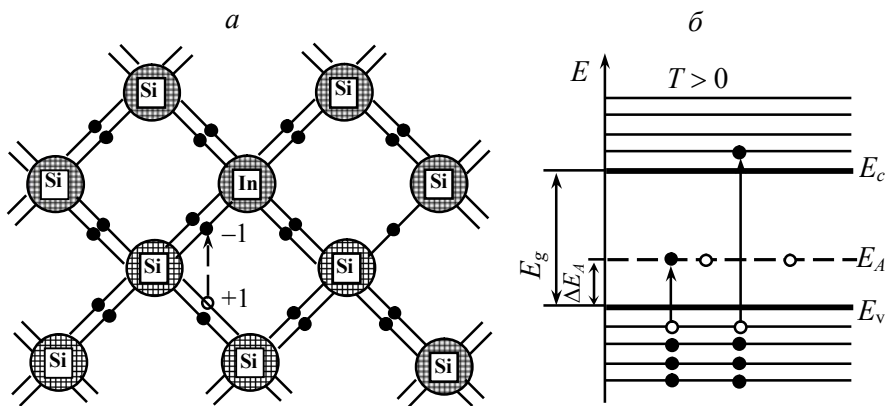
*Мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону, який знаходиться на донорному рівні, щоб перевести його у зону провідності, називається енергією іонізації донора ( $\Delta E_D$ ). Донорні рівні, як правило, розташовані у забороненій зоні ближче до дна зони провідності на відстанях кількох десятих або сотих електронвольта.*

Розглянемо випадок акцепторної домішки. *Напівпровідник, у якому носіями струму є дірки, називають дірковим напівпровідником (p-тип). Домішку, яка зумовлює діркову електропровідність кристалів, називають акцепторною.*

Акцепторними домішками у германія і кремнію є елементи III групи: бор (B), алюміній (Al), галій (Ga), індій (In), талій (Tl). Домішки є акцепторами, якщо валентність домішкового атома менша за валентність атома основної ґратки.

Якщо кристал кремнію пролегувати елементами III групи, то для забезпечення зв'язку з чотирма сусідніми атомами – вузлами кристалічної ґратки – у домішкового атома не вистачає одного електрона. Як приклад, на рис. 3, а зображена двовимірна модель кристалічної ґратки кремнію з домішкою індію. Потреба в установленні чотиривалентних зв'язків з вузлами кристалічної ґратки кремнію приводить до того, що атом індію захоплює електрон від одного із сусідніх атомів кремнію. При цьому атом індію виявляється іонізованим, перетворюючись на негативний іон індію, локалізований у вузлі кристалічної ґратки. Електрон, захоплений атомом індію, виявляється постійно локалізованим в атомі індію.

Атом кремнію, який втратив один електрон, стає позитивно зарядженим іоном, у якого є вільний квантовий стан. Іонізований атом кремнію для заповнення валентних зв'язків може захоплювати електрон від іншого сусіднього атома кремнію. Тоді вільний стан з'явиться у цього атома кремнію. Такий вільний стан атома у кристалічній ґратці, називається діркою. Отже, дірка, яка з'явилася внаслідок введення в кристал акцепторної домішки, може переміщуватись у кристалі напівпровідника. При прикладанні до кристалу електричного поля дірки отримують прискорення і у кристалі виникає електричний струм, зумовлений напрямленим рухом дірок.



**Рис. 3.** Модель появи вільних дірок у кремнії з домішкою галію: *а* – у площинному зображенні; *б* – на зонній енергетичній діаграмі.

Введення домішки індію в кристал кремнії призводить до появи у забороненій зоні локалізованого акцепторного рівня  $\Delta E_A$ , який розташований поблизу верху валентної зони (рис. 3, б). *Мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону валентної зони, щоб перевести його на акцепторний рівень, називається енергією іонізації акцептора ( $\Delta E_A$ ).*

*Електропровідність напівпровідника, зумовлена іонізацією атомів донорної і (або) акцепторної домішок (при довільному способі збудження), називається домішковою електропровідністю, а вільні носії заряду, які утворюються завдяки переходу електронів з донорних рівнів у зону провідності або із валентної зони на акцепторні рівні, називаються домішковими носіями.*

У напівпровідниках з донорною домішкою в діапазоні низьких температур, коли середня енергія теплових коливань кристалічної ґратки  $kT \ll E_g$ , переходами електронів із валентної зони у зону провідності можна знехтувати і вважати, що усі електрони провідності з'являються внаслідок іонізації донорної домішки. У цьому випадку концентрація вільних електронів переважає над концентрацією вільних дірок ( $n \gg p$ ), а електропровідність такого напівпровідника зумовлена, в основному, переміщенням електронів провідності – *електронна електропровідність ( $n$ -типу)*. При низьких температурах ( $kT \ll E_D$ ) для питомої електропровідності напівпровідника з донорною домішкою можна записати вираз:

$$\sigma = en\mu_n. \quad (3)$$



У напівпровіднику з акцепторною домішкою при низьких температурах концентрація вільних дірок значно більша за концентрацією вільних електронів ( $p \gg n$ ), а тому електропровідність їх, в основному, зумовлена переміщенням дірок провідності – *діркова електропровідність (p-типу)*. При низьких температурах для питомої електропровідності напівпровідника з акцепторною домішкою можна записати вираз:

$$\sigma = e\mu_p p. \quad (4)$$

При високих температурах (вище кімнатної) у домішкових напівпровідниках помітно зростає і концентрація власних носіїв заряду, а провідність їх зумовлюється власними та домішковими носіями заряду. Для домішкової електропровідності характерна сильна залежність  $\sigma$  від концентрації домішки.

Якщо у домішковий напівпровідник, який має електронну електропровідність, ввести акцепторні домішки, то вони будуть захоплювати електрони, зменшуючи тим самим концентрацію носіїв заряду. Те ж саме відбувається і при введенні донорних домішок у домішковий напівпровідник з дірковою електропровідністю. *Домішковий напівпровідник, в якому концентрації іонізованих донорів і акцепторів рівні між собою, називається скомпенсованим.*

Електрони і дірки провідності можуть бути основними і неосновними носіями заряду. Рухливі носії заряду, концентрація яких у даному напівпровіднику переважає – електрони у напівпровіднику *n*-типу і дірки у напівпровіднику *p*-типу – називаються *основними носіями заряду*. Рухливі носії заряду, концентрація яких у даному напівпровіднику менша за концентрацію основних носіїв заряду – електрони у напівпровіднику *p*-типу і дірки у напівпровіднику *n*-типу – називаються *неосновними носіями заряду*.

У власному або у домішковому напівпровіднику при даній температурі існує певна концентрація рухливих носіїв заряду в умовах термодинамічної рівноваги (рівноважна концентрація). Цій концентрації відповідає певне значення питомої електропровідності напівпровідника.

#### **4.3. ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ РУХЛИВОСТІ НОСІЇВ ЗАРЯДУ**

За відсутності зовнішнього електричного поля вільні електрони і дірки у напівпровіднику, які виникають при  $T > 0$  К, рухаються хаотично. Хаотичний рух електронів у кристалі не створює електричного струму, оскільки середня кількість електронів, які переміщуються у різних напрямках, виявляється однаковою.

При внесенні напівпровідника в електричне поле напруженістю  $E$  електрони набувають прискорення  $a_n = -\frac{eE}{m_n^*}$  у напрямку, протиле-

жному полю, а дірки –  $a_p = \frac{eE}{m_p^*}$  у напрямку поля, де  $m_n^*$  і  $m_p^*$  – від-

повідно ефективні маси електрона і дірки. Відмітимо, що ефективна маса електрона у кристалі відрізняється від маси вільного електрона. Внаслідок теплового руху атомів і наявності дефектів кристалічної ґратки відбувається розсіювання електронів і дірок на дефектах і фонах. Отже, електрон і дірка не прискорюються до нескінченності, як у вакуумі, а рухаються з певною усередненою напрямленою швидкістю:

$$\Delta v_n = \frac{eE}{m_n^*} \tau_n; \quad (5)$$

$$\Delta v_p = \frac{eE}{m_p^*} \tau_p; \quad (6)$$

де  $\tau_n$  і  $\tau_p$  – відповідно середній час вільного пробігу електронів і дірок, або час релаксації, протягом якого відбувається спад струму у напівпровіднику в  $e$  разів після вимикання зовнішнього поля. Середній час вільного пробігу електронів і дірок:

$$\tau_n = \frac{\lambda_n}{v_n}; \quad \tau_p = \frac{\lambda_p}{v_p}, \quad (7)$$

де  $\lambda_n$  і  $\lambda_p$  – середні довжини вільного пробігу електрона і дірки;  $v_n$  і  $v_p$  – середні швидкості теплового руху електронів і дірок.

Враховуючи (7), із виразів (5) і (6) одержимо співвідношення для рухливостей електронів і дірок:

$$u_n = \frac{\Delta v_n}{E} = \frac{e\lambda_n}{m_n^* v_n}; \quad (8)$$

$$u_p = \frac{\Delta v_p}{E} = \frac{e\lambda_p}{m_p^* v_p}. \quad (9)$$

Рухливості  $u_n$  і  $u_p$  різні за значенням внаслідок різниці в ефективних масах і часі вільного пробігу електрона і дірки, які залежать від механізму розсіювання електронів і дірок у кристалічній ґратці.

Основні механізми розсіювання носіїв заряду наступні:

- 1) на теплових коливаннях ґратки;
- 2) на іонізованих домішках;
- 3) на нейтральних атомах домішки;
- 4) на дефектах ґратки (вакансії, точкові дефекти, дислокації, границі кристалів; площини спайності тощо)
- 5) на носіях заряду.

Розглянемо ці механізми розсіювання докладніше.

#### 4.3.1. Розсіювання носіїв на теплових коливаннях ґратки

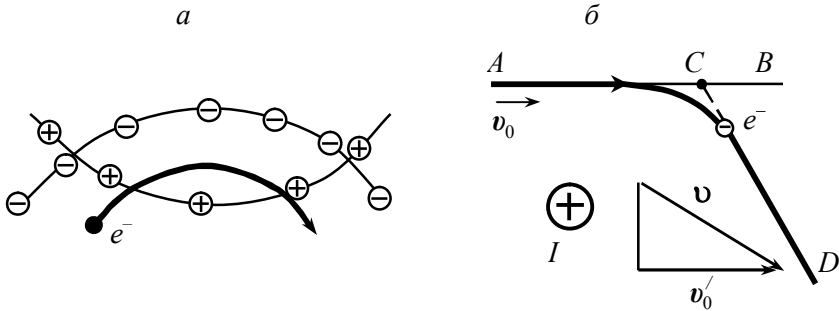
Взаємодія електронів з атомами кристалічної ґратки приводить до розсіювання, яке прямо пропорційне поперечному перерізу об'єму, зайнятому атомами. Цей об'єм у свою чергу пропорційний квадрату амплітуди коливань атомів. Квадрат амплітуди коливань атомів, який визначає енергію ґратки, зростає за лінійним законом з підвищенням температури кристала. Отже, довжина вільного пробігу електрона  $\lambda \sim 1/T$ . Середня швидкість теплового руху носіїв заряду у невідроджених напівпровідниках залежить від температури так само, як швидкість руху молекул ідеального газу:  $v \sim \sqrt{T}$ . Підставляючи значення  $\lambda$  і  $v$  у вираз (8), одержимо:

$$u \sim T^{-3/2}. \quad (10)$$

Тобто рухливість носіїв з підвищенням температури зменшується, вона зумовлена розсіюванням на теплових коливаннях ґратки. Таке розсіювання відіграє переважну роль при високих температурах.

Розсіювання на теплових коливаннях ґратки на перший погляд здається загадковим. Дійсно, чому електрон не розсіюється на нерухомих іонах чи атомах кристала і розсіюється на атомах, які коливаються, адже швидкості руху цих важких частинок на кілька порядків менші за швидкості електронів. Справа у тім, що з появою пружної хвилі у кристалі завжди появляється і додаткове електричне поле. Особливо наочно це видно на прикладі поперечних теплових коливань іонних кристалів (рис. 4, а) або на прикладі поздовжньої хвилі у металах, коли в зоні стискування виникає підвищена концентрація іонів, а в зоні розрідження – понижена. Але і у полярних кристалах з пружними хвилями зв'язані додаткові електричні поля, хоча там цей ефект відносно малий, і його важко зобразити наочно. У будь-якому випадку саме на цих додаткових електричних полях у кристалах відбувається розсіювання електронів. При такому розсіюванні енергія

електрона змінюється на  $\pm \hbar\omega$ , де  $\omega$  – частота коливання ґратки, тобто величину, рівну енергії фонона. Іншими словами, відбувається поглинання або генерування фонона електроном.



**Рис. 4.** Схема розсіювання електронів  $e^-$  коливаннями ґратки полярного кристала (а) та іонізованими атомами домішки (б):

$\overrightarrow{AB}$  – напрям початкового руху електрона;  $\mathbf{v}_0$  – швидкість цього руху;  
 $\overrightarrow{CD}$  – напрям руху  $e^-$  після розсіювання;  $\mathbf{v}$  – швидкість цього руху,  $\mathbf{v}'_0$  – складова швидкості у напрямку першопочаткового руху.

#### 4.3.2. Розсіювання носіїв на іонізованих домішках

У напівпровідниках із домішковою провідністю атоми домішок перебувають у більшості випадків в іонізованому стані. При значній їх концентрації і при низьких температурах ці домішки є основними центрами розсіювання носіїв. Розсіювання на іонах домішки можна уявити собі класично як відхилення вільного носія заряду у полі іона, поблизу якого він пролітає (рис. 4, б). Зазначимо, що це повинен бути сторонній іон, щоб поле навколо нього дійсно відрізнялось від поля основних іонів ґратки, або внаслідок іншого значення заряду цього іона, або інших розмірів і іншої структури електронних оболонок домішкового іона. Для цього типу розсіювання рухливість пропорційна  $T^{3/2}$  і обернено пропорційна концентрації домішки  $N_{\text{дом}}$ :

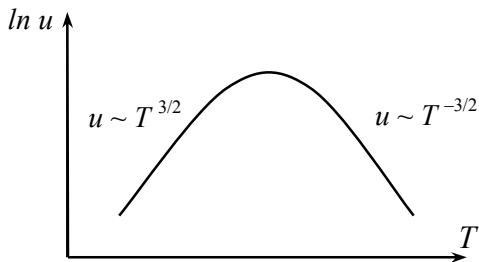
$$\mu_{\text{дом}} \sim \frac{T^{3/2}}{N_{\text{дом}} \cdot (m^*)^{1/2}}. \quad (11)$$

Отже, при розсіюванні носіїв на іонізованих домішках рухливість із збільшенням температури не зменшується, а, навпаки, зростає пропорційно  $T^{3/2}$ .

Якщо у розсіюванні носіїв беруть участь обидва механізми, то, припустивши, що їх дії є незалежними й адитивними, величину рухливості можна представити у вигляді суми:

$$u = AT^{3/2} + BT^{-3/2}, \quad (12)$$

де  $A$  і  $B$  – коефіцієнти пропорційності.



**Рис. 5.** Температурна залежність рухливості носіїв струму в напівпровідниках.

Таким чином, якщо брати до уваги тільки розсіювання на іонах домішки і теплових коливаннях ґратки, то можна прийти до висновку, що рухливість  $u$  з підвищенням температури зростає пропорційно  $T^{3/2}$ , проходить через максимум і потім зменшується пропорційно  $T^{-3/2}$  (рис.5). Положення максимуму залежить від концентрації домішки: із збільшенням  $N_{\text{дом}}$  максимум зміщується в діапазон високих температур.

#### 4.3.3. Розсіювання носіїв на нейтральних домішках

Розсіювання носіїв заряду на нейтральних атомах домішки проявляється значно слабше, ніж розсіювання на іонах домішки. Цей вид розсіювання може бути істотним при низьких температурах, коли теплові коливання ґратки не відіграють помітної ролі і ступінь іонізації домішок мала. У цьому випадку рухливість описується виразом:

$$u = \frac{e}{20 \cdot a_B \hbar} \frac{m^*}{m_0} \frac{1}{\varepsilon \cdot N^*} \quad (13)$$

і не залежить від температури. У виразі (13)  $e$  – заряд електрона,  $a_B$  – радіус Бора,  $m^*$  – ефективна маса електрона,  $\varepsilon$  – діелектрична проникність.

#### 4.3.4. Розсіювання на дислокаціях

Розсіювання електронів на дислокаціях проявляється тільки в до-  
сить чистих кристалах при низьких температурах. Навколо дислока-  
ції існує ділянка, в якій кристал деформований. Тому в околі дислока-  
ції залежність енергії від хвильового вектора відрізняється від за-  
кону дисперсії в ідеальному кристалі. Це призводить до розсіювання  
вільних носіїв заряду. У напівпровідниках, які кристалізуються в  
структурі типу алмаз, дислокації діють як ланцюжки акцепторів, які  
захоплюють вільні електрони.

Отже, рухливість носіїв заряду залежить від складу і досконалості  
кристалічної ґратки напівпровідника і його температури.

#### 4.4. ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ НАПІВПРОВІДНИКІВ

Електропровідність напівпровідників дуже сильно залежить від  
температури. Оскільки питома електропровідність напівпровідника  
визначається концентрацією вільних носіїв та їх рухливістю (рівнян-  
ня (2)), то температурний хід функції  $\sigma = f(T)$  залежить від зміни  
концентрації і рухливості носіїв заряду з температурою. Оскільки  
механізми розсіювання носіїв заряду розглянуто в § 4.3, залишається  
проаналізувати температурну залежність їх концентрації.

При температурі  $T > 0$  частина електронів з валентної зони пере-  
йде у зону провідності, а у валентній зоні утвориться стільки ж дірок.  
У власному напівпровіднику при певній температурі рівноважна кон-  
центрація електронів  $n$  і дірок  $p$  рівна і набагато менша від числа рів-  
нів у дозволених зонах. Тому електрони у зоні провідності займають  
рівні поблизу її нижньої границі, а дірки у валентній зоні – поблизу її  
верхньої границі. Концентрація електронів і дірок у власному напів-  
провіднику визначається концентрацією електронів біля дна зони  
провідності і концентрацією дірок поблизу верха валентної зони.

Через те, що електрони провідності, які заповнюють рівні, розта-  
шовані поблизу дна зони провідності і дірки біля верха валентної зо-  
ни описуються статистикою Фермі-Дірака:

$$f_{\Phi-D} = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}, \quad (14)$$

то розподіл їх за квантовими станами, тобто число зайнятих станів  
виражається:

$$dn(E) = N(E) \cdot f(E) \cdot dE, \quad (15)$$

де  $N(E)$  – густина станів, тобто число станів в одиничному інтервалі енергій для одиничного об'єму кристала задається виразом:

$$N(E) = 4\pi \left( \frac{2m^*}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2} dE. \quad (16)$$

Якщо у виразі (16) замість  $m^*$  взяти ефективну масу електрона  $m_n^*$ , то ця залежність описує розподіл енергетичних рівнів у нижній частині зони провідності. Якщо замість  $m^*$  взяти ефективну масу дірки  $m_p^*$ , то формула (16) описує розподіл енергетичних рівнів у верхній частині валентної зони.

Підставивши вирази (14) і (16) у (15), для випадку  $\frac{E - E_F}{kT} \gg 1$  (невироджений напівпровідник), одержимо:

$$dn = 4\pi \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} E^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{kT}} dE, \quad (17)$$

де  $e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$  – функція розподілу Больцмана.

Для знаходження загального числа електронів, які знаходяться при температурі  $T$  у зоні провідності, необхідно вираз (17) проінтегрувати за усіма можливими значеннями енергії, які відповідають зоні провідності, тобто в межах від 0 до  $E_2$  (рис. 6):

$$n = 4\pi \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{E_2} E^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{kT}} dE. \quad (18)$$

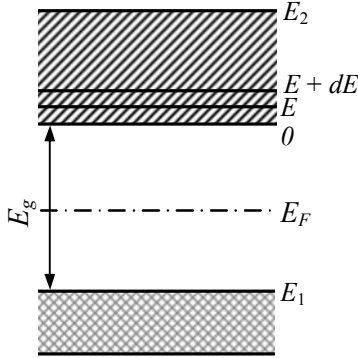
Тому, що із зростанням  $E$  функція  $e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$  дуже швидко спадає, верхню межу інтегрування у виразі (18) можна замінити нескінченністю:

$$n = 4\pi \left( \frac{2m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} E^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{kT}} dE. \quad (19)$$

Обчислення цього інтеграла приводить до наступного результату:

$$n = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}, \quad (20)$$

де  $m_n^*$  – ефективна маса електронів.



**Рис. 6.** Положення рівня Фермі у власному напівпровіднику.

Аналогічний вираз одержується і для концентрації дірок у валентній зоні:

$$p = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}, \quad (21)$$

де  $m_p^*$  – ефективна маса дірки.

Враховуючи, що для власного напівпровідника  $n_i = p_i$ , то, прирівнявши вирази (20) і (21), після логарифмування і перетворення, знайдемо:

$$E_F = -\frac{E_c - E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}. \quad (22)$$

Це рівняння і визначає положення рівня Фермі у власних напівпровідниках. При  $T = 0$  К,  $E_F = -\frac{E_c - E_v}{2}$ , тобто при абсолютному нулю рівень Фермі у власного напівпровідника знаходиться посередині забороненої зони. З підвищенням температури рівень Фермі зміщується уверх до зони провідності, якщо  $m_p^* > m_n^*$ , або униз до валентної зони, якщо  $m_p^* < m_n^*$ . Якщо  $m_p^* = m_n^*$ , то рівень Фермі при будь-якій температурі проходить посередині забороненої зони.



Визначимо власну концентрацію носіїв заряду ( $n = p = n_i$ ):

$$n_i = \sqrt{n \cdot p} = (N_v \cdot N_c)^{1/2} e^{-\frac{E_c - E_v}{2kT}} = C \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}, \quad (23)$$

де  $E_g = E_c - E_v$  – ширина забороненої зони,  $C = (N_v \cdot N_c)^{1/2}$ ,  $N_c$  і  $N_v$  – ефективні густини станів відповідно у зоні провідності і у валентній зоні:

$$N_c = 2(2\pi m_n^* kT)^{3/2} h^{-3}; \quad N_v = 2(2\pi m_p^* kT)^{3/2} h^{-3}. \quad (24)$$

Вираз (23) описує температурну залежність концентрації носіїв заряду у власному напівпровіднику. Величина  $C$  порівняно слабо залежить від температури. Для багатьох напівпровідників з підвищенням температури ширина забороненої зони  $E_g$  зменшується за лінійним законом:

$$E_g = E_g^0 - a \cdot T, \quad (25)$$

де  $E_g^0$  – ширина забороненої зони при абсолютному нулеві,  $a$  – сталий коефіцієнт.

Існують дві фізичні причини, які спричиняють температурну залежність ширини забороненої зони. Перша з них полягає у тому, що із зміною температури змінюється амплітуда коливань атомів ґратки, внаслідок чого із збільшенням температури ширина забороненої зони зменшується. Друга причина, тісно пов'язана з першою, полягає у тому, що зміна температури приводить до зміни об'єму напівпровідника, тобто до зміни міжатомних відстаней. Ця обставина викликає у одного типу напівпровідника зменшення забороненої зони з підвищенням температури, у другого – збільшення.

Якщо врахувати температурну залежність ширини забороненої зони напівпровідника, то для  $n_i$  одержимо:

$$n_i = C \cdot e^{\frac{a}{2k}} e^{-\frac{E_g^0}{2kT}} = C_1 \cdot e^{-\frac{E_g^0}{2kT}}. \quad (26)$$

У відповідності з рівнянням (2), питома електропровідність визначається концентрацією і рухливістю. Останні залежать від температури. Враховуючи, що для власного напівпровідника основним механізмом розсіювання є розсіювання на теплових коливаннях ґратки і для цього випадку температурна залежність рухливості описується співвідношенням (10), а концентрація носіїв змінюється з температурою за законом (26), вираз для електропровідності запишеться так:

$$\sigma = B \cdot T^{-3/2} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}, \quad (27)$$

де  $B$  – стала, яка об'єднує у собі сталі коефіцієнти, які входять у вирази для концентрації (26) і для рухливості (10).

Множник  $B \cdot T^{-3/2}$  повільно змінюється з температурою, тоді як множник  $e^{-\frac{E_g}{2kT}}$  сильно залежить від температури, за умови якщо  $E_g \gg kT$ . Отже, для не дуже високих температур можна вважати, що  $B \cdot T^{-3/2} = \sigma_{0i}$ , і вираз для питомої електропровідності власного напівпровідника матиме вигляд:

$$\sigma_i = \sigma_{0i} e^{-\frac{E_g}{2kT}}. \quad (28)$$

Графік цієї залежності зручніше побудувати, прологарифмувавши вираз (28):

$$\ln \sigma_i = \ln \sigma_{0i} - \frac{E_g}{2k} \frac{1}{T}. \quad (29)$$

Якщо по осі абсцис відкласти  $1/T$  (або  $10^3/T$ ), а по осі ординат  $\ln \sigma_i$ , то одержимо пряму, яка відтинає на осі ординат відрізок, рівний  $\ln \sigma_{0i}$  (рис. 7).

Із самого змісту температурної залежності  $\sigma$  випливає, що  $\sigma_{0i}$  – це *питома електропровідність напівпровідника при  $T = \infty$* . Із нахилу прямої до осі абсцис визначають :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_g}{2k}. \quad (30)$$

Звідки

$$E_g = 2k \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (31)$$

*Це термічна ширина забороненої зони напівпровідника, тобто визначена із температурної залежності провідності. Вона, як правило, менша за оптичну ширину забороненої зони, яка визначається із аналізу краю власного поглинання при заданій температурі. У домішковому напівпровіднику при досить високих температурах провідність є власною, а при низьких температурах домішковою. При низьких температурах для питомої електропровідності домішкової провідності справедливий вираз:*

а) для домішкового напівпровідника з одним типом носіїв заряду:

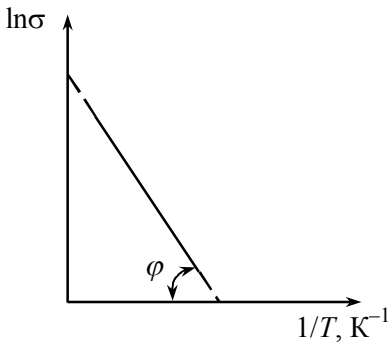
$$\sigma_n = \sigma_{0n} e^{-\frac{\Delta E_d}{2kT}}; \quad (32)$$

$$\sigma_p = \sigma_{0p} e^{-\frac{\Delta E_A}{2kT}}; \quad (33)$$

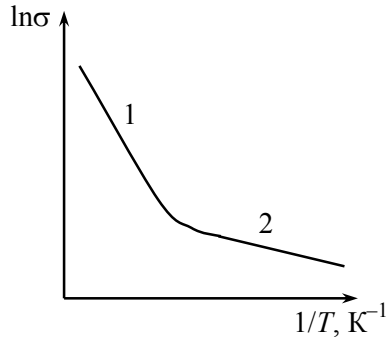
б) для домішкового скомпенсованого напівпровідника (який містить акцепторну і донорну домішки):

$$\sigma = \sigma_{01} \cdot e^{-\frac{\Delta E_{\text{дом}}}{kT}}, \quad (34)$$

де  $\Delta E_{\text{дом}}$  – енергія активації провідності домішкового напівпровідника.



**Рис. 7.** Температурна залежність електропровідності власного напівпровідника.



**Рис. 8.** Температурна залежність електропровідності домішкового напівпровідника. 1 – власна провідність, 2 – домішкова провідність.

У міру зростання температури домішкового напівпровідника вільні носії струму постачають як домішки, так і основні атоми ґратки. Отже, концентрація носіїв струму у домішковому напівпровіднику складається з концентрації власних носіїв і концентрації домішкових носіїв. Їх загальну концентрацію можна виразити як суму тих та інших, а електропровідність представити у вигляді:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}} + \sigma_{01} \cdot e^{-\frac{\Delta E_{\text{дом}}}{2kT}}, \quad (35)$$

де  $\sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$  визначає власну провідність, а  $\sigma_{01} \cdot e^{-\frac{\Delta E_{\text{дом}}}{2kT}}$  – домішковою. Оскільки  $E_g \gg \Delta E_{\text{дом}}$  ( $\Delta E_{\text{дом}}$  – енергія активації домішки), то при

низьких температурах домішкова провідність переважає над власною.

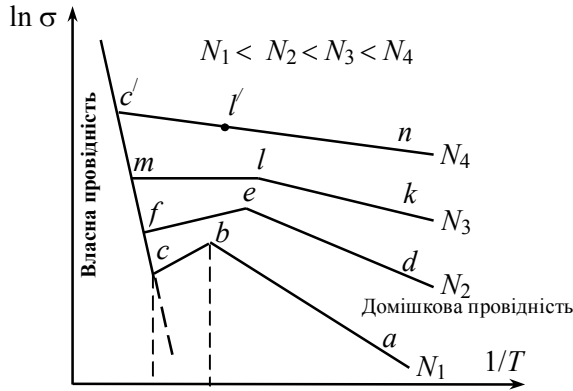
У напівлогарифмічному масштабі вираз (35) представляє собою дві прямі лінії, які перетинаються (рис. 8). Із графіка можна визначити енергію активації домішкових носіїв  $\Delta E_{дом}$  ( $\text{tg } \alpha = -\frac{\Delta E_{дом}}{2k}$ ) і термічну ширину забороненої зони  $E_g$ .

Температурний хід електропровідності домішкового напівпровідника (рис. 8) пояснюється тим, що при низьких температурах процес генерації електронно-діркових пар (власних носіїв) утруднений, адже більша частина електронів має недостатню енергію для переходу з валентної зони у зону провідності. Однак, при цих температурах атоми домішки іонізуються, утворюючи вільні домішкові носії заряду, які і визначають електропровідність напівпровідника. З підвищенням температури кількість домішкових носіїв збільшується до тих пір, поки усі домішкові атоми не будуть іонізовані. У цьому випадку домішкові носії беруть участь в електропровідності. Наприклад, атоми домішок елементів III та V груп періодичної системи у германія (кремнію) виявляються практично повністю іонізованими уже при кімнатній температурі (300 К). При подальшому збільшенні температури починається досить швидке збільшення числа вільних носіїв заряду, тобто переважає власна провідність у напівпровіднику.

Нахил домішкової ділянки кривої  $\sigma = f(T)$  залежить від концентрації домішок. Чим вища концентрація атомів домішки у кристалі, тим менший нахил кривої до осі абсцис і тим вона вище розташована (рис. 9). Зміна енергії активації домішок при збільшенні їх концентрації пояснюється тим, що із зростанням концентрації домішки  $N_{дом}$  відстані між домішковими атомами зменшуються і зростає взаємодія між ними. При досить великій концентрації домішки ця взаємодія стає настільки значною, що локалізовані рівні розмиваються у домішкову зону, ширина якої зростає в міру зближення атомів. При певній концентрації донорної домішки ця зона розширюється настільки, що зливається з зоною провідності, і відстань між ними стає рівною нулю. Це відповідає переходу напівпровідника в напівметалевий стан. Такого роду напівпровідники називаються *виродженими*.

Як уже відзначалось, провідність напівпровідників залежить як від концентрації носіїв, так і від їх рухливості. Оскільки із зміною температури рухливість носіїв змінюється за порівняно слабким степеним законом, а концентрація носіїв – за дуже сильним експоненціальним законом, то температурний хід електропровідності доміш-

кових напівпровідників повинен визначатися, в основному, температурною залежністю концентрації вільних носіїв у ньому.



**Рис. 9.** Температурна залежність електропровідності напівпровідника з різною концентрацією домішок.

На рис. 9 показана залежність електропровідності домішкових напівпровідників від температури. Крива має три добре виражені ділянки:  $ab$ ,  $bc$  і  $cc'$ . При низьких температурах у напівпровіднику наявна домішкова провідність (ділянка  $ab$  рис. 9), яка визначається залежністю концентрації домішкових носіїв від температури, бо кількість власних носіїв при низьких температурах дуже мала. За нахилом цієї ділянки до осі абсцис визначають енергію активації домішки  $\Delta E_{дом}$ . З підвищенням температури на ділянці домішкової провідності концентрація носіїв збільшується до тих пір, поки усі атоми домішки не іонізуються і число носіїв не виявиться рівним числу атомів домішки  $N_{дом}$ . Якщо при цьому концентрація власних носіїв залишається дуже малою, то при досягненні повної іонізації домішкових атомів (у точці  $b$ ), загальне число носіїв практично перестає залежати від температури. Ділянка  $bc$  відповідає виснаженню домішок і температурний хід електропровідності визначається рухливості від температури. Якщо у цьому діапазоні температур основний механізм розсіювання – розсіювання носіїв на теплових коливаннях ґратки, то із зростанням  $T$  їх рухливість буде зменшуватись, внаслідок чого буде зменшуватись і провідність. На ділянці  $cc'$  енергія коливань атомів кристала досягає такої величини, що відбувається інтенсивне збудження власних носіїв і напівпровідник набуває власної провідності, яка швидко зростає з підвищенням температури. Зауважимо, що при збільшенні концентрації домішки  $N_{дом}$  темпера-

тура переходу від домішкової до власної провідності зростає. При цьому нахил ділянки  $ab$ , який виражає енергію активації домішок, зменшується із збільшенням їх концентрації  $N_{\text{дом}}$  (рис. 9). При достатньо великій концентрації домішки  $N_{\text{дом}}$ , коли досягається виснаження, основну роль може відігравати розсіювання на іонізованих домішках. У цьому випадку з підвищенням температури рухливість носіїв буде зростати, що приведе до зростання провідності напівпровідника (ділянка  $l'c'$ ).

Криві на рис. 9 схематично відображають загальні закономірності зміни провідності напівпровідників з температурою. У реальних напівпровідників ця залежність може бути значно складнішою. Пояснюється це, по-перше, тим, що при теоретичному аналізі зроблено ряд спрощень і тому результат є наближеним; по-друге, реальні напівпровідники містять, як правило, не один, а кілька сортів домішкових атомів з різними енергіями активації, що значно ускладнює загальний вигляд кривої  $\sigma = f(T)$ .

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту і опис установки

Дослідження температурної залежності електропровідності напівпровідників часто проводять вимірюючи не провідність, а опір напівпровідника  $R$ , які зв'язані між собою наступним співвідношенням:

$$\sigma = \frac{1}{R} \frac{l}{S}, \quad (36)$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу досліджуваного зразка,  $l$  – відстань між контактами. Зміна опору з температурою описується експоненціальним законом:

а) для власного напівпровідника

$$R_i = R_{0i} e^{\frac{E_g}{2kT}}; \quad (37)$$

б) для домішкового напівпровідника  $n$ -типу

$$R_n = R_{0n} e^{\frac{\Delta E_d}{2kT}}; \quad (38)$$

в) для домішкового напівпровідника  $p$ -типу

$$R_p = R_{0p} e^{\frac{\Delta E_a}{2kT}}. \quad (39)$$

Вимірявши температурний хід опору напівпровідника у певному інтервалі температур, можна із виразу (37) визначити ширину забороненої зони  $E_g$ , а з формул (38) і (39) – енергію іонізації донорної  $\Delta E_D$  або акцепторної  $\Delta E_A$  домішки.

У напівлогарифмічному масштабі графік залежності  $\ln R = f(1/T)$  буде мати вигляд прямої лінії, нахил якої до осі абсцис визначається величиною:

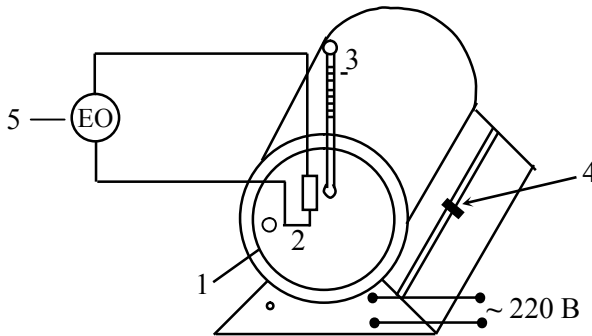
$$\operatorname{tg} \varphi = E_g / (2k). \quad (40)$$

Із графіка визначають:

$$\operatorname{tg} \varphi = (\ln R_1 - \ln R_2) / \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \ln \frac{R_1}{R_2} / \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right), \quad (41)$$

де  $R_1$  і  $R_2$  – опори зразка при температурах  $T_1$  і  $T_2$  відповідно. Тоді

$$E_g = 2k \cdot \operatorname{tg} \varphi = 2k \ln \frac{R_1}{R_2} / \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right). \quad (42)$$



**Рис. 10.** Електрична схема установки для дослідження температури залежності опору напівпровідника.

Експериментально дослідження залежності опору напівпровідника від температури здійснюють у вакуумному криостаті або повітряному термостаті. Для цього досліджуваний зразок 2 вміщують у термомошафу 1 (рис. 10) на один рівень з ртутною головкою термометра 3 (у безпосередній близькості з нею) і вмикають у коло електронного омметра 5. Змінюючи температуру зразка, вимірюють його опір і температуру та будують графік  $\ln R = f(1/T)$  із якого визначають  $E_g$  або  $\Delta E_{дом}$ .

### Послідовність виконання завдання

1. З'єднати досліджуваний зразок напівпровідникового кристала германія з омметром. Установити в омметрі піддіапазон 2 кОм, натиснувши відповідну кнопку вибору діапазону.
2. Увімкнути шнури живлення термошафи і омметра в електромережу. Вимірювання опору розпочати з кімнатної температури.
3. Через кожні 4–5 К в інтервалі температур 293–393 К виміряти опір досліджуваного зразка. Вимірювання опору провести як при його нагріванні, так і при охолодженні. При охолодженні напівпровідника нагрівник термошафи вимкнути.
4. Побудувати графік залежності  $\ln R = f(1/T)$ , переконатися в його лінійності.
5. З графіка знайти значення  $\ln R_1$  і  $\ln R_2$  при температурах  $T_1$  і  $T_2$  і за формулою (42) визначити  $E_g$  або  $\Delta E_{\text{дом}}$  і виразити її в електронвольтах.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Чим відрізняються напівпровідники від металів та діелектриків?
2. Який напівпровідник називається власним?
3. Який напівпровідник називається домішковим? Що таке донорні та акцепторні домішки? На прикладі двовимірної ґратки кремнію пояснити механізм власної та домішкової провідності.
4. Якою статистикою описується розподіл електронів і дірок по енергетичних станах у дозволених зонах напівпровідника?
5. Як змінюється рухливість та концентрація носіїв заряду у напівпровідниках з температурою?
6. Пояснити температурний хід електропровідності власного та домішкового напівпровідника.
7. Як визначається термічна ширини забороненої зони напівпровідника?



1.

2.

$(-n-)$  .  
 $(-n-)$  .  
 $(-n-)$  .  
 $(-n-)$  .

3.

1.  $226(-)$   $7(-)$ .
- 2.
3. , ,
- 4.
- 5.
- 6.
7. ,
- 8.

4.

4.1.

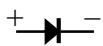
$n- i p-$

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

*p-n-*

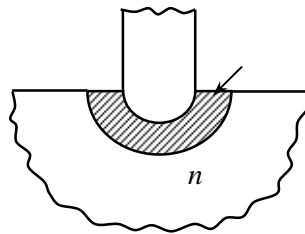
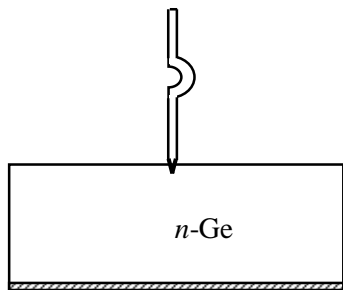
6.

, -  
 .  
 -  
 ,  
 , -  
 ,  
 ,  
 : , .  
 .  
 -  
 : 1 - ; 2 - ;  
 3 - .  
 - ; - ; - ; - ; -  
 ; - ; - ; -  
 ; -  
 - ; -  
 - ,  
 , :  
 101 199;  
 201 299;  
 301 399;  
 901 999.  
 - ,  
 : 2 503 - , -



.1.

; - ; - ; - , ,  
 . 1.



.2.

( ),

( ).

p-n-

( . 2, ).

$n-$  , -  
 , -  
 , -  
 , -  
 ,  $-n-$  .  
 , -  
 (In Al), -  
 $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  , 100 / .  
 , -  
 -  $n-$  .  
 ( .2, ) . -  
 1 ) , ( -  
 $p-$  -  $n-$  i  
 - , , ,  
 .  $-n-$   
 . ( , -  
 ) , -  
 , . -  
 $n-$  . ( .3, ) 773  
 . , -  
 . ( .3, ) ,  
 , -  
 , -  
 . -

( .3, )

.3,

Ge -

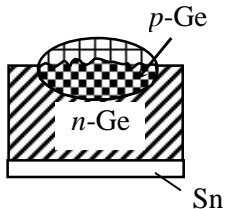
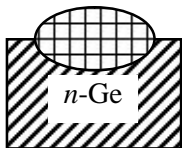
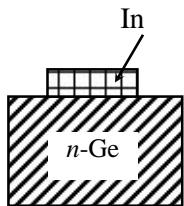
n-

(800 °

1250 °

).

n-



.3.

-n-

; -

= 773 ; -

BBr<sub>3</sub>)

(

(

),

( , ),

- *n*-

,

,

$N_0$

( *planar* - )

, *p-n*

. 4

*p-n*

, *n*-

( $\text{SiO}_2$ ) 0,5–1

$\text{SiO}_2$

,

- ( ) ( .4, ). ( .4, ).

( .4, ).

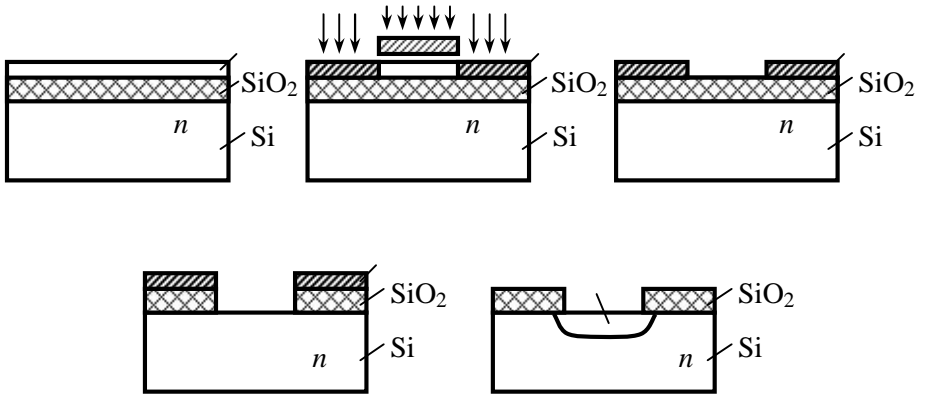
$\text{SiO}_2$ ,

( .4, ).

,  $\text{SiO}_2$ . « »

( - ).

$\text{SiO}_2$



. 4.

$p-n$  : -  
 , -  
 , -  
 , -

$N_A$  -  
 $N_D$   $n$ -  
 $p-n$  ,  
 $(n_n = p_p)$ .  
 $n$ -  $(p_p > n_n)$ ,  $(n_n > p_p)$ .



$n-n^+$

$n^+$

$n$

### 4.3.

$n$

$n$

$n$

$$N_A > N_D (0.5, \dots)$$

$n$

$n_n$

$p_p$

$n$

$p_n$

$n_p$

$p-n$

$n$

$n$

$$I_{nD} = eD_n \cdot S \cdot \frac{dn}{dx}; \tag{1}$$

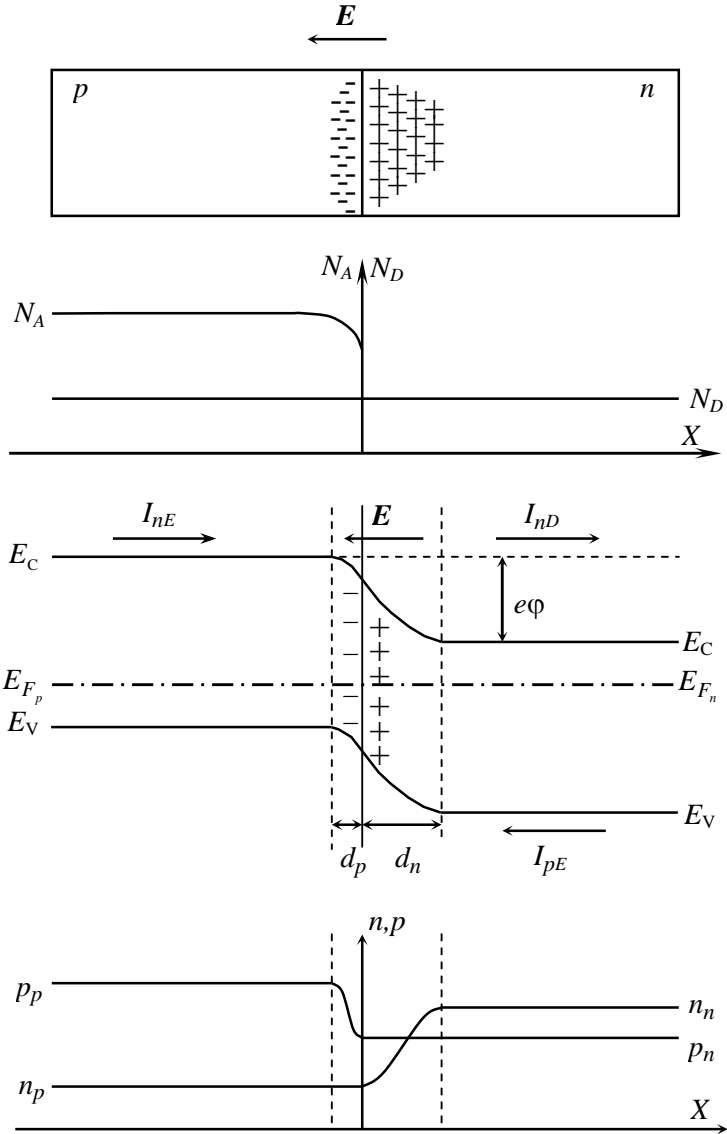
$$I_{pD} = eD_p \cdot S \cdot \frac{dp}{dx}, \tag{2}$$

$$D_n = \frac{kT}{e} u_n \quad \text{и} \quad D_p = \frac{kT}{e} u_p$$

$n$

$d_n$

$p-n$



.5.

-n-

: -p-n- ; - ; - ; - ; -

$$d_p \left( \dots, \dots \right), \quad d = d_n + d_p, \quad -$$

$$I_{nE} = e \int n_p \int E \int u_n \int S, \quad (3)$$

$$I_{pE} = e \int n \int E \int u \int S, \quad (4)$$

$$u_p - \dots; u_n - \dots, \quad p-n$$

$$I_{nD} - I_{pD} - I_{nE} - I_{pE}, \quad -n- \quad :$$

$$I_{pD} - I_{nE} + I_{nD} - I_{pE} = 0. \quad (5)$$

$$p-n- \quad \left( \dots, \dots \right) -$$

$$p-n-$$

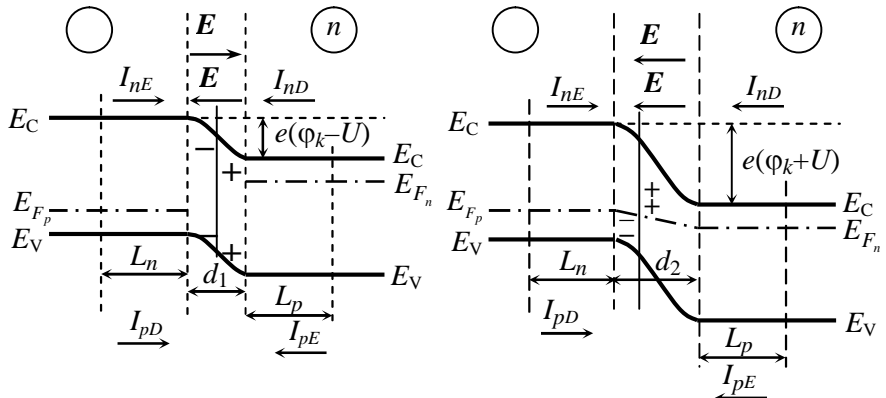
**4.4.**

$$\dots, \quad n- \quad p-n- \quad -$$

$$\dots, \quad p-n- \quad -$$

$$\dots, \quad eU$$

$$\left( \dots, \dots \right),$$



6.  $p-n$  ( ) ( )

inject -  
-n-

$I_{pD}$  n-

n-

p-n-

$I_n$ .

p-n-

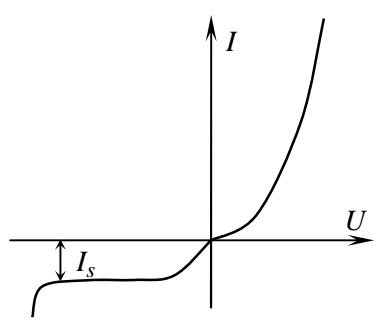
$I = I_p + I_n$

( . 6, ).

$eU$

( . 6, ).

$(I_s)$



( . 7),

$p-n$

$$I = I_s \left( e^{\pm \frac{eU}{kT}} - 1 \right), \tag{6}$$

$$I_S = |e| \left( \frac{p_n \cdot D_p}{L_p} + \frac{n_p \cdot D_n}{L_n} \right) \quad (7)$$

« »  $U$  (6) -  
 , « » -  
 -n-  
 , -n-  
 . , n- -  
 -  
 I (6) , -n- ( .7).  
 , -n-  
 , -n-  
 ,  
 -n-  $I_S$ ,  
 , ,  
 .  $I_S$  -n-  
 ,  $n_n$   $p$  (  
 ).  
 -n- ( .7). -  
 -n- ,  
 ,  
 ( ).  
 , ,  
 ,  
 . ,  
 ,  
 .  
 -  
 .  
 ,  
 .

$e\varphi$ ,

$$(\Delta E_g = 0,72) = 348 \div 363,$$

$$(\Delta E_g = 1,12) = 423 \div 473.$$

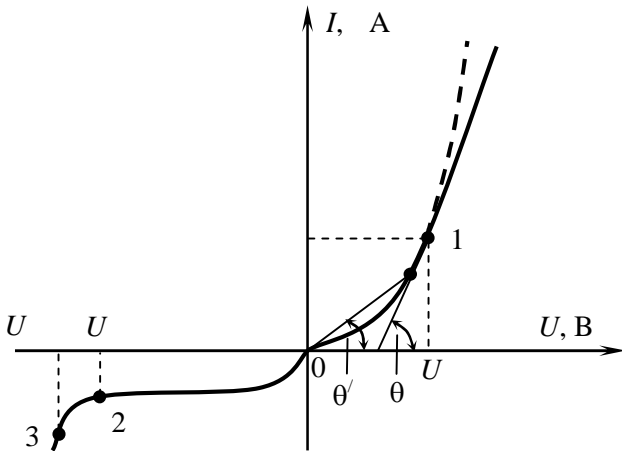
4.5.

( ),  
 $(I = f(U)).$

-n-

(6). . 8

( )



. 8.

-n- ( )  
 ( ).

1.

$U \uparrow \varphi$

$$r = r + r_e. \quad (6), \quad r_e \ll r,$$

$$I = I_0 \exp \left[ \frac{e}{kT} (U - I \cdot r) - 1 \right]. \quad (8)$$

$$2. \quad U < 0$$

$$3. \quad U < 0$$

$$I = I_0 - I_G + I, \quad (9)$$

$$I_G \ll I_0$$

$$4. \quad 2-3 \quad (8)$$



(6),

 $I_s,$ 

1.

( ) -  
:

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{dU}{dI}. \quad (10)$$

( . 8)

$$R = \text{ctg}\theta.$$

(8),

$$R = \frac{kT}{e} \frac{1}{(I + I_0)} + r = r_n + r. \quad (11)$$

 $r$ (  $\gg I_0$ )

$$r_n = \frac{kT}{e \cdot I} = \frac{25}{I(A)} \quad (12)$$

 $R$ 

2.

$$R_0 = \frac{U}{I} = \text{ctg}\theta \quad (13)$$

3.  $R_0$  ( .8).  $R_i R$  , -  
 ) (

3. )  
 :

$$K = \frac{U}{U} = U \quad (14)$$

4. :

$$= \frac{\Delta I}{\Delta} \quad (15)$$

5. :

$$= \frac{\Delta I_S}{I_S \cdot \Delta T} \quad (16)$$

-  $U$  - , -

( .8).  $U$

$$1,5 \cdot 1 ;$$

( .8); , -

- ,  $n$  ; -

- ,  $f$  , ; -

- ; -

- , .

5.

1.

226( - )

7( - ).

.9.

1.

$R_1$

(0 ).

1

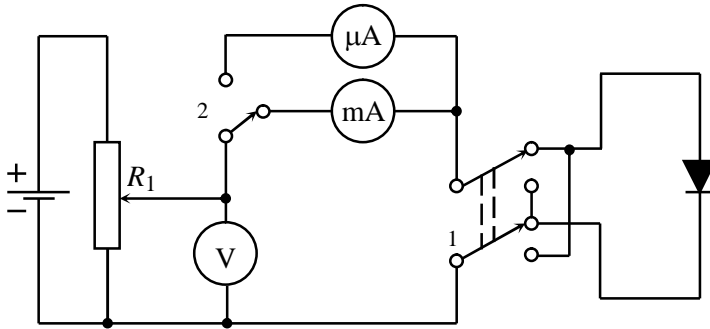
2.

1,0

$R_1$ .

0,1

0 0,7 ,



.9.

3.

1

10

1 0 7 .

4.

2.

$$I = f(U),$$

2.

1.

. 10.

2.

«

»

«

3.

$R (100 \div 500 )$

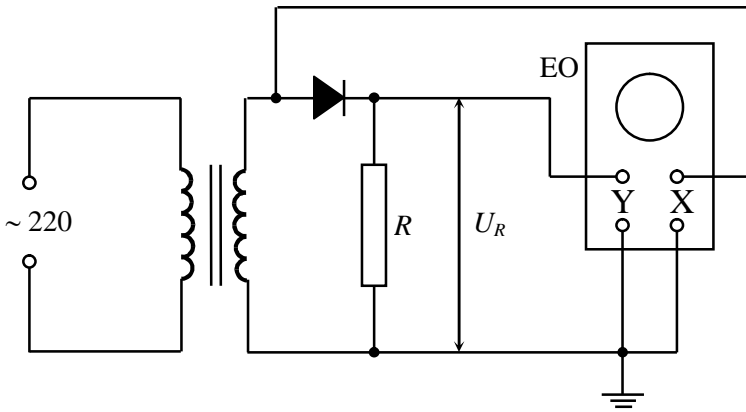
$U_R, \quad 6 \div 12$

$R$

X Y

$= f(U)$

$I U,$



. 10.

3.

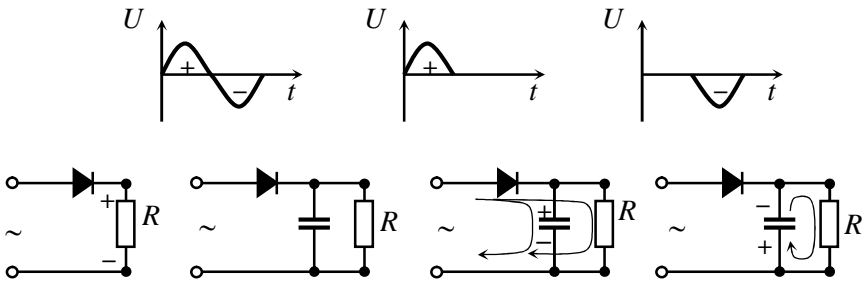
. 11, .

$U$

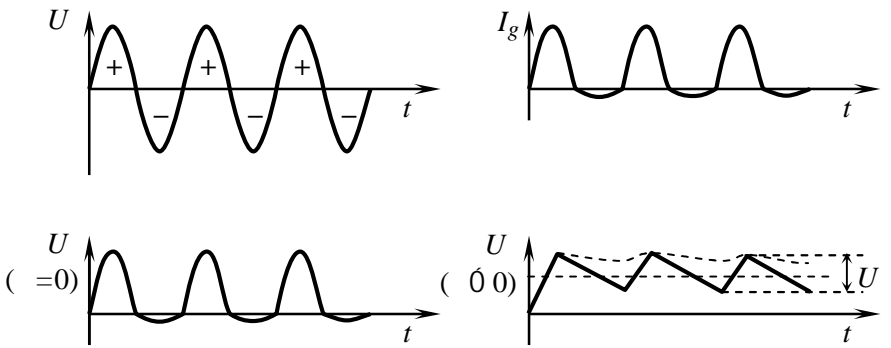
$R$

( . 12, ).

( . 11 12).



. 11.



. 12.

; - ; -

( . 11, ),

( . 11, ).

$R$ ,  
( . 11, ).

( . 11, ).

,

,

( . 11, ).

$U$

$U_0$

.12

$U$

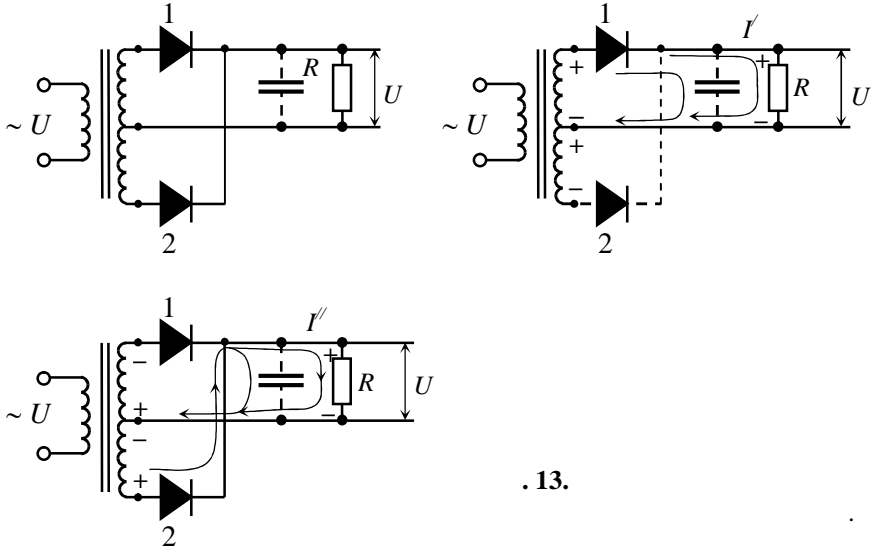
( . 13, )

( . 13, ).

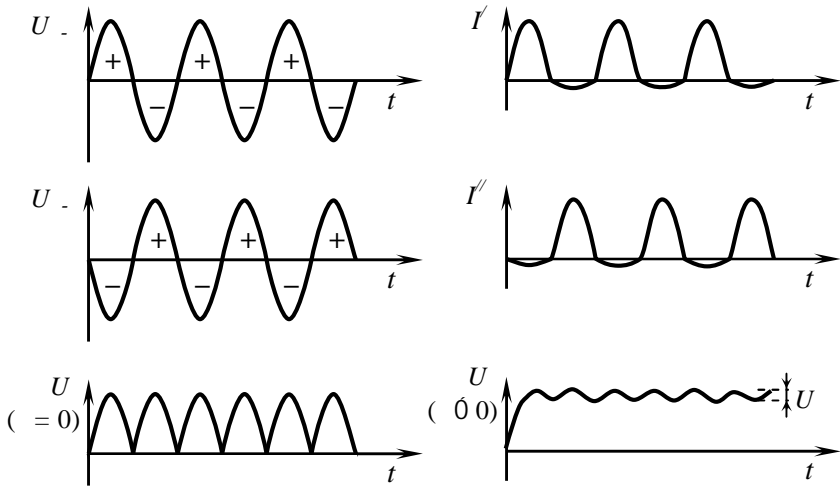
$R$

( , ),

( )



. 13.



. 14.

( . 13, ).

. 14

2

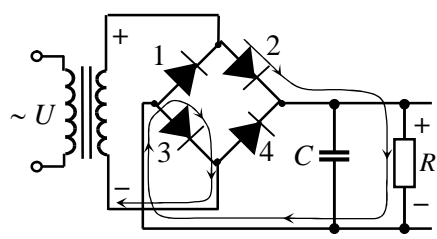
( . 15).

4

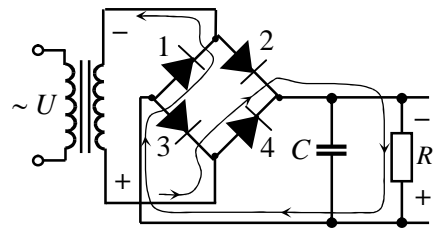
$R$ , 2 3

$R$  ( . 15, ). 1

1, 4



. 15.





, , « Y- » « »  
 .

1. - ?
2. *p-n-* ?
3. *p-n-* -
4. ?
5. ? -
6. .
7. *p-n-* ?
8. ?
9. .
- p-n-* 10. *p-n-* .
11. .

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

# ДОСЛІДЖЕННЯ ВОЛЬТ-АМПЕРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НАПІВПРОВІДНИКОВОГО ТРІОДА

### 1. МЕТА РОБОТИ

Ознайомлення з основними схемами вмикання та дослідження вольт-амперних характеристик біполярного транзистора, увімкненого за схемами зі спільною базою та спільним емітером. Визначення параметрів транзистора.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Будова та принцип дії площинних транзисторів. Біполярні та уніполярні транзистори. Схематичне та умовне зображення транзисторів. Схеми вмикання транзистора. Структура енергетичних зон напівпровідникового тріода за відсутності зовнішньої напруги та при її наявності.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Біполярний транзистор.
2. Джерело постійної напруги.
3. Міліамперметр і мілівольтметр магнітоелектричної системи.
4. Реостати, опори.
5. Набір з'єднувальних провідників з наконечниками.
6. Ключі та перемикачі.

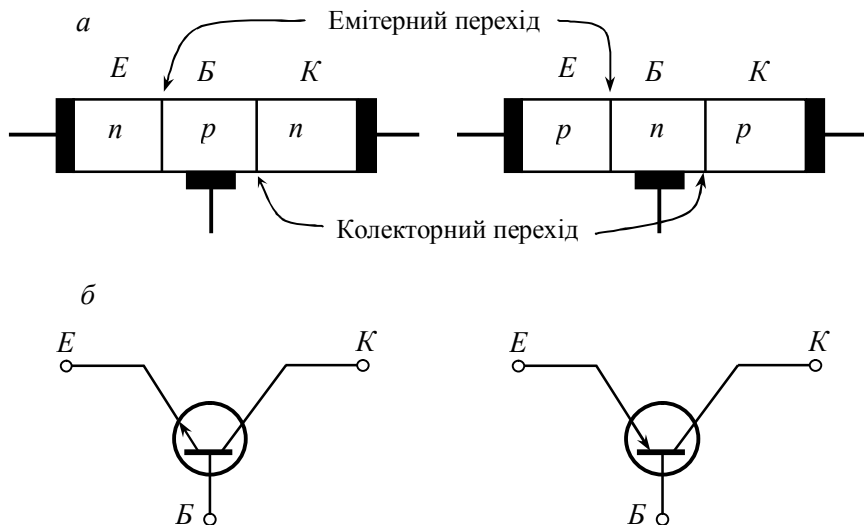
### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

#### 4.1. ПРИНЦИП ДІЇ ТА БУДОВА ПЛОЩИННИХ ТРАНЗИСТОРІВ

У 1948 р. Д. Бардін і В. Браттейн створили точковий напівпровідниковий тріод (транзистор). У 1949 р. В. Шоклі розробив площинний транзистор, який невдовзі повністю витіснив точкові. Точкові транзистори в даний час не виготовляють, і вони мають тільки історичний інтерес. Транзистори поділяються на біполярні та уніполярні.

*Біполярний транзистор* – це напівпровідниковий прилад з двома взаємовпливовими випрямними  $p-n$ -переходами і трьома виводами, підсилювальні властивості якого зумовлені явищами інжекції та екстракції неосновних носіїв заряду. Головною відмінною ознакою транзисторів є те, що для забезпечення їх нормальної роботи необ-

хідно мати одночасно носії заряду двох типів: основні й неосновні, позитивні та негативні. Для простоти у подальшому ми будемо використовувати термін «тріод» або «транзистор», маючи на увазі саме біполярний площинний тріод. Назва приладу «транзистор» складено із двох англійських слів: *transfer* – переносити і *resistor* – опір. У біполярних транзисторах перенесення електричного струму через кристал напівпровідника і підсилення сигналу зумовлені рухом носіїв заряду обох полярностей – електронів і дірок.

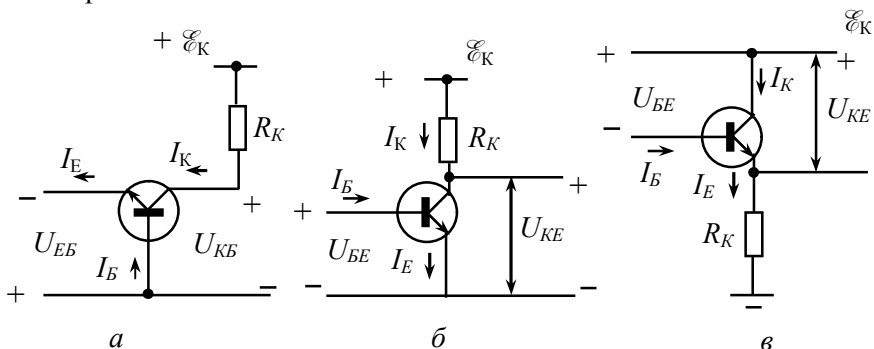


**Рис. 1.** Схематичне (а) та умовне (б) зображення транзисторів.

Схематичне та умовне зображення транзистора наведені на рис. 1. У залежності від чергування шарів з  $n$ - і  $p$ -провідностями розрізняють транзистори типу  $n$ - $p$ - $n$  та  $p$ - $n$ - $p$ . Центральну ділянку напівпровідникової структури транзистора називають *базою*. З лівої сторони на рис. 1 до бази примикає *емітерна* ділянка, яка утворює з базою *емітерний  $p$ - $n$ -перехід*. З правої сторони до бази примикає *колекторна* ділянка, яка утворює *колекторний  $p$ - $n$ -перехід*. До зовнішніх ділянок емітера  $E$ , бази  $B$  та колектора  $K$  приєднані металеві електроди (виводи), на які подається напруга зміщення  $p$ - $n$ -переходів. Емітер зображається у вигляді стрілки, яка показує прямий напрям струму емітерного переходу. Принцип роботи транзисторів обох типів однаковий, відмінність полягає у тім, що у транзисторі зі структурою  $p$ - $n$ - $p$  основний струм, що протікає через базу, створюється дірками, інжекткованими з емітера, а в транзисторі  $n$ - $p$ - $n$  – електронами. Більшість

біполярних транзисторів, як дискретних, так і тих, що входять до складу інтегральних мікросхем, виготовляють на базі монокристалічного кремнію і мають, як правило, структуру *n-p-n* типу. Тому далі будемо розглядати кремнієвий *n-p-n* транзистор, як найбільш розповсюджений тип транзистора.

В залежності від того, який електрод транзистора є спільним для вхідного і вихідного сигналів, розрізняють три схеми вмикання транзистора: зі спільним емітером (СЕ), спільною базою (СБ) і спільним колектором (СК) (рис. 2). Спільним називають електрод, щодо якого вимірюють і задають напруги. Струм у колі спільного електрода не визначають. Підсилювальні властивості транзистора проявляються, якщо у схемі зі спільною базою як вхідне коло використати *p-n*-переходи емітер-база, а як вихідне – база-колектор. У схемі зі спільним емітером вхідним є коло бази, а вихідним – коло колектора. Для схеми зі спільним колектором вхідним є коло бази, а вихідним – коло емітера.

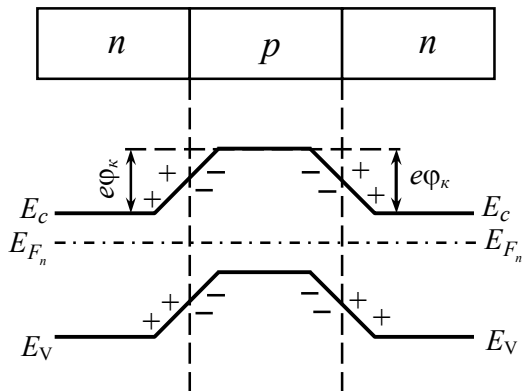


**Рис. 2.** Увімкнення транзистора типу *n-p-n* за схемою зі спільною базою (а), спільним емітером (б) і спільним колектором (в).

Основні властивості транзистора визначаються співвідношеннями струмів і напруг у різних його колах та взаємним їх впливом. Транзистор може працювати на постійному струмі, малому змінному, великому змінному та імпульсному сигналах. В активному режимі роботи транзистора (режимі підсилення потужності) на емітерний перехід подається напруга у прямому напрямку, а на колекторний перехід більша напруга у завірному (зворотному) напрямку, як показано на рис. 2, а, причому базовий вивід транзистора є спільним для вхідного (емітерного) і вихідного (колекторного) кола.

Структура енергетичних зон за умови відсутності на *p-n*-переходах напруг зображена на рис. 3. Якщо б емітерний і колекторний переходи знаходилися на великій відстані один від одного, тобто

товщина бази була б значно більшою за дифузійну довжину, то носії, інжектвані емітером, не доходили б до колектора, а рекомбінували б у базі. Така система із двох  $p$ - $n$ -переходів вела б себе як два взаємно не зв'язані напівпровідникові діоди.



**Рис. 3.** Структура енергетичних зон напівпровідникового тріода при  $U = 0$  (рівноважний стан  $n$ - $p$ - $n$ -переходів).

Особливість транзистора полягає у взаємному впливі одного  $p$ - $n$ -переходу на другий. Для ефективного впливу емітерного переходу на колекторний необхідно, щоб виконувались наступні основні вимоги.

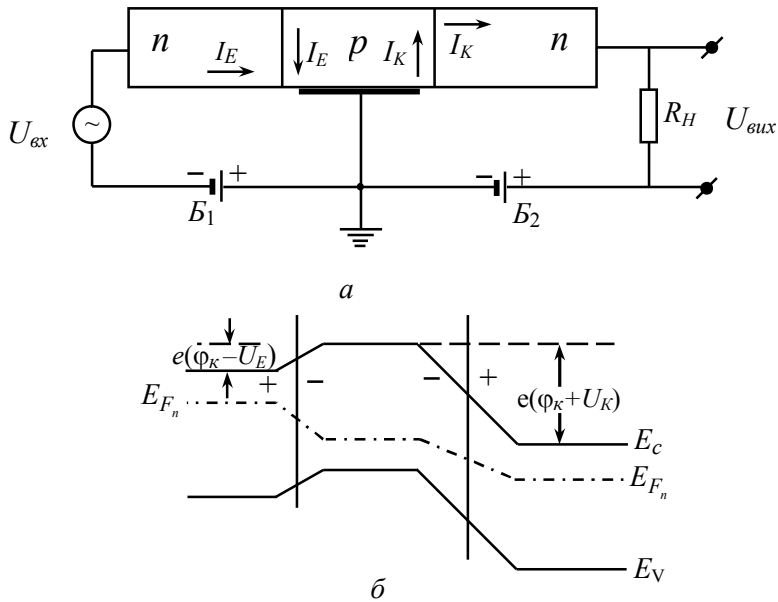
*Товщина бази транзистора  $d_B$  повинна бути набагато меншою за дифузійну довжину  $L_n$  інжектваних в неї носіїв ( $d_B = 1,5 \div 25 \text{ мкм} \ll \ll L_n$ ).*

*База повинна мати концентрацію основних носіїв набагато меншу за концентрацію основних носіїв в ділянці емітера. Концентрацію основних носіїв в ділянці колектора роблять дещо меншою ніж в області емітера.*

*Площа колекторного переходу повинна бути у кілька разів більшою за площу емітерного переходу.*

Необхідність виконання цих умов при створенні транзисторів буде пояснена нижче.

На рис. 4, *a* наведена схема транзистора  $n$ - $p$ - $n$ -типу з увімкненими до нього джерелами живлення. У колі між базою і емітером увімкнено батарею  $B_1$  і джерело зовнішньої змінної ЕРС. При використанні транзистора як підсилювача батареї  $B_1$  і  $B_2$  вмикають таким чином, щоб емітерний перехід був зміщений у прямому напрямку, а колекторний – у зворотному (рис. 4, *a*).



**Рис. 4.** *a* – Схема вмикання транзистора *n-p-n*; *б* – енергетична схема *n-p-n*-переходів транзистора, увімкненого в електричне коло.

Оскільки *n-p*-перехід емітер-база зміщений у прямому напрямку, енергетичний бар'єр для електронів, які переходять з емітера в базу, понижений на  $eU_E$  і виявляється рівним  $e(\phi_K - U_E)$ . В емітерній ділянці, яка має *n*-тип провідності, струм створюється в основному потоком електронів, які є основними носіями. У *p-p*-переході ці електрони інжектуються в ділянку бази і як неосновні носії дифундують до колектора. Таким чином, при увімкненні емітерної напруги  $U_E$  у прямому напрямі, в емітерному колі потече струм емітера  $I_E$ , який має дві складові – електронну  $I_{nE}$  і діркову  $I_{pE}$ :

$$I_E = I_{nE} + I_{pE} . \quad (1)$$

Якщо б концентрація основних носіїв в емітерній і базовій ділянках була б однаковою, то емітерний струм складався б наполовину з електронів, інжекттованих з емітера у базу, наполовину з дірок інжекттованих з бази в емітер. Якщо ж концентрація легуючої домішки в емітері значно більша, ніж у базі,  $N_E \gg N_B$ , то електронна складова струму емітера у транзисторі набагато більша некорисної діркової складової:

$$I_{nE} \gg I_{pE}. \quad (2)$$

Некорисною у роботі транзистора діркова складова виявляється тому, що вона замикається через коло бази і не бере участі в утворенні струму колектора. Ефективність емітера характеризується *коефіцієнтом інжекції*, який для транзистора *n-p-n*-типу визначається як відношення електронної складової емітерного струму  $I_{nE}$  до повного струму емітера  $I_E$ :

$$\gamma = \frac{I_{nE}}{I_E} = \frac{I_{nE}}{I_{nE} + I_{pE}}. \quad (3)$$

У сучасних транзисторах коефіцієнт  $\gamma$  незначно відрізняється від одиниці ( $\gamma \approx 0,999$ ).

Частина електронів, інжекттованих емітером, буде рекомбінувати з дірками у базі. Якщо товщина бази набагато менша за дифузійну довжину електронів  $L_n$  у ній, то більшість електронів дійде до колектора.

Оскільки колекторний *p-n*-перехід зміщений у зворотному напрямку, всі електрони, які дійшли до ділянки просторового заряду колектора, будуть захоплені електричним полем переходу і перемістяться у квазінейтральну ділянку колектора. Входячи у колектор як основні носії, вони сильно збільшують колекторний струм, який за відсутності інжекттованих електронів просто дорівнював струму насичення *p-n*-переходу, увімкненому у запірному напрямку і був дуже малий.

Для оцінки впливу рекомбінації носіїв заряду в базі на властивості підсилення транзистора використовують *коефіцієнт перенесення у базі*, який показує, яка частина інжекттованих емітером електронів досягає колекторного переходу:

$$\beta = \frac{I_{nK}}{I_{nE}}. \quad (4)$$

Коефіцієнт перенесення  $\beta$  тим ближчий до одиниці, чим менші товщина бази і концентрація дірок у базі в порівнянні з концентрацією електронів в емітері.

Одним із основних параметрів транзистора є *коефіцієнт передачі струму емітера*, який дорівнює відношенню приросту струму колектора до приросту струму емітера при сталій напрузі на колекторному переході:

$$\alpha = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_E} \quad \text{при} \quad U_{КБ} = const. \quad (5)$$

Коефіцієнт передачі струму емітера  $\alpha$  зв'язаний з  $\beta$  простим співвідношенням:

$$\alpha = \beta / (1 + \beta) \quad \text{або} \quad \beta = \alpha / (1 - \alpha). \quad (6)$$

Крім того, коефіцієнт  $\alpha$  може бути виражений через величини  $\gamma$  і  $\beta$  наступним співвідношенням:

$$\alpha = \gamma \cdot \beta. \quad (7)$$

Через те, що  $\gamma$  і  $\beta$  менші за одиницю, і коефіцієнт передачі струму емітера  $\alpha$  також не перевищує одиниці. Зазвичай  $\alpha = 0,95 \div 0,99$ . Чим більший коефіцієнт  $\alpha$ , тим менше відрізняються між собою струми колектора і емітера, а, отже, більш ефективно можуть бути використані підсилювальні властивості транзистора.

Оскільки у колі колектора, крім струму, зумовленого екстракцією електронів із бази в колектор, протікає власний зворотний струм колекторного переходу  $I_{КБЗ}$ , то повний струм колектора:

$$I_K = \alpha \cdot I_{nE} + I_{КБЗ}. \quad (8)$$

Враховуючи, що струм  $I_{КБЗ}$  за величиною незначний, можна вважати:

$$I_K = \alpha \cdot I_{nE}. \quad (9)$$

Із виразу (9) випливає, що транзистор – це керований прилад, оскільки величина його колекторного струму залежить від величини струму емітера.

У залежності від полярності напруг, прикладених до емітерного і колекторного переходів транзистора, розрізняють чотири режими його роботи:

1. *Активний режим* – на емітерний *p-n*-перехід подається напруга у прямому напрямку, а на колекторний – у зворотному. Цей режим є основним режимом роботи транзистора. Внаслідок того, що напруга у колі колектора значно перевищує напругу, прикладену до емітерного *p-n*-переходу, а струми у колах емітера і колектора практично однакові, потужність корисного сигналу на виході схеми (у колекторному колі) буде більшою, ніж на вхідному (емітерному) колі транзистора.
2. *Режим відсікання* – обидва *p-n*-переходи зміщені у зворотному напрямку, при цьому через транзистор протікають порівняно малі



струми, зумовлені рухом неосновних носіїв заряду. Практично у режимі відсікання транзистор виявляється закритий.

3. *Режим насичення* – обидва *p-n*-переходи зміщені у прямому напрямку. Струм у вихідному колі транзистора максимальний і практично не регулюється струмом вхідного кола. У цьому режимі транзистор повністю відкритий.
4. *Інверсний режим* – емітерний *p-n*-перехід зміщений у зворотному напрямку, а колекторний – у прямому. Емітер і колектор міняються своїми ролями – емітер виконує функції колектора, а колектор функції емітера. Цей режим, як правило, не відповідає нормальним умовам експлуатації транзистора.

У режимах відсікання і насичення керування транзистором майже відсутнє. В активному режимі таке керування здійснюється найбільш ефективно, причому транзистор може виконувати функції активного елемента електричної схеми (підсилення, генерування, перемикання тощо).

#### 4.2. ВОЛЬТ-АМПЕРНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАНЗИСТОРІВ

*Вольт-амперними характеристиками транзисторів називаються залежності струмів транзистора від напруг.* Розрізняють *динамічні* й *статичні* характеристики. Назва «статичні» зв'язана з тим, що характеристики знімаються при сталій напрузі на одному з *p-n*-переходів або постійному струмі через один з *p-n*-переходів.

Якщо позначити напругу і струм вхідного електрода транзистора через  $U_1$  і  $I_1$ , а напругу і струм вихідного – через  $U_2$  і  $I_2$ , то взаємозв'язок цих чотирьох величин можна виразити 24 сімействами характеристик, які належать до шести систем:

$$1) \quad U_1 = f_1(I_1, I_2); \quad 4) \quad I_1 = f_1(U_1, I_2);$$

$$U_2 = f_2(I_1, I_2); \quad U_2 = f_2(U_1, I_2);$$

$$2) \quad I_1 = f_1(U_1, U_2); \quad 5) \quad I_1 = f_1(I_2, U_2);$$

$$I_2 = f_2(U_1, U_2); \quad U_1 = f_2(I_2, U_2);$$

$$3) \quad U_1 = f_1(I_1, U_2); \quad 6) \quad I_2 = f_1(U_1, I_1);$$

$$I_2 = f_2(I_1, U_2); \quad U_2 = f_2(U_1, I_1).$$

Із чотирьох можливих сімейств характеристик кожної системи, які зв'язують між собою чотири величини:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $U_1$  і  $U_2$ , – два сімейства

є основними, а два – другорядними. Їх можна отримати із основних шляхом перебудови. Як основні зручно вибирати сімейства характеристик, які зв'язують струм і напругу на вході – *вхідні характеристики* – і струм і напругу на виході – *вихідні характеристики*. Інші два сімейства характеристик є наслідком вхідних і вихідних. Сімейства характеристик, які зв'язують струми або напруги на виході зі струмами або напругами на вході, називають *характеристиками передавання*, а сімейства, які зв'язують напруги і струми на вході зі струмами або напругами на виході, – *характеристиками зворотного зв'язку*.

*Вхідною характеристикою транзистора* називається залежність вхідного струму від вхідної напруги при сталому вихідному струмі або сталій вихідній напрузі. *Вихідною характеристикою транзистора* називається залежність вихідного струму від вихідної напруги при сталому вхідному струмі або сталій вхідній напрузі. Отже, існує два сімейства вхідних характеристик і два сімейства вихідних характеристик.

Напруга на вході і виході відраховується щодо спільного електрода. У відповідності з цим можна знімати характеристики для схеми зі спільною базою, спільним емітером і спільним колектором. Оскільки характеристики схеми зі спільним колектором незначно відрізняються від характеристик схеми зі спільним емітером, то вони окремо не розглядаються.

З вольт-амперних характеристик можна визначити основні параметри транзистора, нелінійні спотворення, визначити діапазон допустимих напруг і струмів, оцінити придатність транзисторів для різних схем, здійснити розрахунки схем, побудувати лінію навантаження і прослідкувати зміну параметрів транзистора протягом робочого циклу, наочно пояснити фізичні процеси, які відбуваються у різних схемах. Вольт-амперні характеристики ілюструють якість транзисторів та їх придатність до конкретних схем.

**4.2.1. Характеристики транзисторів зі спільною базою.** Експериментально ВАХ зі спільною базою можна зняти за допомогою схеми, зображеною на рис. 5. Вхідним струмом є струм емітера, вхідною напругою – напруга емітер-база, тобто  $U_{EB}$ .

Сімейство статичних вхідних характеристик транзистора показано на рис. 6, а. Від'ємний потенціал емітера є прямою напругою для емітерного переходу, і тому вхідна характеристика, виміряна при  $U_K = 0$ , подібна ВАХ діода. Збільшуючи пряму напругу, прямий струм зростає за експоненціальним законом. При цьому справедливе рівняння  $I_E = I_B + I_K$ , тобто незначна доля струму емітера відгалужується

у коло бази, а решта струму протікає по колу колектора. Струм бази створює спад напруги на активному опорі матеріалу бази, і тому частина напруги  $U_E$  спадає на емітерному переході, а частина – на опорі бази.

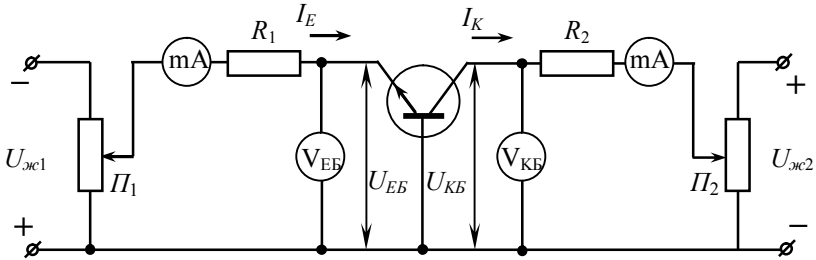


Рис. 5. Схема для дослідження ВАХ транзистора типу  $n-p-n$ , увімкненого за схемою зі спільною базою.

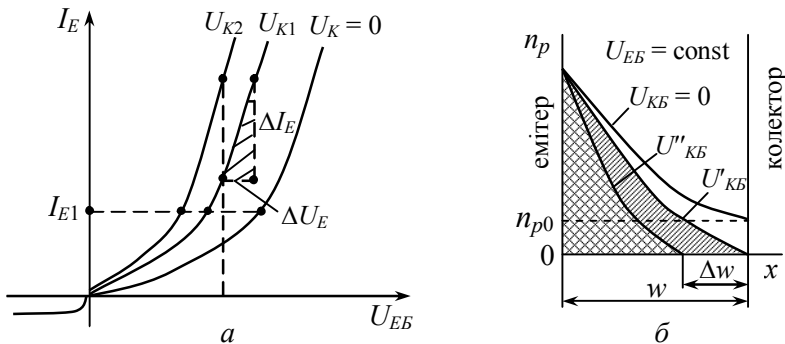


Рис. 6. Вхідні характеристики транзистора зі спільною базою (а) та розподіл концентрації електронів в ділянці бази при різних напругах на колекторі та сталій напрузі на емітері (б).

Із збільшенням додатного потенціалу на колекторі вхідна характеристика  $I_E = f(U_E)$  при  $U_K = const$  зміщується у сторону великих струмів емітера (рис. 6, а). Це пояснюється двома причинами.

По-перше, зі збільшенням напруги на колекторі і сталій напрузі  $U_{EB}$  відбувається перерозподіл струму емітера між базою і колектором: значна частина струму відгалужується у коло колектора, струм бази зменшується і, отже, зменшується спад напруги на опорі бази і збільшується напруга на емітерному переході, що і викликає збільшення струму емітера.

По-друге, значну роль відіграє ефект модуляції ширини бази. Якщо при сталій напрузі на емітерному переході і, отже, незмінній кон-

центрації нерівноважних електронів  $\Delta n_0$  біля переходу зі сторони бази збільшити напругу на колекторі, то база звужиться на величину  $\Delta w$  за рахунок розширення колекторного переходу (рис. 6, б). Але оскільки концентрація нерівноважних електронів біля колекторного переходу дорівнює нулю, а біля емітерного залишається незмінною  $\Delta n_0$ , то градієнт концентрації збільшиться. Отже, і струм емітера збільшується пропорційно градієнту концентрації електронів у базі.

Якщо при незмінному струмі емітера збільшувати додатну напругу на колекторі, то напруга на емітері буде зменшуватися (рис. 6, а). Це явище отримало назву *внутрішнього зворотного зв'язку* і пояснюється також модуляцією ширини бази. При сталому струмі емітера концентрація електронів у базі залишається незмінною. Тому із звуженням бази на  $\Delta w$  при збільшені напруги на колекторі крива розподілу нерівноважних електронів зміщується, тобто збільшується концентрація електронів у базі і зменшується спад напруги між емітером і базою.

Відношення:

$$\mu_{EK} = \frac{\Delta U_E}{\Delta U_K} = \frac{dU_E}{dU_K} \quad \text{при } I_E = \text{const}, - \quad (10)$$

*називається коефіцієнтом зворотного зв'язку.*

Із вхідних характеристик можна визначити вхідний опір транзистора постійному струму і диференціальний вхідний опір, або вхідний опір змінному струму:

$$r_{ex} = \frac{\Delta U_E}{\Delta I_E} \quad \text{при } U_K = \text{const} \text{ або } I_K = \text{const}. \quad (11)$$

Враховуючи, що керована емітером складова струму колектора дорівнює  $\gamma \cdot \beta \cdot I_E$ , для повного струму колектора:

$$I_K = \alpha I_E - I_{BK} \left( e^{\frac{eU_K}{kT}} - 1 \right), \quad (12)$$

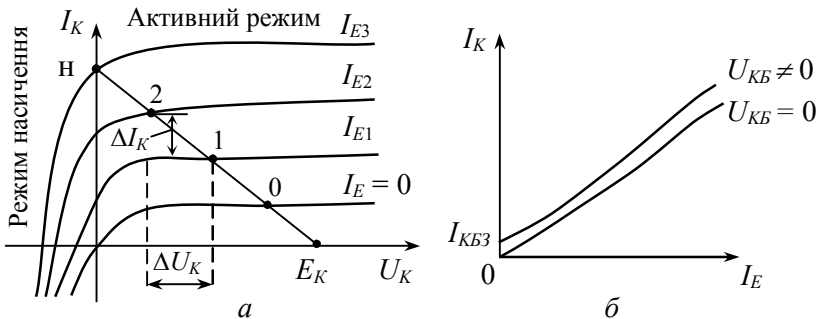
де  $\alpha = \gamma \cdot \beta$  – *коефіцієнт передавання струму емітером.*

У вираз (12) входить значення  $U_K$  – спад напруги на запірному шарі колектора. Слід відмітити, що під напругою  $U_K$  і  $U_E$  розуміють різницю потенціалів на границях запірного шару колекторного і емітерного переходів. Будемо вважати, що  $U_E \cong U_{EB}$ ,  $U_K \cong U_{KB}$ , допустивши, що струми емітера, бази, колектора і створювані ними спади напруг малі.

Вираз (12) описує сімейство вихідних вольт-амперних характеристик транзистора зі спільною базою. При  $I_E = 0$  вихідна ВАХ транзи-

стора подібна до характеристики ізольованого  $p-n$ -переходу, як показано на рис. 7, а.

За умови  $I_E \neq 0$  при  $U_K = 0$  у колі колектора протікає значний струм, що пояснюється дифузією електронів до колекторного переходу і перенесенням їх полем переходу у колектор. Для припинення цього струму потрібно на колектор подати напругу, приблизно рівну вхідній напрузі. Тоді інжекція електронів з колектора у базу компенсує їх перехід з бази у колектор. Ділянки характеристик, розташовані лівіше осі ординат, відповідають режиму насичення транзистора.



**Рис.7.** Сімейство вихідних ВАХ транзистора (а) та статичних характеристик передавання струму транзистора (б), увімкненого за схемою зі спільною базою.

При збільшенні додатної напруги на колекторі струм колектора у робочій частині характеристики змінюється дуже незначно, якщо підтримувати  $I_E = const$ , і помітно зростає, якщо утримувати  $U_E = const$ . Це пояснюється тим, що у першому випадку струм колектора зростає тільки за рахунок зменшення струму бази, а у другому – і за рахунок збільшення струму емітера.

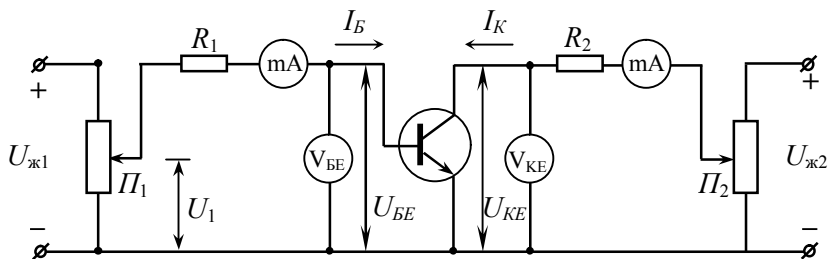
Із збільшенням додатної напруги на колекторі зменшується об'єм бази і знижується концентрація електронів у ній (при  $I_E = const$ ), і тому зменшується рекомбінація електронів і зменшується струм бази. З ростом струму емітера пропорційно зростає і струм колектора, а зі збільшенням  $U_E$  струм емітера і струм колектора зростають за експоненціальним законом.

Сімейство статичних характеристик передавання струму транзистора, увімкненого за схемою зі спільною базою, приведено на рис. 7, б. Характеристики передавання у першому наближенні можна вважати прямими лініями. У дійсності коефіцієнт передавання постійного струму емітера залежить від струму емітера.

Зміщення статичних характеристик передавання уверх у вибраній системі координат при збільшенні напруги на колекторі зв'язане із зменшенням рекомбінації електронів при їх переміщенні через більш тонку базу.

При нарузі на колекторі, відмінній від нуля, характеристики передавання беруть свій початок не у початку координат, а у точках на осі координат, які відповідають зворотному струму колектора  $I_{КБЗ}$ . Проте значенням цього струму часто можна знехтувати.

**4.2.2. Характеристики транзисторів зі спільним емітером.** У схемі зі спільним емітером (рис. 8) вхідним струмом є струм бази, вхідною напругою – напруга база-емітер  $U_{БЕ}$ , причому прямим для емітерного переходу є додатна напруга на базі. Вихідним струмом є струм колектора, а вихідною напругою – напруга колектор-емітер  $U_{КЕ}$ .

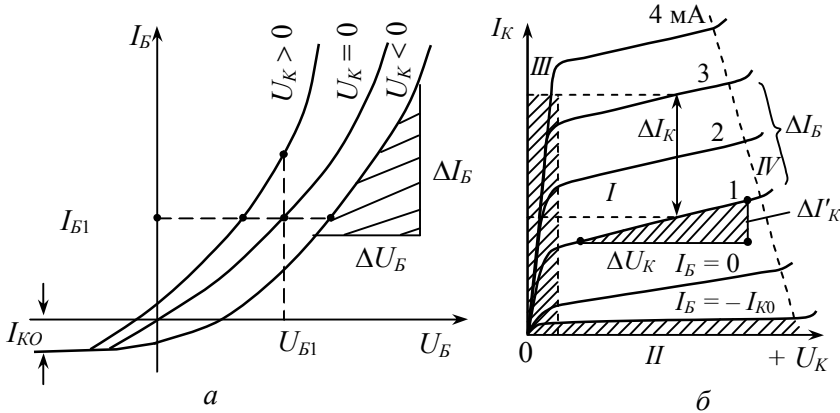


**Рис. 8.** Електрична схема для дослідження статичних ВАХ транзистора типу  $n-p-n$ , увімкненого за схемою зі спільним емітером.

Сімейство вхідних характеристик  $I_B = f(U_B)$  при  $U_K = const$  зображено на рис. 9. При  $U_{БЕ} = 0$  і  $U_{КЕ} = 0$  (повзунки потенціометрів  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  знаходяться у крайньому нижньому положенні (рис. 8)) на емітерному і колекторному переходах діють тільки контактні різниці потенціалів; струм бази і струм колектора відсутні, хоча є струми неосновних носіїв. Неосновні носії (електрони) із бази попадають, як в емітер, так і в колектор, а дірки із емітера і колектора – у базу, але ці струми вимірюються одиницями мікроампер, і тому у більшості випадків їх не враховують.

Якщо, повзунки потенціометрів  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  (рис.8) перемістити у середнє положення, то до емітерного переходу буде прикладена напруга у прямому напрямку, а до колекторного – у зворотному. Тепер значна кількість електронів емітера подолає потенціальний бар'єр емітерного переходу. Ці електрони, попадаючи у базу, створять струм бази і струм колектора. Чим більша напруга на базі, тим мен-

шим стає потенціальний бар'єр між емітером і базою. Струм емітера зростає, а це приводить до збільшення струму бази і струму колектора. Чим нижча напруга на колекторі, тим більший струм бази, бо при меншій нарузі на колекторному переході більша частина електронів, які потрапляють із емітера у базу, утворюють струм бази.



**Рис. 9.** Сімейство статичних вхідних (а) та вихідних (б) ВАХ транзистора, увімкненого за схемою зі спільним емітером.

Із вхідних характеристик транзистора можна визначити коефіцієнт зворотного зв'язку по нарузі або по струму і вхідний опір транзистора

$$r_{\text{вх}} = \frac{\Delta U_B}{\Delta I_B} \quad \begin{array}{l} \text{при } U_K = \text{const}, \\ \text{або } I_K = \text{const}. \end{array} \quad (13)$$

Сімейство вихідних статичних характеристик транзистора, увімкненого за схемою зі спільним емітером, наведено на рис. 9, б. Основним є сімейство  $I_K = f(U_K)$  при  $I_B = \text{const}$ . Друге сімейство  $I_K = f(U_K)$  при  $U_B = \text{const}$  використовується рідко. Можна виділити чотири ділянки характеристик: ділянка I – активна, ділянка II – відсікання, ділянка III – насичення, ділянка IV – лавинного пробую. Якщо  $U_K = 0$ , або  $U_K < U_B$ , то транзистор перебуває в режимі насичення. Іншими словами, в режимі насичення і емітерний, і колекторний переходи, зміщені в прямому напрямку. В режимі насичення емітер і колектор одночасно виконують ролі і емітера, і колектора.

Із сімейства вихідних характеристик можна визначити вихідний опір транзистора:

$$r_{\text{вих}} = \frac{\Delta U_K}{\Delta I_K} \quad \begin{array}{l} \text{при } I_B = \text{const}, \\ \text{або } U_B = \text{const}. \end{array} \quad (14)$$

Важливим параметром транзистора в схемі зі спільним емітером є коефіцієнт підсилення по струму:

$$\beta_0 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B} \quad \text{при } U_K = \text{const}. \quad (15)$$

Його можна визначити із сімейства вихідних характеристик  $I_K = f(U_K)$  при  $I_B = \text{const}$  (рис. 9, б). Величина  $\beta_0$  залежить від конструкції транзистора і режиму роботи, тобто від струму емітера. Чим менший струм бази при заданому струмі колектора, тим, очевидно, більше  $\beta_0$ . Струм бази залежить від швидкості рекомбінації електронів в об'ємі бази і на її поверхні.

#### 4.4. ПАРАМЕТРИ БІПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

При роботі транзистора в схемах підсилення важливу роль відіграють змінні сигнали з малими амплітудами. Якщо змінні напруги на  $p$ - $n$ -переходах транзистора досить малі, то зміни струмів в ньому виявляються лінійними функціями цих напруг. Транзистор можна розглядати як лінійний активний чотириполюсник (рис. 10). Пристрій, що має два вхідні і два вихідні виводи й здатний підсилювати потужність підведених до нього електричних сигналів, називається *активним чотириполюсником*.

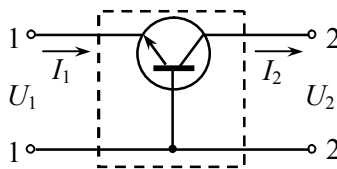


Рис. 10. Транзистор як чотириполюсник.

Необхідно врахувати, що транзистор має тільки три виводи (емітер, база, колектор). Тому один із них є спільним для вхідного і вихідного кіл, що відповідає розглянутим вище трьом можливим схемам вмикання транзистора (рис. 2). Транзистор-чотириполюсник можна охарактеризувати сімейством статичних вольт-амперних характеристик, які зв'язують величини постійних напруг  $U_1$ ,  $U_2$  і струмів  $I_1$ ,  $I_2$  на вході і виході транзистора. Усі ці чотири величини взаємозв'язані,



причому достатньо задати дві із них, щоб однозначно визначити із статичних характеристик дві інші величини.

Із теорії чотириполюсника відомо, що він може характеризуватися різними системами параметрів ( $Y$ ,  $Z$  або  $H$ -системами) у залежності від того, які з величин струмів і напруг приймають за аргументи, а які є функціями. При роботі транзистора на низьких частотах його параметри можна вважати суто активними, у цих випадках їх записують буквами:  $y$ ,  $z$  і  $h$  відповідно.

Система  $y$ -параметрів одержується, якщо як аргументи вибрані напруги на вході  $U_1$  і виході  $U_2$ , а функціями є струми  $I_1$  і  $I_2$  (режим короткого замикання на вході та виході),  $y$ -параметри мають розмірність провідності.

Система  $z$ -параметрів одержується, якщо як аргументи вибрати струми на вході  $I_1$  і виході  $I_2$ , а функціями будуть напруги  $U_1$  і  $U_2$  (режим холостого ходу на вході та виході),  $z$ -параметри мають розмірність опору.

Система  $h$ -параметрів використовується на практиці найчастіше. У цьому випадку як аргументи вибирають вхідний струм  $I_1$  і вихідну напругу  $U_2$ , а функціями є вихідний струм  $I_2$  і вхідна напруга  $U_1$  (режим холостого ходу на вході та короткого замикання на виході):

$$U_1 = f_1(I_1, U_2) \quad \text{і} \quad I_2 = f_2(I_1, U_2). \quad (19)$$

Диференціюючи величини  $U_1$  і  $I_2$  по  $I_1$  і  $U_2$ , одержимо наступні рівняння:

$$dU_1 = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial U_1}{\partial U_2} dU_2; \quad (20)$$

$$dI_2 = \frac{\partial I_2}{\partial I_1} dI_1 + \frac{\partial I_2}{\partial U_2} dU_2. \quad (21)$$

Якщо на постійні складові струмів і напруг накласти досить малі сигнали змінної напруги  $u$  або  $i$ , то їх амплітуди (або, відповідно, діючі значення) можна розглядати як малі прирости постійних складових. У цьому випадку можна записати:

$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2; \quad (22)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2. \quad (23)$$

Тут індекс 11 (читається «один-один») означає вхідний параметр (який характеризує вхідне коло), індекс 12 («один-два») – параметр зворотного зв'язку, індекс 21 («два-один») – параметр прямої пере-

дачі і індекс 22 («два-два») – вихідний параметр.  $h$ -Параметри називають також гібридними, або змішаними, тому, що одні з них мають розмірність провідності, другі – опору, а треті – взагалі безрозмірні.

Всього є чотири  $h$ -параметри, кожен з яких має певний фізичний зміст:

$$h_{11} = \left. \frac{\Delta U_{ex}}{\Delta I_{ex}} \right|_{U_{вих}=0} \quad \text{– вхідний опір транзистора при короткому замиканні на виході } (U_{вих} = 0); \text{ вимірюється в Омах};$$

$$h_{12} = \left. \frac{\Delta U_{ex}}{\Delta U_{вих}} \right|_{I_{ex}=0} \quad \text{– коефіцієнт зворотної передачі напруги при холостому ході на вході; безрозмірна величина};$$

$$h_{21} = \left. \frac{\Delta I_{вих}}{\Delta I_{ex}} \right|_{U_{вих}=0} \quad \text{– коефіцієнт підсилення струму у прямому напрямку (від входу до виходу) при короткому замиканні на виході; безрозмірна величина};$$

$$h_{22} = \left. \frac{\Delta I_{вих}}{\Delta U_{вих}} \right|_{I_{ex}=0} \quad \text{– вихідна провідність при холостому ході на вході; вимірюється в Сіменсах (См)}.$$

Знак  $\Delta$  означає невелику зміну напруг  $U$  або струму  $I$  відносно їх значень у статичному режимі.

Переваги  $h$ -параметрів полягають у зручності їх експериментального визначення. Крім того,  $h$ -параметри вимірюють в режимах, близьких до режимів роботи транзисторів у практичних схемах. Усі  $h$ -параметри можна визначити зі статичних характеристик. При цьому параметри  $h_{11}$  і  $h_{12}$  визначають з вхідних, а  $h_{21}$  і  $h_{22}$  – з вихідних характеристик. Необхідно тільки мати на увазі, що значення  $h$ -параметрів залежить від схеми вмикання транзистора. Для того, щоб вказати схему вмикання, до цифрових індексів  $h$ -параметрів додають буквені індекси:  $B$  – якщо транзистор включений за схемою зі спільною базою, або  $E$  – якщо транзистор включений за схемою зі спільним емітером. Крім того, приріст вхідних і вихідних струмів і напруг необхідно замінити приростами напруг і струмів відповідних електродів транзистора з врахуванням певної схеми вмикання (рис. 2).

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Завдання 1. Дослідження характеристик транзистора, увімкненого за схемою зі спільною базою

Для дослідження вхідних характеристик  $I_E = f(U_{EB})$  при різних значеннях напруги між колектором і базою  $U_{KB}$  зібрати електричне коло за схемою, наведеною на рис. 5. Напруги живлення на вході і виході

задати  $U_{ж1} = 5$  В,  $U_{ж2} = 15$  В, опори резисторів  $R_1$ ,  $R_2$  вибирати в межах 100 – 200 Ом. Напруги  $U_{EB}$  та  $U_{KB}$  можна вимірювати одним вольтметром шляхом перемикання з емітера на колектор і навпаки. Обов'язково дослідити вхідну характеристику при  $U_{KB} = 0$  (колектор і базу транзистора з'єднати провідником). Струм емітера змінювати в межах від 0 до 100 мА. При дослідженні вхідних характеристик слідкувати за напругою на колекторі і підтримувати задане її значення потенціометром  $\Pi_2$ .

Вихідні характеристики  $I_K = f(U_{KB})$  дослідити при різних струмах емітера. Обов'язково дослідити характеристику для  $U_{EB} = 0$  (емітер і базу транзистора з'єднати провідником). Струм колектора змінювати в межах від 0 до 100 мА.

Побудувати вхідні та вихідні характеристики транзистора в однаковому масштабі. Із вихідних характеристик оцінити коефіцієнт передачі струму емітера, диференціальний опір колектора та визначити  $h$ -параметри.

## **Завдання 2. Дослідження вихідних характеристик транзистора, увімкненого за схемою зі спільним емітером**

Для дослідження вихідних характеристик  $I_K = f(U_{KB})$  транзистора, увімкненого за схемою зі спільним емітером, при різних значеннях струму бази  $I_B$  зібрати схему, наведену на рис. 8. В даній схемі  $U_{ж1} = 15$  В, а резистор  $R_1$  необхідно брати різних номіналів від 500 Ом до 10 кОм. Звернути увагу на те, що при великих значеннях опору резистора  $R_1$  вимірювання струму бази мікроамперметром можна замінити вимірюванням напруги  $U_1$ , а струм бази вирахувати за формулою  $I_B = U_1/R_1$ . Опір резистора  $R_2$  вибирати в межах 100–200 Ом. Напруги  $U_{BE}$  та  $U_{KE}$  можна вимірювати одним вольтметром шляхом перемикання з бази на колектор і навпаки. Обов'язково дослідити вихідну характеристику при  $I_B = 0$  (базу транзистора відімкнути від схеми). Струм колектора змінювати в межах від 0 до 100 мА.

Побудувати вихідні характеристики транзистора, з яких обчислити диференціальний опір колектора:  $r_K = \Delta U_{KE}/\Delta I_K$  при  $\Delta I_B = 0$ .

## **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Яка відмінність між точковим і площинним транзисторами?
2. Пояснити принцип роботи біполярного транзистора.
3. Яку роль відіграють емітер, база і колектор в транзисторі?
4. З якою метою базу транзистора роблять тонкою?

5. Які носії заряду є основними і неосновними в емітерній, базовій і колекторній ділянках транзистора?
6. Описати процеси інжекції та екстракції носіїв заряду в транзисторі.
7. Нарисувати та пояснити енергетичну діаграму транзистора для рівноважного стану та для активного режиму.
8. Нарисувати вхідні характеристики транзистора, увімкненого за схемою зі спільною базою.
9. Як впливає напруга на колекторі на коефіцієнт передачі струму емітера?
10. Нарисувати вихідні характеристики транзистора, увімкненого за схемою зі спільною базою.
11. Що називають диференціальним опором колектора? Як цей параметр визначити з вихідних характеристик?

## ВИВЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ПОЛЯРИЗАЦІЇ ТА ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Визначення параметрів (спонтанної поляризації, коерцитивного поля) з петлі діелектричного гістерезису кристала сегнетоелектрика тригліцинсульфату (ТГС) при кімнатній температурі, дослідження температурної залежності діелектричної проникності та перевірка дії закону Кюрі-Вейсса.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Електричне поле за наявності діелектриків. Молекулярна картина поляризації діелектриків. Вектор поляризації ( $P$ ). Зв'язані заряди. Зв'язок між векторами  $E$ ,  $D$  і  $P$  для ізотропних та анізотропних діелектриків. Тензор діелектричної проникності. Електростатична теорема Гаусса за наявності діелектриків. Граничні умови для векторів  $E$  і  $D$ . Заломлення силових ліній на межі поділу діелектриків. Сегнетоелектрики та їх основні властивості. Доменна структура сегнетоелектриків. Явище діелектричного гістерезису. Температурна залежність діелектричної проникності. Закон Кюрі-Вейсса. Молекулярний механізм виникнення спонтанної поляризації у сегнетоелектриках типу зміщення і порядок-безпорядок.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Електронний осцилограф промислового типу СІ-67.
2. Мілівольтметр Щ 1516.
3. Автоматичний цифровий міст змінного струму типу Е 8-4.
4. Термошафа.
5. Мідь-константанова термopара.
6. Навчальний макет із зібраною на ньому електричною схемою для спостереження петлі гістерезису.
7. Зразки сегнетоелектрика – тригліцинсульфату  $(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_3 \cdot 3\text{H}_2\text{SO}_4$  з нанесеними контактами.
8. З'єднувальні провідники з наконечниками.

## 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Більшість діелектриків мають здатність до поляризації тільки у зовнішньому електричному полі, однак деякі за його відсутності виявляють макроскопічну поляризованість. Це спонтанно (лат. *spontaneus* – самодовільний) поляризовані діелектрики, поляризація яких викликана не зовнішніми діями, а внутрішніми причинами. До таких діелектриків належать піроелектрики та їх підклас і сегнетоелектрики. Термін «сегнетоелектрики» походить від назви кристала «сегнетова сіль», хімічна формула якого  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}\cdot 4\text{H}_2\text{O}$ , у ньому в 1921 році чеський вчений Дж. Валашек вперше виявив нелінійні електричні властивості. Крім сегнетової солі до сегнетоелектриків належать титанат барію, дигідрофосфат калію, тригліцинсульфат,  $\text{SbSI}$ ,  $\text{Sn}_2\text{P}_2\text{S}_6$  та ін.

*Сегнетоелектрики – кристали, здатні мати у певному температурному інтервалі спонтанну поляризацію  $P_s$ , напрям якої може бути змінений зовнішнім електричним полем. У літературі ці матеріали ще називають фероелектриками за аналогією з феромагнетиками.*

Спільні властивості сегнетоелектриків такі:

- 1) наявність спонтанної поляризації  $P_s$  у певному діапазоні температур, яка може бути переорієнтована зовнішнім електричним полем;
- 2) нелінійна гістерезисна залежність поляризації  $P$  від поля  $E$ ;
- 3) діелектрична проникність  $\epsilon$  в полярній фазі поблизу фазового переходу досягає великих значень, аж до  $10^4$ – $10^5$ ;
- 4) величина діелектричної проникності  $\epsilon$  сильно залежить від напруженості електричного поля  $E$ ;
- 5) наявність доменної структури при температурах нижче температури фазового переходу;
- 6) великі значення піроелектричних коефіцієнтів та п'єзоелектричних модулів.

### 4.1. ТОЧКА КЮРІ

Поляризований стан у сегнетоелектричних кристалах існує у певному температурному інтервалі і зникає при температурі, вищій деякої критичної  $T_K$ , характерної для кожного сегнетоелектрика. При  $T = T_K$  у кристалі відбувається фазовий перехід першого або другого роду, і при  $T > T_K$  сегнетоелектрик поводить себе як звичайний діелектрик і називається *параелектриком*. Спонтанно поляризована полярна

модифікація називається *сегнетоелектричною*. Перехід кристала із параелектричного стану у сегнетоелектричний називається *сегнетоелектричним фазовим переходом*. Такий перехід завжди зв'язаний із зміною симетрії кристала.

*Точка фазового переходу із стану сегнетоелектрика у параелектричний стан називається точкою Кюрі, а відповідна їй температура  $T_K$  – температурою Кюрі*. Як правило, сегнетоелектрик має одну точку Кюрі, нижче якої він перебуває у полярній, а вище – у неполярній фазі. Виняток складає сегнетова сіль та ізоморфні сполуки, а також солі  $\text{Ag}_2\text{N}_3\text{JO}_6$  і  $\text{Ag}_2\text{D}_3\text{JO}_6$ . Вони мають дві точки Кюрі: нижню  $T_n$  і верхню  $T_v$  (для сегнетової солі  $T_n = -18^\circ\text{C}$  і  $T_v = +24^\circ\text{C}$ ). Спонтанна поляризація спостерігається у температурному діапазоні, обмеженому цими точками, і не спостерігається при інших температурах. На відміну від сегнетової солі, титанат барію  $\text{BaTiO}_3$  є сегнетоелектриком, для якого характерним є наявність трьох фазових переходів при  $120^\circ\text{C}$ ,  $0^\circ\text{C}$  і  $-90^\circ\text{C}$ , при яких спонтанна поляризація змінює свою величину і напрям.

## 4.2. ДОМЕНИ

Нижче точки Кюрі за відсутності зовнішнього електричного поля сегнетоелектричний кристал самодовільно розбивається на домени. *Домени – макроскопічні групи атомів у сегнетоелектриках, які за рахунок квантовомеханічних взаємодій мають орієнтовані – строго в одному напрямі – дипольні моменти*. Отже, домени – це макроділянки, всередині кожної з яких вектори спонтанної поляризації окремих частин кристала мають однакові напрямки, тож домен у цілому поляризований однорідно. Можливі напрямки електричних моментів доменів визначаються симетрією кристала. Проте за відсутності зовнішнього електричного поля сумарний електричний момент кристала сегнетоелектрика дорівнює нулю.

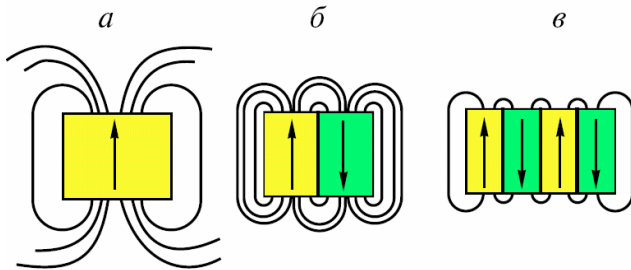
Домени відділені один від одного *доменними стінками* – перехідними ділянками, в яких електричні дипольні моменти змінюють свій напрям, характерний для даного домену, на напрям у сусідньому домені.

Які причини появи доменів? Що відповідає за утворення і структуру доменів? Якщо зразок сегнетоелектрика був би повністю поляризований і представляв би собою один великий домен, то він створював би сильне зовнішнє поле, напрямлене у протилежний бік до поляризації, яке називається *деполяризуючим полем* (рис. 1, а). Поляризації в окремих доменах різні, і тому в цілому зразку дипольні мо-

менти доменів компенсують один одного і сумарна поляризація дорівнює нулю. Зразок стає поляризованим лише після того, як зовнішнє електричне поле вистроїть домени у певному напрямі. Спонтанна поляризація є джерелом дуже великих електричних полів. Тому, якщо макроскопічний об'єм сегнетоелектрика поляризований спонтанно у деякому напрямі, то навколо цього об'єму виникає дуже велике електричне поле, з яким пов'язана велика енергія поля (рис. 1, а). Такий стан енергетично не вигідний. Система старається перейти у такий стан, щоб, з одного боку, існувала спонтанна поляризація, а з іншого – енергія поля була б мінімальною. У найзагальніших рисах розбиття кристала-сегнетоелектрика на домени зумовлено тим, що в результаті розбиття вільна енергія зменшується за рахунок зменшення енергії електростатичного поля зарядів спонтанної поляризації. На рис. 1, б схематично показаний сегнетоелектричний кристал, який складається із двох доменів з протилежним напрямком спонтанної поляризації. Припустимо, що ідеальний ізолюваний сегнетоелектричний кристал (який є одним доменом), знаходиться у вакуумі і однорідно поляризований так, що вектори поляризації кожної одиниці об'єму кристала напрямлені однаково. На зовнішній поверхні кристала з'являться зв'язані електричні заряди з густиною  $\sigma' = P_s$ . Ці заряди створюють так зване «деполяризуюче поле»  $E_{den}$ , наявність якого приводить до появи додаткової позитивної електростатичної енергії:

$$W_{den} = \frac{1}{2} \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}_{den} \cdot dV, \quad (1)$$

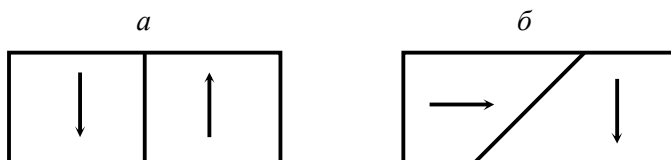
де інтеграл необхідно взяти по всьому простору.



**Рис. 1.** Виникнення деполяризуючого електричного поля і його послідовне зменшення при розбитті кристала на домени.



Деполаризуюче поле старається зруйнувати однорідну поляризацію, внаслідок чого кристал розбивається на домени, що супроводжується зменшенням деполаризуючої енергії. Це добре видно на рис. 1. У першому випадку (рис. 1, а) монокристал поляризований однорідно, і енергія деполаризації, яка визначається рівнянням (1), має максимальне значення. У другому випадку (рис. 1, б) енергія деполаризації зменшується: просторовий розподіл електричного поля зменшується внаслідок замикання електричних силових ліній безпосередньо поблизу поверхні кристала. Очевидно, що для зменшення електричної енергії вигідно зменшувати об'єм доменів. При розбитті кристала на домени відбувається не тільки зменшення енергії деполаризуючого поля, але і виникнення так званої *поверхневої енергії граничних шарів*. Границі між доменами – це перехідні зони скінченної товщини. Граничні шари характеризуються деякою кількістю зв'язаної з ними енергії, оскільки на протилежних сторонах границі поляризація напрямлена антипаралельно (або під деяким кутом) (рис. 2). У сегнетоелектриках сили взаємодії сприяють паралельній і перешкоджають антипаралельній орієнтації поляризації. Таким чином, для утворення граничних шарів необхідна енергія. Крім того, на границях виникають пружні напружки, які при детальному розгляді також необхідно враховувати.



**Рис. 2.** Найпростіші доменні структури: *a* – 180-градусні домени; *б* – 90-градусні домени.

Розрахунки показують, що у сегнетоелектриках товщина границі між антипаралельними доменами мала і не перевищує кількох атомних відстаней, а енергія границі досить велика (густина енергії граничного шару  $10^{-6}$  Дж/см<sup>2</sup>). Таким чином, ясно, що розбиття сегнетоелектрика на домени не може відбуватись нескінченно, оскільки цей процес визначається з одного боку, зменшенням енергії деполаризуючого поля, з іншого – збільшенням поверхневої енергії граничних шарів. Мінімальне значення сумарної енергії деполаризуючого поля і енергії доменних стінок перешкоджає подальшому розбиванню зразка на домени і визначає рівноважний розмір доменів. Лінійні розміри доменів порядку  $10^{-4}$  см, але можуть досягати до  $10^{-1}$  см.

За відсутності зовнішнього поля вектори спонтанної поляризації у різних доменах орієнтовані у різних кристалографічних напрямках, які задаються типом ґратки. *Вісь, вздовж якої напрямлений вектор спонтанної поляризації, називається сегнетоелектричною віссю.* В одновісних сегнетоелектриках є тільки один напрям сегнетоелектричної осі: наприклад, у триґліцинсульфату, єдиною сегнетоелектричною віссю є вісь 2-го порядку.

В одновісних сегнетоелектриках можуть існувати тільки домени з антипаралельним розташуванням векторів спонтанної поляризації, так звані 180-градусні домени (рис. 2, а). У багатовісних сегнетоелектриках, де спонтанна поляризація може бути напрямлена у кількох кристалографічно еквівалентних напрямках, можливе існування доменів із взаємно перпендикулярною поляризацією (рис. 2, б). Такі ділянки розділяються 90-градусними границями, а самі домени часто називаються також 90-градусними. Можливі також і більш складні доменні конфігурації. Кількість можливих орієнтацій поляризації у доменах визначається втраченими елементами симетрії при переході кристала із параелектричного у сегнетоелектричний стан.

#### 4.3. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ У ЗОВНІШНЬОМУ ПОЛІ

Розглянемо процес поляризації сегнетоелектрика при внесенні його в зовнішнє електричне поле. Зміна повної поляризації сегнетоелектрика у зовнішньому електричному полі складається із двох процесів: зростання індукованої поляризації та зміни питомої ваги ділянок, спонтанний дипольний момент яких орієнтований в напрямі зовнішнього поля. При цьому електрична індукція сегнетоелектрика складається із трьох складових:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_{cp} + (\mathbf{P}_i + \mathbf{P}_s), \quad (2)$$

де  $\mathbf{E}_{cp}$  – середнє макроскопічне поле у сегнетоелектрику,  $\mathbf{P}_i$  – середній індукований електричний момент одиниці об'єму, зумовлений поляризацією зміщення електронних оболонок і у слабких полях пропорційний напруженості електричного поля,  $\mathbf{P}_s$  – електричний момент спонтанної поляризації,  $\epsilon_0$  – електрична стала.

Вектори  $\mathbf{E}$  і  $\mathbf{P}_s$  у загальному випадку мають різні напрямки. У випадку, якщо вектори  $\mathbf{P}_i$  і  $\mathbf{P}_s$  пропорційні вектору напруженості електричного поля  $\mathbf{E}$ , повна діелектрична проникність сегнетоелектрика, зумовлена поляризацією, яка викликана зовнішнім полем, і спонтанною поляризацією дорівнює відношенню:

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0 \mathbf{E}}. \quad (3)$$

Із рівняння (2) одержуємо:

$$\varepsilon = 1 + \frac{P_i}{\varepsilon_0 E} + \frac{P_{SE}}{\varepsilon_0 E}, \quad (4)$$

де  $P_{SE}$  – проекція вектора  $\mathbf{P}_s$  на напрямок поля  $\mathbf{E}$ . У випадку, коли  $P_{SE}$  і  $P_i$  не пропорційні напруженості поля, можна визначити тільки так звану диференціальну проникність:

$$\varepsilon = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial P_i}{\partial E} + \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial P_{SE}}{\partial E}. \quad (5)$$

Як уже вказувалося вище, із збільшенням зовнішнього поля повний електричний момент одиниці об'єму  $\mathbf{P}_{повн}$  може збільшуватись з двох причин: по-перше, в результаті зростання електричного моменту індукованої поляризації  $\mathbf{P}_i$ , по-друге, внаслідок зростання об'єму доменів, напрямком електричного моменту спонтанної поляризації яких співпадає з напрямком зовнішнього поля або утворює з ним гострі кути.

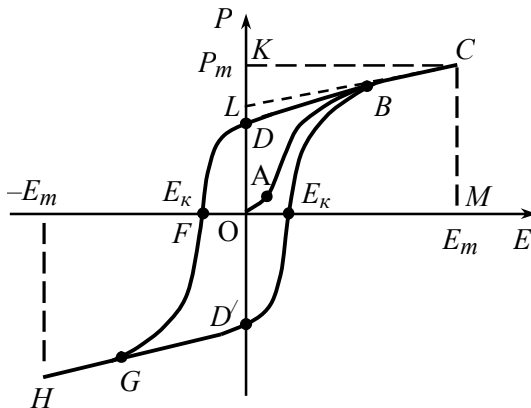


Рис. 3. Петля діелектричного гістерезису сегнетоелектрика.

Процес поляризації сегнетоелектрика носить складний характер. Наявність доменів зумовлює нелінійну залежність поляризації від напруженості електричного поля. Сегнетоелектрики характеризуються діелектричним гістерезисом (рис. 3). Розглянемо докладніше

процес переполяризації полідоменного сегнетоелектрика. За відсутності зовнішнього електричного поля макроскопічна поляризація сегнетоелектрика, внаслідок різної поляризації доменів протилежного знаку, дорівнює нулю. При накладанні зовнішнього поля за напрямом сегнетоелектричної осі із зростанням його напруженості електричний момент буде спочатку зростати лінійно тільки за рахунок поляризації, індукованої зовнішнім полем (ділянка  $OA$ , рис. 3). У цій ділянці напруженостей поля полідоменний сегнетоелектрик поводить себе аналогічно звичайним діелектрикам, які мають лінійну залежність поляризації від напруженості зовнішнього поля. На ділянках  $OA$  переважають процеси пружної поляризації. При подальшому збільшенні напруженості поля розпочинається переполяризація доменів, причому чим більшою стає напруженість поля, тим більше число доменів залучається у процес переполяризації. Залежність  $P$  від  $E$  стає нелінійною (ділянка  $AB$ ). При деякій напруженості поля, яка відповідає точці  $B$ , дипольні моменти всіх доменів орієнтовані за полем, і кристал стає монодоменим. Цей стан називається *насиченням*. При наступному збільшенні напруженості поля загальна поляризація монодоменичного кристалу зростає за рахунок індукованої поляризації, тобто за рахунок збільшення електронної та іонної поляризації. Індукована поляризація є значною поблизу фазового переходу і малою при низьких температурах (подалі від температури переходу). Для одержання числового значення спонтанної поляризації  $P_S$  необхідно екстраполювати ділянку  $CB$  до значення  $E = 0$  (відрізок  $OL$  на рис. 3). Повна поляризація сегнетоелектрика (відрізок  $OK$ ) у полі насичення (відрізок  $OM$ ) розглядається як така, що складається із спонтанної (відрізок  $OL$ ) та індукованої (відрізок  $KL$ ).

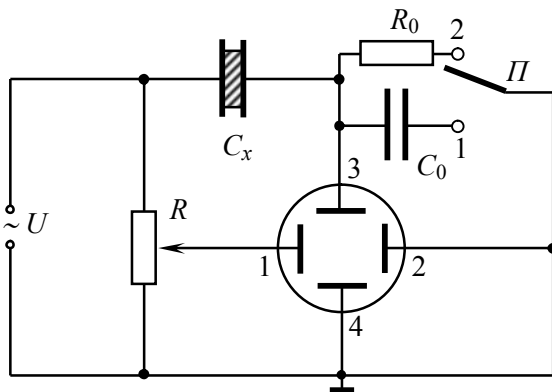
При зменшенні напруженості поля крива, що виражає залежність  $P$  від  $E$ , не буде співпадати з початковою і при  $E = 0$  полідоменний монокристал сегнетоелектрика буде мати деяку залишкову поляризацію  $P_{зал}$ , яка визначається відрізком  $OD$ . Таким чином, при знятті поля попадаємо у точку  $D$ , а не у точку  $O$ . Це пояснюється тим, що між станами з протилежним напрямом спонтанної поляризації є деякий енергетичний бар'єр.

Щоб повністю деполяризувати кристал, необхідно прикласти деяке поле, протилежне за напрямом. Величина напруженості електричного поля, при якій залишкова поляризація перетворюється в нуль і кристал стає деполяризованим, називається *коерцитивною силою* (відрізок  $OF$ ). Таким чином, для сегнетоелектрика залежність поляризації від напруженості змінного електричного поля описується кривою  $CDGD'C$  (рис. 3), яка називається *петлею гістерезису*. Цю

фігуру за допомогою простої схеми, описаної нижче, можна спостерегти на екрані осцилографа.

#### 4.4. МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ СПОНТАННОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЇ. ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ СПОНТАННОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЇ

При макроскопічних вимірюваннях спонтанної поляризації кристал сегнетоелектрика, розбитий на домени, попередньо необхідно монодоменізувати. Проте прямі статичні вимірювання спонтанної поляризації за величиною зв'язаного заряду монодоменізованого кристала здійснити важко через наявність електропровідності кристала та наявність вільних зарядів в оточуючій атмосфері. Тому у сегнетоелектриках величину  $P_s$  визначають не безпосередньо, а через вимірювання п'єзо ефекту, піро ефекту, величини поляризації при швидкій переполяризації кристала. Найбільшого використання набув метод петель діелектричного гістерезису.



**Рис. 4.** Схема установки для спостереження петлі гістерезису за допомогою осцилографа:  $C_x$  – досліджуваний конденсатор;  $C_0$  – еталонний конденсатор;  $R$  – еталонний опір.

Простий метод вивчення петель діелектричного гістерезису, принципова схема якого зображена на рис. 4, був запропонований Сойсром і Тауером. Для дослідження петель поляризації цим методом із сегнетоелектричного кристала вирізають плоскопаралельну пластину і розміщують її між пластинами плоского конденсатора так, щоб вектор поляризації сегнетоелектрика був перпендикулярним до площини пластин. Проміжок між сегнетоелектриком і пластинами повинен бути мінімальним. Виготовлений таким чином конденсатор  $C_x$  з'єднують послідовно з еталонним конденсатором з відомою ємні-

стю  $C_0$  (рис. 4). На конденсатори  $C_x$  і  $C_0$  подають змінну синусоїдальну напругу звукової частоти. У цій схемі повинна виконуватись умова  $C_x \ll C_0$ , завдяки якій можна вважати, що вся напруга, що подається на послідовно увімкнені конденсатори, спадає на конденсаторі  $C_x$ , тобто  $U_x \approx U$ . Як видно із рис. 4, на горизонтальні пластини осцилографа 1, 2 з потенціометра  $R$  подається напруга  $U$ , пропорційна вхідній напрузі. На вертикально відхиляючі пластини 3, 4 подається напруга з еталонного конденсатора. Завдяки послідовному з'єднанню конденсаторів  $C_0$  і  $C_x$  заряди на обкладках конденсаторів однакові:

$$q_0 = q_x = C_x U_x = C_0 U_0 = \sigma \cdot S, \quad (6)$$

де  $\sigma$  – поверхнева густина зарядів на пластині конденсатора  $C_x$ ,  $S$  – площа його пластин, яка дорівнює площі великої грані досліджуваного зразка. Напруга на еталонному конденсаторі  $C_0$  пропорційна заряду  $q_0$  на пластині конденсатора:

$$U_0 = U_y = \frac{q_0}{C_0}. \quad (7)$$

Оскільки для діелектриків поляризація  $P$  рівна поверхневій густині зв'язаних зарядів ( $P = \sigma'$ ), то вираз (7) набуде вигляду:

$$U_y = U_0 = \frac{\sigma \cdot S}{C_0} = \frac{S}{C_0} \cdot P. \quad (8)$$

Отже, спад напруги на еталонному конденсаторі  $C_0$  прямо пропорційний поляризації зразка, яка задається зарядом на його поверхні. Таким чином, на екрані осцилографа можна побачити залежність заряду  $q_x$  (або спонтанної поляризації  $P = q_x/S$ ) від напруги  $U_x$  на його обкладках (або  $E = U_x/d$ , де  $d$  – товщина зразка). При проходженні змінною напругою повного циклу зміни електронний промінь опише замкнену криву  $q = f(U)$  залежності заряду на конденсаторі  $C_x$  від прикладеної до нього напруги. А оскільки напруга на конденсаторі також пропорційна поляризації  $P$ , то крива на екрані осцилографа зображає також залежність поляризації від напруженості поля. Відмітимо, що процес переполяризації – складний процес, пов'язаний з різними механізмами. Він істотно залежить від частоти прикладеного поля. Тому спонтанну поляризацію визначають при такій частоті змінного електричного поля, при якій вона повністю

встигає установитися за кожні півперіоди, тобто повинні повністю або майже повністю завершитися усі процеси, пов'язані з рухом доменних границь. Із збільшенням частоти поля гістерезисні петлі спотворюються, а вимірювана величина поляризації зменшується. Коерцитивне поле збільшується із зростанням частоти, бо для того щоб переполяризація встигла здійснитись за менший період часу, необхідна більша напруженість поля. Процеси переорієнтації доменів починають виключатись уже при частоті  $10^4$  Гц.

Величину спонтанної поляризації можна також визначити із піроелектричних вимірювань. При нагріванні сегнетоелектричного кристала відбувається зменшення спонтанної поляризації, що еквівалентно зміні електричного заряду на поверхні кристала і, отже, появи струму у зовнішньому колі. Цей струм пропорційний величині швидкості зміни температури:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d\sigma \cdot S}{dt} = S \frac{dP_s}{dT} \frac{dT}{dt},$$

а величина

$$\gamma = \frac{dP_s}{dT} \quad (9)$$

носить назву *піроелектричного коефіцієнта*.

Найбільш точним методом дослідження піроелектричного ефекту є компенсаційний метод, запропонований ще П. Кюрі. Цей метод полягає в тому, що до кристала прикладається потенціал, який компенсує потенціал, що виникає за рахунок піроефекту.

Слід також згадати динамічний метод А. Г. Чайновіса. Цей метод полягає у вимірюванні піроелектричного струму, що виникає при періодичному освітленні кристала імпульсами інфрачервоного світла, які нагрівають кристал. При сталій швидкості зміни температури густина струму пропорційна піроелектричному коефіцієнту  $\gamma$ . Знаючи температурну залежність  $\gamma$ , можна з точністю до сталої визначити  $P_s$ .

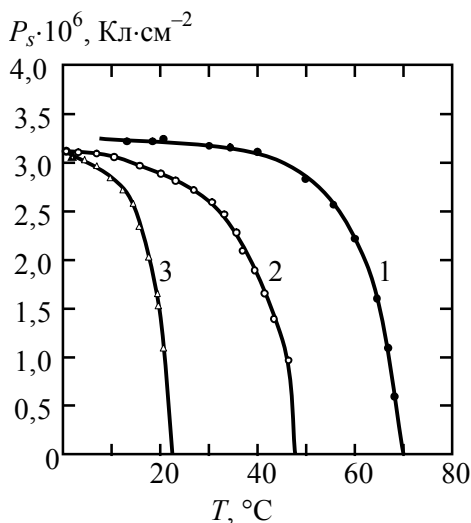
Розглянемо температурну залежність спонтанної поляризації сегнетоелектриків. Найбільший інтерес викликає вивчення цієї залежності поблизу температури Кюрі, де спонтанна поляризація руйнується. Із термодинамічного розгляду фазового переходу другого роду отримуються співвідношення:

$$P_s^2 = a(\theta - T) - b(\theta - T)^2 + \dots, \quad (10)$$

де  $\theta$  – температура Кюрі-Вейсса, фізичний зміст якої буде розглянуто нижче;  $T$  – температура вимірювання;  $a$  і  $b$  – коефіцієнти, зв'язані з

коефіцієнтами в розкладанні в ряд вільної енергії за ступенями поляризації.

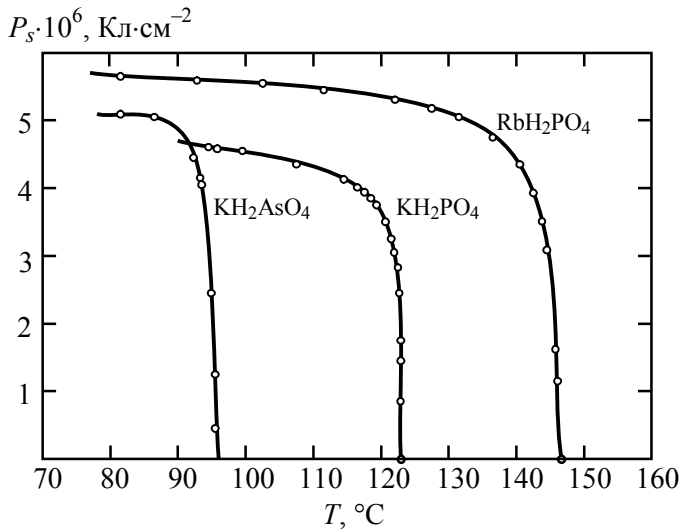
На прикладі кількох сегнетоелектриків проілюструємо, як виконується співвідношення (10). На рис. 5 наведена температурна залежність спонтанної поляризації тригліцинсульфату та ізоморфних до нього кристалів. Виявляється, що для цієї групи сегнетоелектриків між квадратом спонтанної поляризації і температурою спостерігається лінійна залежність, тобто другим членом у формулі (10) можна знехтувати. Проте у сегнетоелектриках, ізоморфних дигідрофосфату калія ( $\text{KN}_2\text{PO}_4$ ), найбільшу роль відіграє другий член (рис. 6), і поблизу температури Кюрі спонтанна поляризація лінійно залежить від температури.



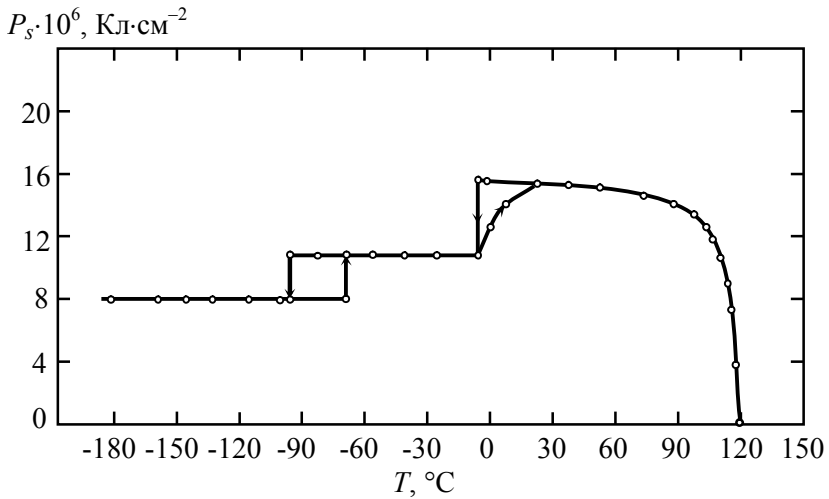
**Рис. 5.** Температурна залежність спонтанної поляризації тригліцинуфторборату (1), тригліцинсульфату (2) і тригліцинселенату (3).

Температурна залежність спонтанної поляризації кристала  $\text{BaTiO}_3$  вздовж напрямку  $[100]$  представлена на рис. 7. У титанаті барію перехід у параелектричну фазу є фазовим переходом першого роду, у зв'язку з цим за даними, одержаними на досконалих кристалах, при температурі переходу спостерігається стрибок спонтанної поляризації, а величина спонтанної поляризації при кімнатній температурі складає  $26 \cdot 10^{-6}$  Кл / см<sup>2</sup>. Величина спонтанної поляризації мало змінюється в низькотемпературних сегнетоелектричних фазах.





**Рис. 6.** Температурна залежність спонтанної поляризації сегнетоелектриків зі структурою дигідрофосфату калія.



**Рис. 7.** Температурна залежність спонтанної поляризації кристала титанату барію, виміряна у напрямку  $[100]$ .

#### 4.5. МОЛЕКУЛЯРНИЙ МЕХАНІЗМ ВИНИКНЕННЯ СПОНТАННОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЇ У СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКАХ ТИПУ ЗМІЩЕННЯ І ПОРЯДОК–БЕЗПОРЯДОК

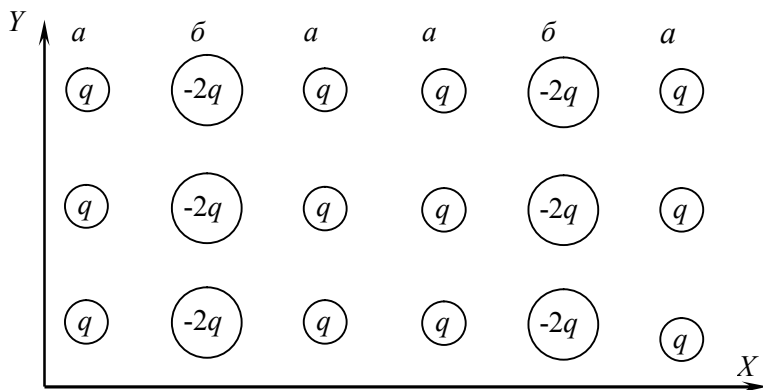
Спонтанна поляризація тісно зв'язана з атомною структурою кристалів і в кінцевому рахунку визначається цією структурою і характером зв'язків між частинками. Спонтанна поляризація зобов'язана своїм походженням певному розташуванню молекул або атомів, при якому виникає дипольний момент і локальне поле, яке, діючи на сусідні ділянки, приводить до подальшої орієнтації сусідніх диполів так, що дана ділянка стає зародком загальної поляризації. Викликана таким зародком поляризація всього об'єму є результатом причинно-наслідкового зв'язку, який розширюється. Підкреслимо, що спонтанна поляризація зв'язана зі структурною перебудовою кристала, яка може наступити в результаті теплових, механічних або яких-небудь випадкових процесів неелектричної природи в нестійких системах, до яких належать сегнетоелектрики.

У кристалах-сегнетоелектриках типу зміщення в точці Кюрі відбувається спотворення ґратки, при якому позитивні заряди зміщуються щодо негативних, так що дипольний момент кожної елементарної комірки відмінний від нуля і, таким чином, вектор поляризації відмінний від нуля. Таке спотворення ґратки називається *внутрішньою деформацією*, виникнення якої при  $T = T_K$  може відбуватись неперервно (фазовий перехід другого роду) або стрибком (фазовий перехід першого роду). В обох випадках деформація знижує симетрію кристала. Проте не кожна деформація кристала приводить до появи поляризації, а тільки та, яка здійснюється вздовж полярного напрямку. Наприклад, поляризація при зсуві атомів із зарядом  $2q$  (рис. 8) вздовж осі  $X$  не виникає, а при зсуві вздовж осі  $Y$  виникає. Кристали, в яких фазові переходи, зв'язані зі спонтанною внутрішньою деформацією, не приводять до появи сегнетоелектриків, називаються *феродисторсійними*.

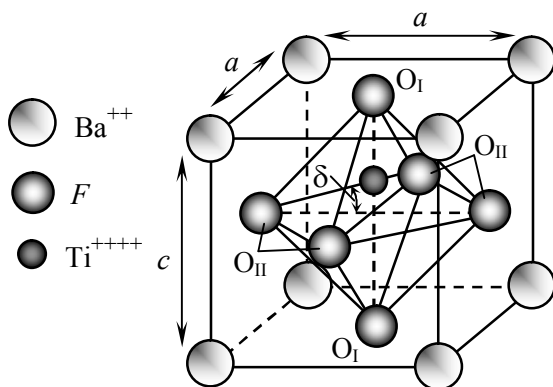
Особливий випадок представляють кристали, у яких внутрішня деформація викликає такі самі спотворення, як і однорідна механічна деформація (стиску або зсуву кристала). Кристали з наявністю фазових переходів з такою деформацією називають *фероеластиками*. А самі переходи – *феропружними*. Нижче температури фазового переходу з'являється спонтанна механічна деформація.

До сегнетоелектриків типу зміщення належать так звані оксидні сегнетоелектрики, до яких належать подвійні окисли, такі як титанат барію –  $\text{BaTiO}_3$  ( $\text{Cd}_2\text{Nb}_2\text{O}_7$ ,  $\text{KNbO}_3$ ,  $\text{PbTiO}_3$ ). Переважна більшість сегнетоелектриків цієї групи у параелектричній (високотемпе-

ратурній) фазі належить до структури мінералу перовскіта ( $\text{CaTiO}_3$ ) і має ідеальну кубічну ґратку (рис. 9). До цієї групи сегнетоелектриків належить і сульфойодид сурми ( $\text{SbSJ}$ ).



**Рис. 8.** Схематичне зображення гіпотетичної структури сегнетоелектричного кристала.

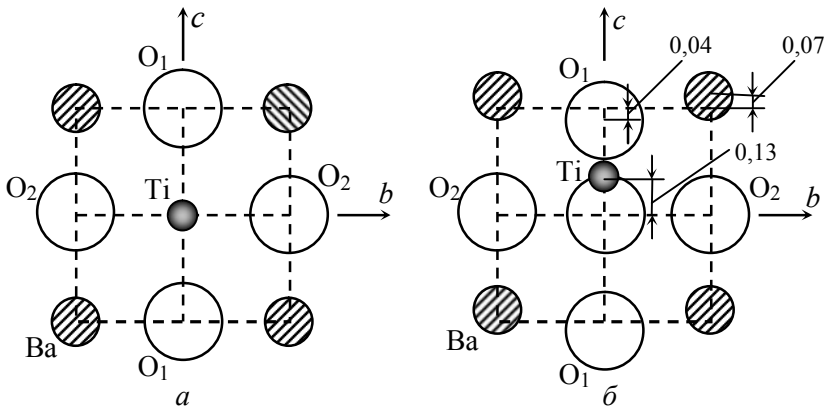


**Рис. 9.** Розташування іонів в сполуці  $\text{BaTiO}_3$ .

Виникнення спонтанної поляризації у сегнетоелектриків з киснево-октаедричним типом структури зумовлене перебудовою структури, яка пов'язана зі зміщенням катіона ( $\text{Ti}$ ,  $\text{Nb}$ ,  $\text{Ta}$  та ін.) із центра кисневого октаедра (рис. 9). В залежності від геометричних характеристик структури (розмірів іонів, їх взаємного розташування, розмірів пустот та ін.), характеру зв'язків і електронної конфігурації атомів, дипольні моменти, які виникають, орієнтуються у структурі паралельно або антипаралельно. Найбільш суттєву роль у цих процесах орієнтації відіграють іони кисню.

Титанат барію у параелектричній фазі (тобто вище  $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) має кубічну ґратку (рис. 9). Іон титану (Ti) знаходиться у центрі кубічної комірки, іони барію (Ba) займають вершини комірки, а іони кисню (O) розташовані у центрах граней куба, тобто утворюють кисневий октаедр з іоном у центрі. Октаедри з'єднуються між собою вершинами, а у порожнинах між ними розміщуються іони Ba (рис. 9).

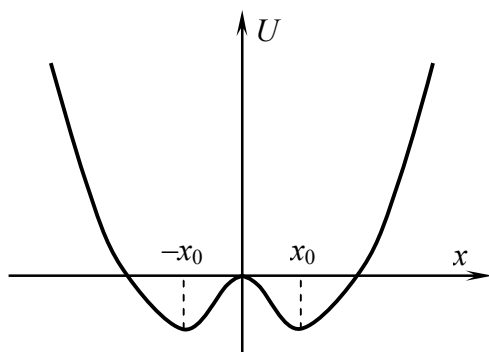
При температурі меншій  $+120\text{ }^{\circ}\text{C}$  титанат барію переходить у сегнетоелектричну фазу. При подальшому зниженні температури відбувається фазовий перехід із тетрагональної у ромбічну сегнетоелектричну фазу в околі  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  і перехід із ромбічної у ромбоєдричну сегнетоелектричну фазу в околі  $-90\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Зміна симетрії кристала при всіх цих переходах підпорядковується принципу Кюрі. При кожному фазовому переході діелектрична проникність змінюється стрибком. Полярний напрямок у тетрагональній фазі паралельний тим або іншим ребрам вихідної кубічної комірки. Тому у тетрагональній фазі можливі шість напрямів спонтанної поляризації (паралельно і антипаралельно осям X, Y і Z). Таким чином, сегнетоелектрики з структурою перовскіта є багатовісними сегнетоелектриками. У напрямку спонтанної поляризації спостерігається видовження розмірів вихідної елементарної комірки, а у перпендикулярному напрямку – стиск.



**Рис. 10.** Перебудова структури BaTiO<sub>3</sub> при переході з кубічної модифікації (а) в тетрагональну (б).

Характер перебудови структури BaTiO<sub>3</sub> у точці Кюрі добре видно на рис. 10. У параелектричній фазі у BaTiO<sub>3</sub> немає «готових» дипольних моментів. При температурі Кюрі у титанату барію відбувається зміщення іонів титану із центрів кисневих октаедрів (на дуже малу

величину  $0,13 \cdot 10^{-8}$  см) назустріч іонам кисню O, які знаходяться з ними на одній лінії, в результаті яких утворюються дипольні моменти, орієнтовані паралельно один одному. При цьому спостерігається спотворення октаедра. Тетрагональність комірки, яка була до фазового переходу кубічною, невелика. Відношення осей  $c/a$ , яке характеризує цю тетрагональність, складає біля 1,01. Таке зміщення хоча й мале, але дуже важливе: у комірці виникає електричний диполь (спонтанна поляризація) у напрямку однієї з осей. У кристалі таких осей три, тобто є шість однаково можливих напрямів зміщення; у межах одного домена у всіх комірках зміщення є однаковим за напрямом. При цьому виникає також електронна поляризація, яка вносить вклад у загальну спонтанну поляризацію.



**Рис. 11.** Залежність потенціальної енергії іона від його координат.

Зміна симетрії кристала і поява поляризації може відбуватись не тільки за рахунок внутрішньої деформації кристала, але й внаслідок упорядкованості окремих іонів в одному із кількох еквівалентних положень. Якщо залежність потенціальної енергії іона від його координати описується кривою з двома мінімумами (рис. 11), то у атома є два еквівалентні положення рівноваги у точках  $x_0$  і  $-x_0$ . При високих температурах тепловий рух приводить до того, що іони знаходяться з однаковою імовірністю в обох положеннях. Поляризація у цьому випадку дорівнює нулю. При температурі нижче  $T_K$  відбувається часткове упорядкування іонів, тобто число атомів у одному положенні рівноваги (наприклад,  $x_0$ ) стає більшим за їх число в іншому. Це приводить до появи спонтанної поляризації. Такі фазові переходи називають *переходами типу порядок–безпорядок*. При температурі нижче  $T_K$  число атомів, які знаходяться у положенні, що відповідає одному із мінімумів, збільшується, що супроводжується зростанням поляризації сегнетоелектрика. При наближенні температури до абсолютного нуля всі атоми займають однакові положення. Це відповідає їх повному упорядкуванню і максимуму поляризації.

До сегнетоелектриків типу порядок–безпорядок належать сегнетова сіль ( $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ), дигідрофосфат калію ( $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ) і тригліцинсульфат ( $(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_3 \cdot \text{H}_2\text{SO}_4$ , скорочено ТГС).

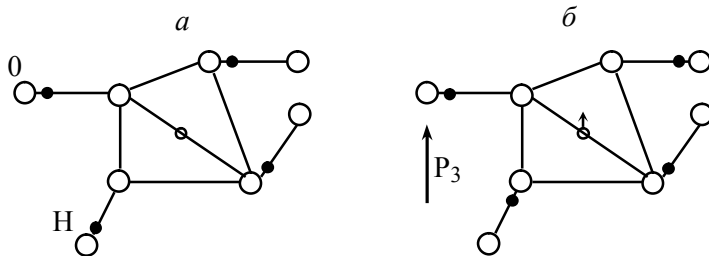
Сегнетоелектрики цієї групи, як правило, мають досить складну будову. Для більшості сегнетоелектриків цієї групи характерна наявність водневого зв'язку. *Водневий зв'язок – одна із структурних особливостей деяких сполук – відповідає такому положенню, коли окремі структурні одиниці з'єднуються за допомогою атомів водню.* У сегнетоелектриках при наявності водневого зв'язку єдиний електрон водню з'єднується з одним із атомів кисню. Протон при цьому займає не середнє положення між атомами кисню, а розташовується ближче до одного із них. Природно, що при такому розташуванні структурних одиниць утворюється електричний диполь.

Головною відмінною ознакою структур розглядуваних сегнетоелектриків є наявність неупорядкованості елементів структури вище точки Кюрі і упорядкованість у сегнетоелектричних фазах. Упорядкованість структур досягається упорядкованістю протонів водневих зв'язків, типових для цієї групи сполук. Упорядкованість протонів приводить до такого розподілу внутрішніх полів у кристалі, що на основних елементах структур з'являються дипольні моменти. Таким чином, переміщення протонів водневих зв'язків є стимулятором поляризації елементарних комірок у сегнетоелектриках. Наявність двох стійких положень рівноваги протонів водневих зв'язків відповідає двом можливим напрямкам поляризації сегнетоелектриків, їх *перехід із одного положення в інше відповідає переполяризації.* Розглядувані структури характеризуються наявністю структурних мотивів певної симетрії, які легко деформуються: зігнутого ланцюжка атомів, який має триклинну симетрію; октаєдрів, які мають кубічну або більш низьку симетрію; тетраєдрів або пірамід, які мають тригональну або тетрагональну симетрію. Ці структурні елементи легко змінюють свою симетрію при зміні внутрішнього поля у кристалах.

Розглянемо структури двох різних сегнетоелектриків з водневим зв'язком і його зміни при фазовому переході із виникненням спонтанної поляризації на прикладі дигідрофосфату калію і тригліцинсульфату. Кристали KDP (дигідрофосфат калію) належать до класу  $\bar{4}2m$  тетрагональної системи. Кристали мають дзеркальнообертову вісь четвертого порядку (вісь  $c$  основного паралелепіпеда і елементарної комірки), дві площини симетрії, які проходять через цю вісь, і дві осі симетрії другого порядку 2 (осі  $a$  і  $b$  основного паралелепіпеда), які перпендикулярні осі  $c$ . При кімнатній температурі і вище (аж до

розкладання) кристал перебуває в парафазі. Сегнетоелектрична модифікація виникає у кристалі при  $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$  та існує нижче цієї температури.

У кристалічній структурі KDP, яка відповідає парафазі, кожний атом фосфору оточений чотирма атомами кисню, розташованими у вершинах майже правильного тетраедра, трохи стиснутого вздовж осі  $c$  ( $\bar{4}$ ). Ці  $\text{PO}_4^-$  групи і атоми калію – розташовані так, що атоми К і Р знаходяться один від одного на половині періоду ґратки по осі  $c$  (тобто на  $c/2$ ). Кожна група  $\text{PO}_4^-$  зв'язана водневим зв'язком, зміщеним щодо неї на відстань  $c/4$  вздовж осі  $c$ . Цей зв'язок утворюється між одним «верхнім» киснем однієї групи і одним «нижнім» киснем сусідньої групи  $\text{PO}_4^-$ . Водневі зв'язки майже точно перпендикулярні до осі  $c$ . Поблизу кожної групи  $\text{PO}_4^-$  розташовані тільки два атоми водню (їх чотири). У параелектричній модифікації, однак, реалізується тільки таке положення, при якому у верхньої і нижньої пар киснів є поблизу тільки по одному атому водню (наприклад, так, як це показано на рис. 12, а). Дипольний момент у структурі вздовж осі  $c$  у цьому випадку відсутній.



**Рис. 12.** Структура дигідрофосфату калію: *a* – конфігурація групи ( $\text{H}_2\text{PO}_4$ ) (дипольний момент у напрямі  $c$  відсутній); *b* – конфігурація групи ( $\text{H}_2\text{PO}_4$ ), в якій є дипольний момент, орієнтований вздовж осі  $c$  (стрілка біля атома фосфору вказує напрям зміщення цього атома).

При фазовому переході ( $-150\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) структура  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  суттєво не змінюється, відбувається тільки певна упорядкованість воднів у описаних вище водневих зв'язках. Ця упорядкованість зводиться до того, що нижче цієї температури біля «верхніх» і «нижніх» киснів обидва водні (протони) знаходяться або поблизу, або на відстані. Двом різним можливим варіантам такої упорядкованості (один із яких зображений на рис. 12, б) відповідають дві протилежні орієнтації спонтанної поляризації («вверх» і «вниз» по осі  $c$ ). У межах одного доме-

ну спонтанна поляризація всіх елементарних комірок напрямлена однаково, а у сусідніх доменах – протилежно.

Другим типовим представником сегнетоелектриків з водневим зв'язком є тригліцинсульфат (ТГС) –  $(\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH})_2 \cdot \text{H}_2\text{SO}_4$ , який містить молекули гліцину –  $\text{NH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$ . Температура Кюрі ТГС дорівнює  $49^\circ\text{C}$ . При кімнатній температурі ТГС має моноклінну структуру. Елементарна комірка містить дві формульні одиниці. Параметри елементарної комірки:  $a = 9,4 \text{ \AA}$ ;  $b = 12,64 \text{ \AA}$ ;  $c = 5,73 \text{ \AA}$ ;  $\beta = 110^\circ 23'$ . Вище точки Кюрі ґратка залишається моноклінною, але з'являється центр симетрії. У цьому випадку кожна точка ґратки має еквівалентну точку з іншого боку від центра симетрії на рівній від нього відстані, що рівносильне відсутності дипольного моменту елементарної комірки. Спонтанна поляризація напрямлена вздовж осі  $b$ . Таким чином, ТГС є одновісним сегнетоелектриком.

У сегнетоелектрику спонтанна поляризація зумовлена упорядкованістю дипольних моментів гліцинових груп. Гліцинові групи можуть мати дві конфігурації: плоску конфігурацію, в якій всі атоми лежать строго в одній площині, і конфігурацію, у якій атом азоту трохи зміщений із цієї площини. Із трьох незалежних молекул гліцину в елементарній комірці тригліцинсульфату дві мають плоску конфігурацію іонів гліцинію ( $\text{NH}_3^+\text{CH}_2\text{COOH}$ ), а третя – амфотерного іона (або просто гліцину ( $\text{NH}_3\text{CH}_2\text{CO}_2^-$ )) (атом азоту виступає із площини іона на  $0,269 \text{ \AA}$ ). При температурі вище температури Кюрі групи гліцинію орієнтовані хаотично щодо деяких кристалографічних напрямів. Нижче температури Кюрі їх площини утворюють певний кут з кристалографічними осями.

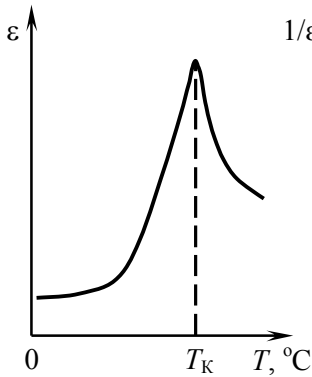
При зміні напрямку поляризації за допомогою зовнішнього електростатичного поля протон із однієї групи гліцинію переходить до другої групи, тобто групи міняються ролями. Атоми азоту також зміщуються: у раніше плоскої групи гліцинію атом азоту виходить із площини, а у групі гліцину він повертається у площину. Таким чином, при переполаризації замість групи гліцину виникає плоска група гліцинію, а замість групи гліцинію – група гліцину.

Розглянута мікроскопічна модель виникнення спонтанної поляризації і переполаризації тригліцинсульфату свідчить про те, що у цьому кристалі сегнетоелектричний фазовий перехід є переходом типу порядок–безпорядок, причому протон короткого водневого зв'язку є ініціатором дипольних моментів груп гліцину, своєрідним «спусковим гачком», який приводить до переполаризації. Самі ж дипольні моменти водневих зв'язків розташовані майже перпендикулярно до сегнетоелектричної осі і не вносять вклад у спонтанну поляризацію.

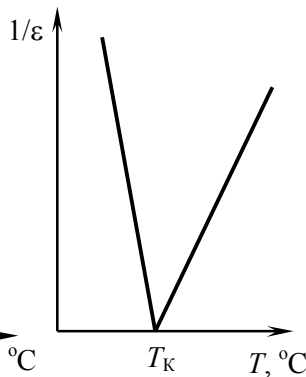


#### 4.6. ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ. ЗАКОН КЮРІ-ВЕЙССА

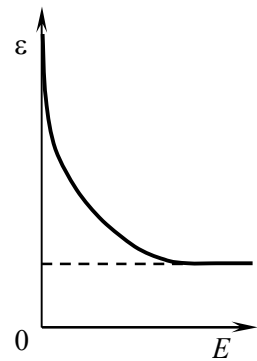
Діелектрична сприйнятливість  $\chi$  і відносна діелектрична проникність  $\epsilon$  сегнетоелектрика залежать не тільки від хімічної природи речовини, але також від температури, напруженості електричного поля і попередньої поляризації. Для сегнетоелектриків характерна наявність різкого максимуму в точці Кюрі на кривій температурної залежності діелектричної проникності  $\epsilon$  (рис. 13). При цьому значення  $\epsilon$ , виміряні у слабкому полі, можуть бути надзвичайно великими і досягати кількох десятків тисяч. У одновісних сегнетоелектриках максимум  $\epsilon$  спостерігається у полярному напрямі, у перпендикулярних напрямках аномальна залежність  $\epsilon$  виражена, як правило, слабо або зовсім не виражена. У багатовісних сегнетоелектриках аномалія добре виражена і для перпендикулярних напрямків.



**Рис. 13.** Температурна залежність діелектричної проникності  $\epsilon$  сегнетоелектрика.



**Рис. 14.** Температурна залежність  $1/\epsilon$  сегнетоелектрика.



**Рис. 15.** Залежність диференціальної діелектричної проникності  $\epsilon$  сегнетоелектрика від величини прикладеного електричного поля  $E$ .

У параелектричній фазі, тобто вище температури Кюрі,  $\epsilon$  зменшується і у деякому інтервалі температур описується законом Кюрі-Вейсса:

$$\epsilon = A + \frac{C}{T - \theta}, \quad (11)$$

де  $C$  – стала Кюрі-Вейсса;  $\theta$  – температура Кюрі-Вейсса;  $A$  – деяка стала.

Виконання закону Кюрі-Вейсса означає, що поляризованість зростає із зниженням температури. Для перевірки виконання закону Кюрі-Вейсса, необхідно побудувати графік залежності  $1/\epsilon$  від  $T$ . У випадку справедливості рівняння (11) ця залежність поблизу температури  $\theta$  виражається прямою, як це показано для тригліцинусульфату, в якому закон Кюрі-Вейсса виконується досить добре як вище, так і нижче температури Кюрі.

Стала Кюрі-Вейсса  $C$  для сполук з різною природою спонтанної поляризації різна. Для сегнетоелектриків, у яких упорядковуються «готові» диполі, величина  $C$  досягає  $10^3$  К, а для сегнетоелектриків з фазовим переходом «зміщення», наприклад, для киснево-октаедричних сегнетоелектриків,  $C \approx 10^4 - 10^5$  К. Температура Кюрі-Вейсса  $\theta$  у випадку фазових переходів другого роду співпадає з фактичною температурою переходу, а у випадку фазових переходів першого роду, як правило, буває дещо нижчою за фактичну температуру переходу (приблизно на 10 К).

Різке зменшення діелектричної проникності при охолодженні кристала нижче точки Кюрі пояснюється виникненням спонтанної поляризації. Тому прикладання слабких зовнішніх полів викликає менший приріст поляризації у порівнянні з параелектричною фазою. Для одновісних сегнетоелектриків це справедливо тільки вздовж полярної осі.

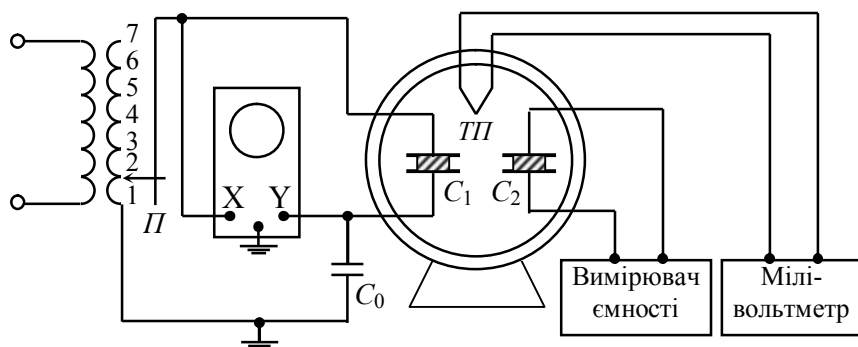
## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту і опис установки

Осцилографічний метод вимірювання характеристик сегнетоелектрика базується на спостереженні петлі гістерезису на екрані осцилографа. Дослідження гістерезису залежності заряду на обкладках конденсатора від прикладеної напруги здійснюється за допомогою схеми, наведеної на рис. 16.

Електрична схема для вивчення гістерезису змонтована на спеціальній панелі. Із схеми, зображеної на рис. 16, видно, що горизонтальні відхилення електронного променя на екрані осцилографа пропорційні напрузі, прикладеній до зразка. Вертикальні відхилення пропорційні напрузі на еталонному конденсаторі, яка пропорційна заряду  $q$  і однакова для еталонного конденсатора і сегнетоконденсатора (формула (7)). При проходженні змінною напругою повного циклу зміни електронний промінь опише замкнену криву  $q = f(U)$  залежності заряду на конденсаторі  $C_0$  від докладеної до нього напруги. Ця

крива і є петлею гістерезису. А оскільки напруга на еталонному конденсаторі пропорційна також поляризації  $P$  та індукції  $D$ , то крива на екрані осцилографа зображає також залежність поляризації та індукції від напруженості поля.



**Рис. 16.** Блок-схема експериментальної установки для визначення параметрів петлі поляризації і температурної залежності  $\epsilon$ .

Досліджувані зразки тригліцинусульфату мають форму дисків із нанесеними на них контактами. У лабораторному макеті зразки для вивчення петлі діелектричного гістерезису і температурної залежності  $\epsilon$  закріплені у кристалотримачеві і поміщені у термошафу (рис. 16). З метою запобігання різким змінам температури, а також рівномірному нагріванню зразків, останні занурені в комірку з кремній-органічним маслом. Температура зразків вимірюється мідь-константановою термопарою (ТП), ЕРС якої фіксується цифровим мілівольтметром. Геометричні розміри зразків і значення  $C_0$  наведені на макеті.

Для спостереження петель поляризації на конденсатори  $C_0$  і  $C_1$  подається напруга з вторинної обмотки трансформатора  $T_P$ , який живиться від електромережі змінної напруги (220 В, 50 Гц). Величина амплітуди напруги, яка подається на зразок, змінюється за допомогою перемикача  $\Pi$ .

### **Завдання 1. Визначення параметрів петлі поляризації**

1. Скласти електричне коло за схемою, зображеною на рис. 16. Увімкнути живлення електронного осцилографа і дати йому прогрітися протягом 2–3 хв. За допомогою перемикача  $\Pi$ , розташованого на макеті, досягти на екрані осцилографа стійкого зображення кривої, яка відповідає насиченій петлі гістерезису.

2. Зарисувати на кальку з екрана осцилографа отриману петлю поляризації, відклавши на осях «X» і «Y» відповідні значення  $U_x$  і  $U_y$  (з використанням даних про чутливість за відповідними входами).

3. З використанням значень  $d_1$ ,  $S_1$  і  $C_0$ , наведених на макеті, визначити величину поляризації за формулою:

$$P = \sigma = \frac{q}{S_1} = \frac{U \cdot C_0}{S_1} = \frac{B \cdot n \cdot C_0}{S_1}, \quad (12)$$

де  $\sigma$  – поверхнева густина поляризаційних зарядів,  $S_1$  – площа пластини сегнетоелектрика,  $U$  – напруга на вході «Y» осцилографа,  $B$  – чутливість входу «Y» осцилографа,  $n$  – число поділок, на яке відхилився промінь по вертикалі.

Напруженість електричного поля у зразку визначити за формулою:

$$E = \frac{U_C}{d_1} = \frac{A \cdot m}{d_1}, \quad (13)$$

де  $d_1$  – товщина зразка,  $A$  – стала установки (наведена на макеті),  $m$  – число поділок, на яке відхилився промінь по горизонталі. За одержаними значеннями  $P$  і  $E$  побудувати петлю поляризації  $P(E)$ .

4. Із отриманої петлі гістерезису апроксимацією ділянки насичення до перетину з віссю ординат ( $P$ ) визначити значення спонтанної поляризації  $P_s$  (як показано на рис. 3), а за перетином віток з віссю абсцис ( $E$ ) – величину коерцитивного поля  $E_K$  кристала ТГС при  $T_{кім}$ . Оцінити похибки.

## **Завдання 2. Вивчення температурної залежності діелектричної проникності сегнетоелектрика. Перевірка закону Кюрі-Вейсса**

Вимірювання залежності діелектричної проникності сегнетоелектрика тригліцинсульфату від температури зводиться до вимірювання залежності від температури ємності сегнетоелектрика.

1. Увімкнути живлення вимірювача ємності, мілівольметра і термошафи, дати їм прогрітись протягом 2–3 хв.

2. Виміряти ємність сегнетоелектрика при температурах 20, 25, 30, 40, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 60, 65, 70 °С. Попередньо необхідно визначити за градуїровочним графіком мідь-константової термопары значення термо-ЕРС, які відповідають вказаним температурам. Звернути увагу на необхідність здійснення

значно частіших вимірювань при швидкій зміні ємності з температурою в околі фазового переходу.

3. Використавши значення  $d_2$  і  $S_2$ , наведені на макеті, обчислити величину  $\varepsilon$  за формулою:

$$\varepsilon = \frac{C_2 \cdot d_2}{\varepsilon_0 \cdot S_2} \quad (14)$$

при різних температурах. Результати вимірювань і обрахунків занести в таблицю. Побудувати графік залежності  $\varepsilon = f(T)$  і визначити температуру Кюрі  $T_K$  за максимальним значенням  $\varepsilon$ .

4. Побудувати залежність  $1/\varepsilon = f(T)$ , визначити ділянки температур, в яких здійснюється закон Кюрі-Вейсса. На лінійних ділянках залежностей  $1/\varepsilon = f(T)$  за тангенсами кутів нахилу ліній визначити сталі Кюрі-Вейсса  $C$  і  $C'$  в пара- і сегнетофазі. Зробити висновки.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які речовини належать до сегнетоелектриків? Назвати спільні властивості сегнетоелектриків.
2. Що таке сегнетоелектричні домени? Чим пояснюється існування доменів у сегнетоелектриках? Які типи доменів можливі в сегнетоелектриках?
3. До яких пір відбувається розбиття сегнетоелектричного кристала на домени?
4. У чому суть діелектричного гістерезису в сегнетоелектриках?
5. Нарисувати схему методу вивчення петель діелектричного гістерезису, запропоновану Сойсром і Тауером.
6. Які механізми виникнення спонтанної поляризації у сегнетоелектриків типу зміщення і типу порядок-безпорядок.
7. Що є стимулятором поляризації елементарних комірок у сегнетоелектриках типу тригліцинсульфат?
8. Як залежить діелектрична проникність сегнетоелектриків від температури? Яким законом описується ця залежність?
9. Що називається точкою Кюрі?
10. Що виражає закон Кюрі-Вейсса?
11. Як змінюється поляризація зі зміною електричного поля для сегнетоелектриків?
12. Чим відрізняється спонтанна поляризація від індукованої?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 10

# ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРОХІМІЧНОГО ЕКВІВАЛЕНТА РЕЧОВИНИ, ЧИСЛА ФАРАДЕЯ І ЗАРЯДУ ЕЛЕКТРОНА

### 1. МЕТА РОБОТИ

Експериментальне визначення електрохімічного еквівалента міді і обчислення зарядів іона міді і електрона.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Явище електролітичної дисоціації. Коефіцієнт дисоціації. Закон Оствальда. Електропровідність електролітів. Закон Ома в диференціальній формі для електролітів. Електроліз. Закони Фарадея. Хімічні джерела струму. Застосування електролізу в техніці.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Джерело постійного струму (випрямляч).
2. Посудина об'ємом 3–4 л.
3. Повзунковий реостат на 50–100 Ом (1–5 А).
4. Амперметр на 0,5–1 А.
5. Секундомір.
6. Електронні ваги.
7. Шліфувальний папір. Кусок наждачного паперу.
8. Розчин мідного купоросу.
9. З'єднувальні провідники.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

#### 4.1. ЕЛЕКТРОЛІТИ. ЕЛЕКТРОЛІТИЧНА ДИСОЦІАЦІЯ. ЗАКОН ОСТВАЛЬДА

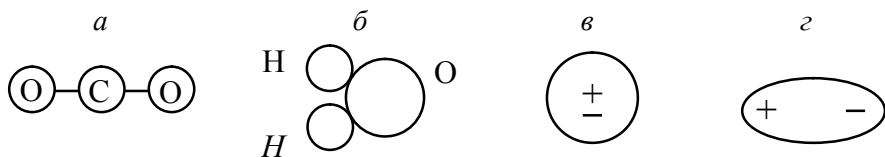
Електролітами, або провідниками другого роду, називають речовини, які мають іонний механізм провідності. Найбільш типовими представниками електролітів є водні розчини неорганічних кислот, лугів та солей. Крім розчинів, електролітичну провідність мають також розплавленні солі (KCl, AgCl, NaCl, AgBr та ін.) і тверді тіла, до яких належать кристали галогідних, азотнокислих і сірчаноокислих сполук лужних та лужноземельних металів. Нетипово високу іонну провідність мають суперіонні кристалічні провідники, електропровідність яких  $\sigma > 0,01 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ . До суперіонних провідників належать кристали AgI, AgCl, AgBr, Ag<sub>4</sub>RbI<sub>5</sub>, KAg<sub>4</sub>I<sub>5</sub>, Cu<sub>2</sub>S, CuI, β-глинозем

$(\text{Na}_2\text{O})_2(\text{Al}_2\text{O}_3)_n$ , де  $n$  приймає значення від 11 до 17. Носіями струму у цих сполуках є позитивно заряджені іони срібла, міді, натрію, калію та інші. Існують також суперіонні провідники у яких рухливими є одночасно іони двох видів. Наприклад, у кристалі  $\text{Ag}_2\text{HgI}_4$  (йодомеркурат срібла) провідність забезпечується як іонами срібла  $\text{Ag}^+$ , так іонами ртуті  $\text{Hg}^+$ . Суперіонні провідники широко використовують як твердий електроліт у батареях. Характерною ознакою іонної провідності, на відміну від електронної, є перенесення іонами і виділення на електродах речовини електроліту.

*Явище розпаду речовини на різнойменно заряджені іони під дією розчинника називають електролітичною дисоціацією.*

Теорія електролітичної дисоціації була запропонована Р. Клаузіусом (1857) і розроблена С. Арреніусом (1887). Згідно з теорією Арреніуса, молекули багатьох солей, кислот і лугів при розчиненні їх у воді терплять дисоціацію (розпад) на різнойменні іони. При цьому молекули кислот розпадаються на позитивні іони водню і негативні іони кислотного залишку; молекули лугів – на позитивні іони металу і негативні гідроксильні іони, а солі утворюють позитивні іони металу і негативні іони кислотного залишку. Однак у теорії Арреніуса не ясний сам механізм утворення іонів. Значний вклад у розуміння процесу електролітичної дисоціації вніс І. А. Каблуков.

Перш ніж перейти до розгляду механізму електролітичної дисоціації, розглянемо можливі типи молекул у залежності від їх будови. Усі молекули за своєю будовою поділяються на симетричні і несиметричні. Прикладом симетричної молекули є  $\text{CO}_2$  (рис. 1, а), несиметричної – вода  $\text{H}_2\text{O}$  (рис. 1, б).



**Рис. 1.** Схематичне зображення молекул  $\text{CO}_2$  і води.

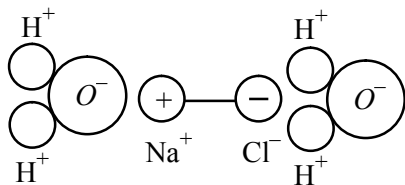
Будь-яка молекула містить у собі негативно заряджені електрони і позитивно заряджені ядра. Симетричну за будовою молекулу можна представити як сферу (рис. 1, в) з рівномірним розподілом електричного заряду, причому у такій молекулі центри «ваги» позитивних і негативних зарядів співпадають з центром сфери, тобто такі молекули є неполярними. У молекул з асиметричною будовою центри «ваги» від'ємних і додатних зарядів не співпадають, а отже, ці молекули мають дипольний момент, і вони є полярними. (рис. 1, г). При утво-

ренні полярних молекул орбіти валентних електронів будуть зв'язані не з одним ядром, а з системою ядер (ковалентний зв'язок).

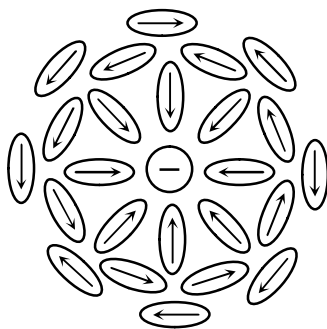
У молекулах або в кристалах з іонним типом зв'язку містяться не нейтральні атоми елементів, а їх іони, і, наприклад, хлористий натрій складається з іонів  $\text{Na}^+$  і  $\text{Cl}^-$  не тільки у водних розчинах, але і в будь-якому його стані. Із цих іонів складаються і кристал харчової солі і молекула  $\text{NaCl}$  у газоподібному стані. Таким чином, у відношенні іонних сполук процес утворення іонів пояснюється тим, що при розчиненні відбувається лише роз'єднання іонів, а не утворення їх.

Сам процес розпаду молекул на окремі іони може бути представлений наступним чином (на прикладі молекули  $\text{NaCl}$ ). Молекули води є полярними молекулами з великим дипольним моментом, внаслідок цього навколо них існує сильне електричне поле. Тому дипольна молекула води орієнтуватиметься в електричному полі розчинюваної молекули так, що її позитивна сторона (іони  $\text{H}^+$ ) буде переважно обернена до іона  $\text{Cl}^-$ , а негативна сторона (іон  $\text{O}^-$ ) – до іона  $\text{Na}^+$  (як це схематично показано на рис. 2).

*Процес орієнтації найближчих молекул розчинника навколо молекули розчинюваної речовини називається сольватацією або, у випадку води, гідратацією.*



**Рис. 2.** Молекула хлористого натрію у воді.



**Рис. 3.** Схематичне зображення процесу орієнтації диполів розчинника навколо іона.

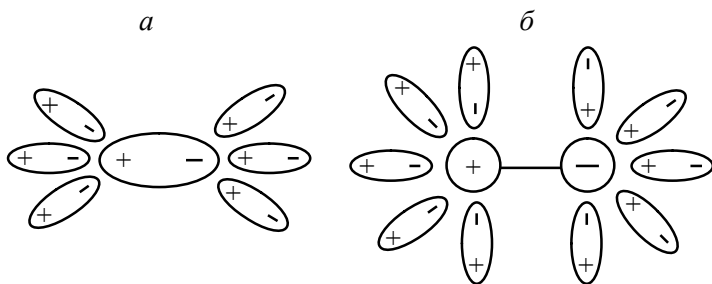
Внаслідок теплового руху склад сольватної оболонки постійно змінюється: одні молекули виходять із сфери притягання даного іона, інші включаються в нього. Зрозуміло, що сольватація повинна послаблювати зв'язок між іонами. Наближено можна прийняти, що сила взаємодії між іонами зменшується згідно із законом Кулона в  $\epsilon$  раз



(де  $\epsilon$  – діелектрична проникність розчинника). Під дією сольватації зв'язки між іонами послаблюються настільки, що енергія теплового руху у розчині виявляється достатньою для того, щоб молекула NaCl розпалася (дисоціювала) на іони  $\text{Na}^+$  і  $\text{Cl}^-$ . Після розпаду молекули її іони залишаються у сольватних оболонках (рис. 3), внаслідок чого їх рух буде сповільнений.

Молекули розчинника, які перебувають у безпосередній близькості від іона розчиненої речовини (у першій сольватній оболонці), строго орієнтовані до нього відповідним полюсом дипольного моменту. У другій сольватній оболонці молекули розчинника більш вільні, і орієнтація їх не настільки правильна, як у першій. Таким чином, кожен іон перебуває у своєрідній «шубі» із молекул розчинника, яка заважає їх з'єднанню у нейтральні молекули (рис. 3).

Розпад молекул речовин у розчині на іони спостерігається не тільки для іонних молекул, але й для полярних. Попередньою стадією розпаду в подібних випадках є перехід полярної структури в іонну (рис. 4), який відбувається під дією полярних молекул розчинника. Притягнувшись до кінців розчиненої полярної молекули, частинки розчинника зумовлюють розходження полюсів диполя (рис. 4, а), яке може закінчитися тим, що молекула приймає іонну структуру (рис. 4, б).



**Рис. 4.** Схема переходу полярної структури в іонну:  
а – розходження полюсів диполя, б – іонна структура.

Водночас з дисоціацією проходить і процес об'єднання різномісних іонів у нейтральні молекули. Цей процес називається *рекомбінацією* або *молізацією*. Отже, в електролітах одночасно з дисоціацією відбувається рекомбінація. Через якийсь час після розчинення між цими двома протилежно діючими процесами настає динамічна рівновага, якій відповідає певна стала концентрація іонів в електроліті. При цьому у будь-який момент дисоційованою буде тільки час-

тина всіх молекул, а частина молекул перебуває у недисоційованому стані.

Кількісною характеристикою ступеня дисоціації є *коефіцієнт (або ступінь) електролітичної дисоціації  $\alpha$* , який показує відношення числа дисоційованих молекул розчиненої речовини до повної їх кількості. Цей коефіцієнт показує, яка доля молекул розчиненої речовини розпалася на іони. Коефіцієнт дисоціації залежить від природи як розчинника, так і розчинюваної речовини; від концентрації розчину і його температури. Чим більша діелектрична проникність розчинника, тим сильніше послаблюються зв'язки іонів у молекулах розчиненої речовини, тим більшим повинен бути коефіцієнт дисоціації. Так, наприклад, різні речовини дуже добре дисоціюють у воді, тому що вона має велику статичну діелектричну проникність ( $\epsilon = 81$ ).

Нехай в  $1 \text{ м}^3$  розчину міститься  $n_0$  молекул розчиненої речовини і нехай ступінь її дисоціації є  $\alpha$ , тобто в  $1 \text{ м}^3$  розчину міститься  $\alpha n_0$  позитивних і стільки ж негативних іонів. Тоді число недисоційованих молекул в  $1 \text{ м}^3$  визначається як різниця  $n_0 - \alpha n_0 = n_0(1 - \alpha)$ . Число молекул, які розпадаються за 1 с, пропорційне числу молекул, здатних розпадатися, тобто які недисоціювали. Тому, якщо позначити через  $A$  коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт іонізації), то число молекул, які дисоціюють за одиницю часу в одиниці об'єму електроліту:

$$\Delta n' = A(1 - \alpha)n_0. \quad (1)$$

Число іонів, які рекомбінують в одиниці об'єму за одиницю часу, пропорційне як кількості позитивних  $\alpha n_0$ , так і числу негативних  $\alpha n_0$  іонів. Таким чином, якщо через  $B$  позначити коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт рекомбінації), то число молекул, які утворюються за одиницю часу, в одиниці об'єму електроліту в результаті рекомбінації іонів протилежних знаків дорівнює:

$$\Delta n'' = B\alpha^2 n_0^2. \quad (2)$$

У стані динамічної рівноваги справджується рівність:

$$\Delta n' = \Delta n'' \quad \text{або} \quad A(1 - \alpha)n_0 = B\alpha^2 n_0^2. \quad (3)$$

З цього виразу дістаємо формулу:

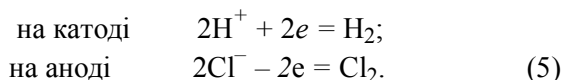
$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{n_0}, \quad (4)$$

яку називають законом розведення Оствальда. Він пов'язує ступінь дисоціації  $\alpha$  з концентрацією  $n_0$ . Відношення  $A/B$  називається константою рівноваги молекул розчиненої речовини або константою дисоціації. Із виразу (4) випливає, що чим менша концентрація розчину, тим ближче  $\alpha$  до одиниці, і для дуже слабких електролітів ( $n_0 \rightarrow 0$ )  $\alpha \rightarrow 1$ . У цьому випадку всі молекули практично дисоційовані. Закон розведення Оствальда добре виконується для електролітів, в яких  $\alpha \ll 1$ , тобто слабких електролітів. Для сильних електролітів спостерігається значне відхилення дослідних даних від цього закону.

Зауважимо, що не всі речовини при розчиненні утворюють електроліти. Наприклад, молекули цукру у воді не дисоціюють на іони. Тому розчин цукру не є електролітом.

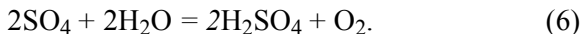
#### 4.2. ЯВИЩЕ ЕЛЕКТРОЛІЗУ. ЗАКОНИ ФАРАДЕЯ

Розглянемо механізм протікання струму через електроліт. Іони в розчинах електролітів рухаються хаотично в усіх можливих напрямках. Якщо у розчин (наприклад, водний розчин HCl) опустимо два графітові електроди, з'єднані із зовнішнім джерелом постійної напруги, то рух іонів стає напрямленим. Під дією сил електростатичного поля ( $F = \pm qE$ ) іони водню  $H^+$  рухаються за полем в напрямі до катода, а іони хлору  $Cl^-$  – проти поля в напрямі до анода. У зв'язку з наявністю сил тертя між сольватованими іонами і розчинником, які зростають у міру збільшення швидкості руху іонів, швидкість останніх набуває сталої величини. Позитивні іони водню, підійшовши до катода, приєднують до себе один із вільних електронів, які є на поверхні катода, нейтралізувавшись, утворюють атоми водню, які об'єднуються попарно в молекули. Досягаючи анода, негативні іони  $Cl^-$  віддають аноду надлишкові електрони і перетворюються в нейтральні атоми хлору, які потім об'єднуються в молекули. Отже, під час електролізу водного розчину HCl на графітових електродах відбуваються наступні процеси:



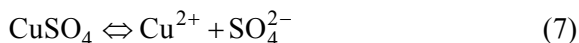
Електроліз водного розчину HCl є прикладом простого розкладання розчиненої речовини без вторинних реакцій. Молекули HCl дисоціюють на іони  $H^+$  і  $Cl^-$ . При нейтралізації біля електродів ці іони перетворюються на атоми H та Cl. З катода підіймаються бульбашки водню, з анода – бульбашки хлору.

При електролізі розчину  $\text{H}_2\text{SO}_4$  у воді на катоді виділяється водень. Якщо група  $\text{SO}_4$  не взаємодіє з матеріалом анода, то вона вступає в реакцію з водою:

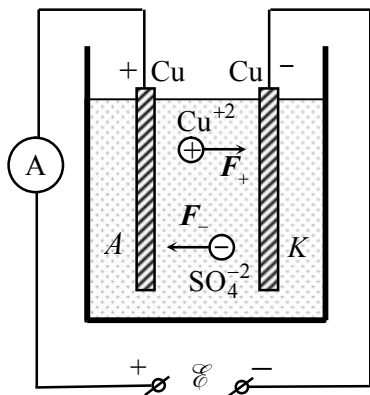


У цьому разі кількість сірчаної кислоти у розчині не зменшується: кінцевим результатом електролізу є електролітичне розкладання води на водень і кисень.

Розглянемо ще один приклад. Як електроліт візьмемо водний розчин мідного купоросу  $\text{CuSO}_4$  і опустимо в нього два мідні електроди (рис. 5). Молекула мідного купоросу у воді дисоціює на позитивні іони  $\text{Cu}^{+2}$  і негативні іони кислотного залишку  $\text{SO}_4^{-2}$ :



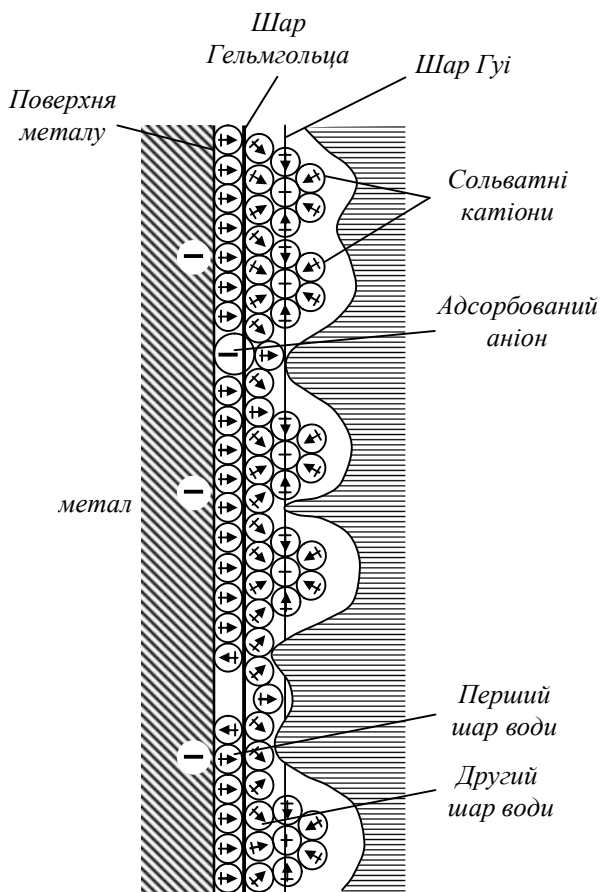
Під дією електричного поля іони міді переміщуються у напрямі катода і, отримавши від нього електрони, нейтральні атоми міді осідають на катоді, внаслідок чого на катоді утворюється шар міді.



**Рис. 5.** Схема установки для спостереження електролізу.

Розглянемо механізм, завдяки якому іон металу, який знаходиться в об'ємі електроліту, досягає точок росту на металевій поверхні (у нашому випадку мідній пластині) і вбудовується у кристалічну ґратку. Катіон міді у водному розчині вкритий оболонкою води (рис. 3), тобто є гідратизований іоном. Перш ніж такий іон зможе взяти участь у забудові ґратки, він повинен пройти крізь подвійний шар і звільнитися від оточуючих його молекул води. Відповідна схема подвійного шару на поверхні металу, зануреного у водний розчин солі  $\text{CuSO}_4$ , який містить катіони  $\text{Cu}^{++}$  і аніони  $\text{SO}_4^{--}$ , наведена на рис. 6.

Згідно із сучасними уявленнями процес звільнення гідратованих іонів  $\text{Cu}^{++}$  від молекул розчинника ( $\text{H}_2\text{O}$ ) носить ступінчастий характер. На першій стадії катіон із розчину проходить через подвійний шар, частково дегідратується і адсорбується на поверхні металу у вигляді аніона. Цей перехід іона відбувається на плоских ділянках металеві поверхні, а не на ребрах чи зломах, де цей процес потребує досить значної енергії активації, оскільки для відриву від гідратованого катіона більшості (або усіх) молекул води необхідна дуже велика енергія (60 ккал/моль для міді). Крім того, адсорбція на зломах мало ймовірна внаслідок суто статистичних факторів: площа поверхні ребер та зломів мала в порівнянні з площею гладких граней.



**Рис. 6.** Схема електричного подвійного шару на поверхні металу, який знаходиться у водному розчині.

Друга стадія включає поверхневу міграцію частково дегідратизованого адіона, яка продовжується до тих пір до поки адіон не досягне виступу на поверхні кристала, де він втрачає ще деяку кількість молекул води. Проте і на цій стадії іон все ще не вбудовується у кристалічну ґратку, а продовжує мігрувати вздовж виступу до зустрічі зі зломом. Тут адіон повністю дегідралізується і стає іоном кристалічної ґратки.

Іони  $\text{SO}_4^{2-}$  переносяться полем до анода, на якому з'єднуються з двома іонами міді, які переходять з анода у розчин. У цьому випадку маса катода збільшується, а анода зменшується, концентрація ж розчину мідного купоросу залишається незмінною до тих пір, поки вся мідь на аноді не перейде у розчин. Анод, який взаємодіє з електролітом, називають активним.

Отже, при пропусканні струму через електролітичну ванночку електронні потоки в електродах замикаються іонними потоками електроліту. При цьому біля анода відбувається перетворення катіонів на нейтральні атоми (або групи атомів) з віддачею електронів електроду; біля катода – перетворення катіонів на нейтральні атоми (або групи атомів) з одержанням електронів від електрода.

При втраті заряду іони перетворюються на нейтральні атоми або на групи атомів (радикали), які не можуть існувати без надлишкового заряду, тому вступають у хімічну реакцію з розчинником або матеріалом електродів. В обох випадках біля поверхні електродів відбувається виділення нових речовин, які відсутні у розчині. У цьому полягає суть електролізу. *Хімічні реакції, які викликають нейтралізацію іонів, називаються вторинними хімічними реакціями.*

З кількісної сторони явище електролізу вивчено М.Фарадеєм у 1834 р, який встановив два основні закони.

*Згідно з першим законом Фарадея маса  $m$  речовини, що виділяється на кожному з електродів, прямо пропорційна кількості заряду  $q$ , який пройшов крізь електроліт:*

$$m = k \cdot q, \quad (8)$$

де  $k$  – *електрохімічний еквівалент речовини*; він залежить від хімічної природи речовини і чисельно дорівнює масі даної речовини, яка виділяється на електроді при проходженні одиниці заряду крізь електроліт:

$$k = \frac{m}{q} \left[ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}} \right].$$

Виражаючи у формулі закону Фарадея заряд через струм і час ( $q = \int_0^t Idt$ ), одержимо:  $m = k \int_0^t Idt$ . (9)

У випадку постійного струму ( $I = const$ )

$$m = kIt. \quad (9a)$$

Другий закон Фарадея стосується величини електрохімічного еквівалента. Фарадей звернув увагу на те, що електрохімічні еквіваленти  $k$  різних речовин завжди пропорційні молярній масі  $M$  і обернено пропорційні хімічній валентності  $Z$  речовини. Відношення  $M/Z$  називається в хімії *хімічним еквівалентом речовини*.

*Другий закон Фарадея вказує на те, що електрохімічні еквіваленти речовини пропорційні їх хімічним еквівалентам:*

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z}, \quad (10)$$

де  $F$  – стала Фарадея. Для одновалентної речовини на електродах виділяється кількість частинок, що дорівнює числу Авогадро  $N_A$ , тому

$$F = e \cdot N_A = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 9.65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}.$$

Обидва закони Фарадея можна подати однією формулою. Підставляючи вираз (10) для  $k$  в (8), знаходимо:

$$m = \frac{M}{Z} \cdot \frac{q}{F} = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} \cdot I \cdot t. \quad (11)$$

– об'єднаний закон Фарадея.

Розглянутий вище іонний механізм електропровідності електролітів дозволяє вивести закони Фарадея. Справді, нехай кількість іонів, які виділилися на одному з електродів у процесі електролізу, дорівнює  $\nu$ , а заряд кожного іона  $q = Z \cdot e$  (де  $e$  – елементарний заряд, що дорівнює заряду електрона), тоді повний заряд, який пройшов крізь електроліт:

$$Q = q \cdot \nu = Z \cdot e \cdot \nu. \quad (12)$$

Якщо маса одного іона дорівнює  $m_0$ , то маса, яка виділилась на електроді:

$$m = m_0 \cdot \nu. \quad (13)$$

Виключивши з рівностей (10) і (11)  $\nu$ , знаходимо:

$$m = \frac{m_0}{Z \cdot e} Q. \quad (14)$$

Ця формула виражає перший закон Фарадея. Із неї випливає, що електрохімічний еквівалент визначається відношенням маси іона до його заряду:

$$k = \frac{m_0}{Z \cdot e}. \quad (15)$$

Атомна (молярна) маса речовини, яка виділяється при електролізі, становить:

$$M = N_A \cdot m_0, \quad (16)$$

де  $m_0$  – маса іона,  $N_A$  – число Авогадро. Відповідно хімічний еквівалент дорівнює:

$$\frac{M}{Z} = \frac{N_A \cdot m_0}{Z}. \quad (17)$$

Порівнюючи вирази (13) і (15), знаходимо:

$$k = \frac{1}{N_A \cdot e} \cdot \frac{M}{Z}. \quad (18)$$

Остання формула виражає другий закон Фарадея. Із неї випливає, що число Фарадея становить:

$$F = N_A \cdot e. \quad (19)$$

Отже, елементарний заряд дорівнює:

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{96500}{6,023 \cdot 10^{23}} \cong 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}. \quad (20)$$

Це значення заряду електрона добре узгоджується з результатами дослідів Міллікена, що підтверджує електронну теорію будови речовини і теорію електролітичної дисоціації.

#### **4.3. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ ЕЛЕКТРОЛІТІВ. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЕЛЕКТРОЛІТІВ**

Електричний струм у електролітах має багато спільного із струмом у металах. У електролітах і металах, на відміну від газів, носії заряду утворюються незалежно від електричного струму. Далі заряд



позитивних іонів у кожному об'ємі електроліту дорівнює заряду негативних іонів, і тому об'ємний заряд в електролітах, як і в металах, дорівнює нулеві. Отже, концентрація іонів (позитивних і негативних), як правило, однакова в різних точках електроліту. Внаслідок цього градієнт концентрації іонів всередині електролітів всюди дорівнює нулеві і дифузія іонів не відіграє важливої ролі в утворенні струму на початкових стадіях його протікання через електроліт.

Як впливає з фізичної теорії дисоціації, електроліти мають іонну біполярну провідність, тобто носіями заряду в них є іони протилежних знаків. При відсутності зовнішнього електричного поля іони в електроліті перебувають лише в хаотичному тепловому русі. Але якщо створити в електроліті електричне поле, то позитивні іони набувають додаткової швидкості (швидкість дрейфу) в напрямі електричного поля, а негативні – в протилежному напрямі: виникає електричний струм. Для прикладу розглянемо рух позитивного іона із зарядом  $q_+ = Z_+ \cdot e$  в електричному полі напруженістю  $E$ . На цей іон в електричному полі буде діяти сила:

$$F_{ел} = q_+ \cdot E. \quad (21)$$

Під дією цієї сили іон починає рухатися прискорено вздовж поля і швидкість його напрямленого руху  $v_+$  буде зростати. Напрявлений рух іона, оточеного сольватною оболонкою (рис. 3), можна уподібнити з рухом кульки радіуса  $r$  у в'язкій рідині з коефіцієнтом внутрішнього тертя (в'язкістю)  $\eta$ . Силу тертя, що діє на позитивний іон, можна визначити за законом Стокса:

$$F_{тер} = -6\pi\eta r_+ v_+. \quad (22)$$

В міру збільшення швидкості іона зростає сила тертя і зменшується його прискорення. Практично через дуже короткий проміжок часу сила тертя дорівнює за величиною силі електричного поля, і іон далі буде рухатися рівномірно з деякою сталою швидкістю  $v_+$ . При рівномірному русі векторна сума сил, які діють на іон, дорівнює нулеві:

$$F_{ел} + F_{тер} = 0. \quad (23)$$

або

$$q_+ E - 6\pi\eta r_+ v_+ = 0. \quad (24)$$

Звідси можна знайти швидкість іона:

$$v_+ = -\frac{q_+}{6\pi\eta r_+} \cdot E = u_+ \cdot E . \quad (25)$$

Коефіцієнт пропорційності:

$$u_+ = -\frac{q_+}{6\pi\eta r_+} \quad (26)$$

називається *рухливістю* позитивного іона. Отже, рухливість іонів прямо пропорційна їх заряду  $q$  та обернено пропорційна їх розміру  $r$  і в'язкості  $\eta$  електроліту. Зазначимо, що *рухливість іонів в електролітах, як і рухливість електронів в металах, чисельно дорівнює швидкості напрямленого руху заряджених частинок, якої вони набувають при створенні в речовині електричного поля з напруженістю  $E = 1 \text{ В/м}$  і вимірюється в  $\text{м}^2/\text{с}\cdot\text{В}$* . Рухливість іонів при підвищенні температури електролітів зростає внаслідок зменшення в'язкості останніх.

Аналогічний вираз можна записати і для негативних іонів:

$$v_- = -\frac{q_-}{6\pi\eta r_-} \cdot E = u_- \cdot E . \quad (27)$$

При кімнатній температурі значення рухливості іонів у воді знаходиться в межах  $u = 10^{-7} - 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{с}\cdot\text{В})$ .

Густина струму, створюваного рухом позитивних іонів, дорівнює:

$$j_+ = n_+ \cdot q_+ \cdot v_+ , \quad (28)$$

де  $n_+$  – концентрація позитивних іонів,  $q_+$  – заряд іона,  $v_+$  – швидкість упорядкованого руху іонів. Аналогічно для густини струму негативних іонів можна записати:

$$j_- = n_- \cdot q_- \cdot v_- . \quad (29)$$

Повна густина струму:

$$j = j_+ + j_- = n_+ \cdot q_+ \cdot v_+ + n_- \cdot q_- \cdot v_- . \quad (30)$$

Як уже відмічалось, концентрація позитивних і негативних іонів у бінарних електролітах однакова, і тому:

$$n_+ = n_- = \alpha \cdot n , \quad (31)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт дисоціації, а  $n$  – число молекул в одиниці об'єму електроліту. Далі, враховуючи, що швидкість іонів виражається через їх рухливість і напруженість електричного поля в електроліті:

$$v_+ = u_+ \cdot E; \quad v_- = u_- \cdot E, \quad (32)$$

можна записати вираз для густини повного струму:

$$j = n \cdot q \cdot \alpha(u_+ + u_-) \cdot E. \quad (33)$$

Таким чином, в електролітах густина струму прямо пропорційна напруженості поля, а отже, для електролітів, як і для металів, справедливий закон Ома. При цьому питома електропровідність електроліту:

$$\sigma = n \cdot q \cdot \alpha(u_+ + u_-). \quad (34)$$

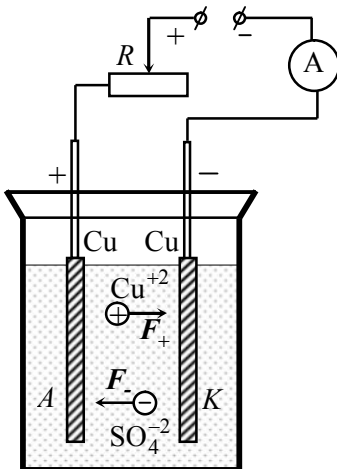
Зауважимо, що за рахунок різної рухливості позитивних і негативних іонів при протіканні струму з часом проходить їх просторове розділення, що викликає дифузійні процеси, котрі, в свою чергу, можуть привести до неоднорідного розподілу електричного поля і порушення внаслідок цього закону Ома.

Електропровідність електролітів з підвищенням температури зростає завдяки збільшенню ступеня дисоціації молекул й рухливості іонів.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту і опис установки

Електроліз проводять у скляній посудині об'ємом 2–3 л, наповненій водним розчином мідного купоросу  $\text{CuSO}_4$  і закритій кришкою, виготовленою з оргскла (рис. 7).



**Рис. 7.** Електрична схема установки для визначення електрохімічного еквівалента міді.

У кришці нерухомо закріплені два мідні електроди, на обох кінцях яких є затискачі, до яких з внутрішньої сторони закріплюють мідні пластинки розміром  $10 \times 10 \text{ см}^2$ , а із зовнішнього боку приєднують провідники.

Струм у колі під час електролізу контролюють амперметром і регулюють за допомогою реостата. Як джерело живлення використовують випрямляч змінного струму з вихідною напругою 6–12 В. Час пропускання струму через електроліт визначають секундоміром з точністю до 1 с, а зміну маси електродів за допомогою електронних ваг з точністю 0,005 г.

При пропусканні струму через електроліт на катодній пластині осідає чиста мідь.

### Послідовність виконання завдання

1. Зібрати електричне коло за схемою, зображеною на рис. 7.
2. Вийняти катодну пластинку, старанно її почистити наждачним папером, промити в стічній воді, а потім просушити за допомогою електросушки.
3. Зважити суху катодну мідну пластинку на електронних вагах з точністю до 0,005 г.
4. Після цього катодну пластинку закріпити на місце і, зануривши її у водний розчин  $\text{CuSO}_4$ , увімкнути джерело живлення та встановити струм рівний 1 А. Одночасно з цим включити секундомір.
5. Пропустити струм через електроліт протягом 30–40 хв., підтримуючи при цьому за допомогою реостата сталою силу струму.
6. Вимкнути струм, одночасно вимкнути секундомір.
7. По закінченні досліду катодну пластинку вийняти з електроліту і промити її стічною водою, висушити і знову зважити. Різниця між кінцевою масою пластинки після електролізу  $m_2$  і початковою масою пластинки  $m_1$  дасть масу міді, яка виділиться на катоді  $m = m_2 - m_1$ .
8. Знаючи масу міді, що виділилася на катоді, величину сили струму і час його проходження, із виразу (9а) знайти електрохімічний еквівалент міді  $k$  і порівняти його з табличним значенням.
9. Використовуючи значення атомної маси міді  $M = 0,06354 \text{ кг/моль}$  і знаючи валентність іона міді  $Z = 2$ , знайти заряд окремого іона міді і заряд електрона:

$$q_{\text{іона}} = \pm Z \cdot F / N_A \cdot M ; \quad e = \frac{q_{\text{іона}}}{2} .$$

10. Завдання виконати три рази. Результати вимірювань і обчислень занести у відповідну таблицю. Оцінити похибки експерименту і зробити найбільш важливі висновки.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. У чому полягає явище електролітичної дисоціації?
2. Що таке сольватація (гідратація)?
3. Записати закон Оствальда.
4. Чому позитивні і негативні іони мають різні рухливості?
5. Сформулювати і пояснити закони Фарадея для електролізу.
6. Які хімічні реакції називаються вторинними?
7. Чим супроводжується проходження електричного струму в електродітах?
8. Як відбувається процес звільнення гідратованих іонів  $\text{Cu}^{++}$  від молекул води і їх вбудовування у кристалічну ґратку на поверхні мідної пластини?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 11

# ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ЗАРЯДКИ ТА РОЗРЯДКИ КОНДЕНСАТОРА

### 1. МЕТА РОБОТИ

Експериментальне вивчення квазістаціонарних процесів при зарядці та розрядці конденсатора і визначення часу релаксації.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Електроємність відокремленого провідника. Ємність системи провідників. Ємність простих конденсаторів: плоского, циліндричного, сферичного і двопровідної лінії. Енергія зарядженого конденсатора. Квазістаціонарні струми. Процеси зарядки та розрядки конденсатора. Генератор релаксаційних коливань.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Джерело постійного струму (випрямляч).
2. Набір конденсаторів та резисторів.
3. Лабораторний макет.
4. Секундомір.
5. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

*Відокремленим провідником* називають такий провідник, який віддалено на таку відстань від інших провідників і заряджених тіл, що впливом їх електричних полів можна знехтувати. Візьмемо відокремлений провідник, для того щоб не було електризації через вплив, і будемо надавати йому послідовно однакову кількість заряду. Надаючи послідовно провіднику заряд і збільшуючи його при цьому в два, три і т.д. разів ( $q$ ,  $2q$ ,  $3q$ ...), можна помітити, що у стільки ж разів збільшується відповідно потенціал провідника ( $\varphi$ ,  $2\varphi$ ,  $3\varphi$ ...), але відношення заряду провідника до потенціалу залишається при цьому сталим, тобто:

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{2q}{2\varphi} = \frac{3q}{3\varphi} = \dots = const. \quad (1)$$

Це відношення залежить тільки від розмірів і форми провідників. Так, якщо двом провідним кулям з різними радіусами надати однако-

вого заряду  $q$ , то потенціал кулі з більшим радіусом виявиться меншим і навпаки. Таким чином, відношення  $q/\phi$  відокремленого провідника залежить від форми і розмірів його поверхні, оскільки заряди на провіднику розподіляються тільки по поверхні і «не звертають уваги» на речовину провідника або на наявність у ньому пустот, якихось неоднорідностей (включень), а також маси.

Відношення  $q/\phi$  провідника залежить також від оточуючого середовища. Якщо металевій кулі надати деякий заряд  $q$ , то під дією електричного поля кулі відбувається поляризація оточуючого її діелектричного середовища. На поверхні діелектрика, який межує з поверхнею кулі, виникає поляризаційний заряд  $q'$  протилежного знака, за величиною менший від заряду  $q$ . Поляризаційний заряд, розміщений поблизу поверхні зарядженого тіла, зв'язує частину його зарядів, внаслідок чого потенціал поверхні кулі зменшується, що свідчить (при незмінному  $q$ ) про збільшення відношення  $q/\phi$ .

*Властивість наелектризованих провідників при наданні їм однакового заряду  $q$  по-різному змінювати свій потенціал, в залежності від розмірів і форми провідника, а також різних зовнішніх умов, називається електричною ємністю (електроємністю) провідника.*

Електроємність відокремленого провідника чисельно дорівнює тій кількості електрики в кулонах, яку потрібно надати провіднику, щоб змінити його потенціал на одиницю:

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad (2)$$

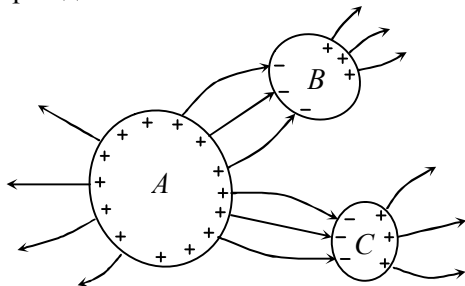
У системі СІ за одиницю ємності прийнято ємність такого провідника, у якого зміна заряду на 1 Кл викликає зміну потенціалу на 1В. Ця одиниця називається *фарадою* (Ф): 1 Ф = 1 Кл/1В.

*Фарада* – дуже велика одиниця електроємності. Тому на практиці широко користуються частинними одиницями – *мікрофарадами* (мкФ), *нанофарадами* (нФ) і *пікофарадами* (пФ):

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}, 1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}, 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Потенціал провідника, який має один і той же заряд  $q$ , залежить від наявності і розташування оточуючих його тіл. Якщо поблизу провідника  $A$  є інші провідники, то його ємність більша, ніж у того ж самого відокремленого провідника (рис. 1). Це пояснюється тим, що в процесі надання провіднику  $A$  заряду  $q$  на оточуючих його провідниках виникають індуковані заряди, причому ближчими до провідника  $A$  виявляються заряди протилежного знака. Індуковані заряди

послаблюють поле заряду  $q$  і знижують потенціал провідника  $A$ , що і означає збільшення його електроємності завдяки впливу сусідніх провідників.



**Рис. 1.** Процес електризації провідників  $B$  і  $C$  при внесенні їх в електричне поле, створене зарядженим провідником  $A$ .

При електризації провідника йому надають заряди одного знака, які відштовхуються один від одного. Потенціал провідника при цьому зростає і ускладнює накопичення на ньому великого заряду. Для того, щоб на провіднику створити великий заряд, потрібно поблизу розташувати другий провідник і наелектризувати його протилежним за знаком зарядом. Чим ближче розташовані провідники один від одного, тим більшої величини заряд буде накопичуватися на них при даній різниці потенціалів. Однак слід врахувати, що при досить малій відстані між провідниками вони можуть розрядитися через повітря. Для збільшення електроємності двох плоских паралельних провідників між ними розміщують діелектрик з великою діелектричною проникністю, який сприяє ще більшому накопиченню зарядів і служить бар'єром для їх нейтралізації.

*Система з двох провідників, різнойменно заряджених рівними за абсолютною величиною і протилежними за знаком зарядами, називається конденсатором.* Самі ж провідники в цьому випадку називаються обкладками конденсатора. Електроємність конденсатора являє собою взаємну ємність його обкладок. Накопичення зарядів на обкладках конденсатора називається його *зарядженням*. Нейтралізація зарядів конденсатора при з'єднанні його обкладок провідником називається *розрядженням*. Щоб зарядити конденсатор, необхідно з'єднати його обкладки з двома полюсами джерела електричної енергії. При цьому обкладки заряджаються рівними за величиною зарядами протилежних знаків.

За формою обкладок конденсатори поділяються на плоскі, сферичні, циліндричні, за типом діелектрика – на повітряні, паперові, слюдяні, керамічні, електролітичні, а за функціональними властивостями – сталої ємності та змінної ємності.



Під електроємністю конденсатора  $C$  розуміють відношення заряду однієї з його обкладок  $q$  до різниці потенціалів  $\varphi_2 - \varphi_1$  між обкладками:

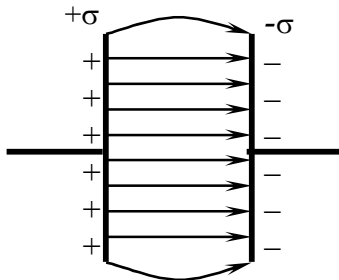
$$C = \frac{q}{\varphi_2 - \varphi_1} = \frac{q}{U}. \quad (3)$$

Конденсатор, який складається із двох плоскопаралельних металевих обкладок, ізольованих одна від одної, називається *плоским конденсатором*.

Коли лінійні розміри  $l$  пластин великі у порівнянні з відстанню  $d$  між пластинами ( $d \ll l$ ), можна знехтувати крайовими ефектами і вважати електричне поле  $E$  всередині конденсатора практично однорідним, а заряд  $q$  – розподіленим на пластинах рівномірно з поверхневою густиною:

$$\sigma = \frac{q}{S}, \quad (4)$$

де  $S$  – площа пластини (рис. 2).



**Рис. 2.** Електричне поле плоского конденсатора.

У цьому випадку напруженість електричного поля між пластинами дорівнює:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}. \quad (5)$$

З іншого боку, використовуючи співвідношення між напруженістю поля і градієнтом потенціалу для нашого випадку однорідного поля, дістанемо:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} = \frac{U}{d}. \quad (6)$$

Зробивши прості перетворення, одержимо вираз для ємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\sigma \cdot S \cdot \epsilon \epsilon_0}{\sigma \cdot d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}. \quad (7)$$

*Електроємність плоского конденсатора прямо пропорційна діелектричній проникності середовища, площі пластини і обернено пропорційна відстані між ними.*

У радіотехніці використовуються конденсатори змінної ємності, діелектриком у яких служить повітря або слюда. Такий конденсатор складається із однієї системи паралельних нерухомих пластин і другої системи пластин – рухомої. Обертаючи рухоми систему пластин навколо осі, можна змінювати площу перекриття поверхонь, а значить, змінювати електроємність такого конденсатора. При зміщенні обкладок, заряди збираються тільки на розташованих навпроти одна до одної поверхнях.

Розглянемо процеси зарядки та розрядки конденсатора (рис. 4). Якщо заряджений конденсатор замкнути провідником, то по провіднику протікатиме струм і конденсатор буде розряджатися. Нехай  $q$  заряд конденсатора,  $U_C$  – різниця потенціалів між його пластинами,  $C$  – електроємність, а  $R$  – опір провідника,  $U_R$  – спад напруги на ньому. Тоді для миттєвих значень заряду  $q$ , сили струму  $I$  і напруги  $U_C$  можна записати:

$$I = \frac{U_R}{R}, \quad q = CU_C, \quad I = -\frac{dq}{dt}. \quad (8)$$

Вважатимемо, що струм, який протікає в електричному колі, є квазістаціонарним, тобто у всіх поперечних перерізах провідника, що замикає конденсатор, його миттєве значення одне й те саме. Миттєве значення напруженості електричного поля між обкладками конденсатора таке ж, як і при тих самих, але незмінних зарядах на обкладках конденсатора. Тоді, використовуючи правило Кірхгоффа для випадку розрядки конденсатора (ключ у положенні 2 на схемі рис. 4), одержимо  $U_R + U_C = 0$ . Виключивши силу струму і напругу із рівнянь (8), одержимо:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}. \quad (9)$$

У рівнянні (9) швидкість зміни заряду  $dq/dt$  пропорційна величині цього заряду  $q$ . Природно очікувати, що в міру зменшення заряду швидкість  $dq/dt$  буде падати. За умови, що у початковий момент часу  $t = 0$  заряд конденсатора дорівнює  $q_0$ , розв'язком рівняння (9) є експоненціальна функція виду:

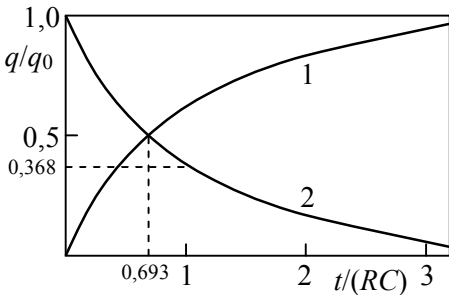
$$q = q_0 e^{-t/(RC)}. \quad (10)$$

Таким чином, заряд на обкладках конденсатора при його розряджанні зменшується за експоненціальним законом (рис. 3, крива 2).

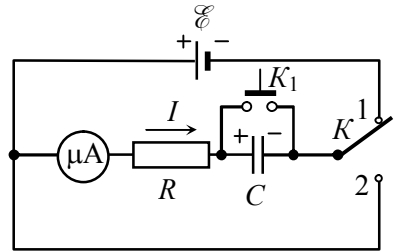
За таким же законом змінюється і напруга на обкладинках конденсатора:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/(RC)} = U_0 e^{-t/(RC)}, \quad (11)$$

де  $U_0$  – напруга в початковий момент часу.



**Рис. 3.** Криві зарядки (1) та розрядки (2) конденсатора.



**Рис. 4.** Принципова схема для дослідження зарядки і розрядки конденсатора.

Величина  $\tau = RC$  має розмірність часу. За час  $\tau$  заряд конденсатора зменшується в  $e$  раз, де  $e = 2.71828$  – основа натуральних логарифмів. Час  $\tau$  називається *часом релаксації*. Релаксацією називається самодовільний процес переходу системи в стійкий рівноважний стан. Для визначення часу релаксації зручно вимірювати час  $t_{1/2}$ , за який заряд, а отже, і напруга на конденсаторі, зменшиться до половини початкової величини:

$$\frac{1}{2} q_0 = q_0 e^{-t_{1/2}/\tau}. \quad (12)$$

Поділивши ліву і праву частину рівняння (12) на  $q_0$  і прологарифмувавши одержаний вираз, знайдемо:

$$t_{1/2}/\tau = \ln 2 = 0,693, \quad t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2. \quad (13)$$

При розряджанні конденсатора за експоненціальним законом змінюється і сила струму, який протікає у провіднику:

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/(RC)} = -I_0 e^{-t/(RC)}. \quad (14)$$

Знак « $-$ » означає, що струм протилежний до обраного напрямку обходу контуру.

Розглянемо процес зарядки конденсатора від джерела струму, в якого стала електрорушійна сила  $\mathcal{E}$  (рис. 4, ключ  $K$  в положенні 1). Застосовуючи до контуру  $\mathcal{E} RC\mathcal{E}$  друге правило Кірхгофа, дістанемо:

$$U_R + U_C = \mathcal{E} \quad \text{або} \quad R \cdot I = \mathcal{E} - U_C \quad (15)$$

Тут  $I$  – миттєве значення сили струму,  $U_C$  – миттєве значення напруги на конденсаторі, а  $R$  – повний опір кола, що включає і внутрішній опір джерела струму та амперметра. Враховуючи, що за час  $dt$  заряд конденсатора збільшується на  $dq$  можна записати:

$$U_C = q / C, \quad I = \frac{dq}{dt}. \quad (16)$$

Виключаючи  $I$  і  $U_C$  з рівнянь (15) і (16) прийдемо до рівняння:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{R \cdot C} + \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad (17)$$

яке можна звести до (10), використавши нову змінну  $\xi = q - \mathcal{E}C$ :

$$\frac{d\xi}{dt} + \frac{\xi}{R \cdot C} = 0. \quad (18)$$

Розв'язком рівняння (18) є експоненціальна функція:

$$\xi = A \cdot e^{-t/(RC)}. \quad (19)$$

У початковий момент часу  $t = 0$  конденсатор ще не заряджений, тобто  $q = 0$ . Це дозволяє знайти сталу  $A = -\mathcal{E}C$ , отже:

$$q = \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-t/(RC)} \right). \quad (20)$$

При  $t \rightarrow \infty$   $e^{-t/(RC)} \rightarrow 0$ , а заряд конденсатора прямує до свого максимального значення, рівного  $q_0 = \mathcal{E}C$  (рис. 3, крива 1). Напруга  $U_C$  на обкладках конденсатора також зростає від нуля до максимального значення, рівного електрорушійній силі джерела  $\mathcal{E}$ .

$$U = \frac{q}{C} = \mathcal{E} \left( 1 - e^{-t/(RC)} \right). \quad (21)$$

Залежність сили струму зарядки конденсатора від часу має вигляд:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/(RC)}. \quad (22)$$

Сила струму має максимальне значення в початковий момент часу і асимптотично прямує до нуля в процесі зарядки.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту і опис установки

Сила струму зарядки конденсатора  $C$  через опір  $R$ , з'єднаний з ним послідовно, змінюється за експоненціальним законом (16). Принципова схема, за допомогою якої можна перевірити цей закон, наведена на рис. 4. Перевівши перемикач  $K$  у положення 1, конденсатор  $C$  заряджатиметься через активний опір  $R$  до напруги  $\mathcal{E}$  джерела постійної ЕРС. Перекидаючи перемикач у положення 2, конденсатор розряджатиметься через той самий опір. У схему включений мікроамперметр, який дозволяє вимірювати струм при заряджанні і розряджанні конденсатора в різні моменти часу.

Якщо увімкнути в коло різні відомі опори і ємності, підібрані таким чином, що добутки  $R \cdot C$  для вибраних пар залишаються однаковими, то можна переконатися у тому, що експериментально виміряні значення струму розрядки і зарядки для будь-яких пар лягають на одну і ту ж саму лінію  $I_0/I = f(t)$  або на одну й ту ж пряму  $\ln(I_0/I) = f(t)$ . В останньому випадку очевидно, що тангенс кута нахилу прямої дорівнює  $1/(R \cdot C)$ . А тому з прямої  $\ln(I_0/I) = \varphi(t)$  легко знайти час релаксації  $\tau = R \cdot C$ . Вимірюючи струм розрядки і зарядки для невідомого опору  $R$  і ємності  $C$ , можна визначити величини  $R$ ,  $C$  і  $\tau$ .

### Завдання 1. Вимірювання кривих зарядки та розрядки конденсатора

1. Зібрати електричне коло за схемою, наведеною на рис. 4, увімкнувши в нього резистор із відомим опором  $R$  і конденсатор ємністю  $C$ .

2. Дослідити залежність струмів зарядки  $I_3$  і розрядки  $I_p$  від часу  $t$  для двох пар  $R$  і  $C$  ( $R = 600 \text{ кОм} \div 1 \text{ МОм}$ ,  $C = 50\text{--}100 \text{ мкФ}$ ). Кожну криву знімати не менше двох-трьох разів.

3. Побудувати залежність  $\ln(I_0/I) = f(t)$  при зарядці та розрядці конденсатора і визначити сталі процесів релаксації  $\tau$ . Порівняти одержане значення  $\tau$  із розрахованим за формулою  $\tau = R \cdot C$

## **Завдання 2. Визначення невідомого опору резистора та ємності конденсатора із процесів зарядки та розрядки конденсатора**

1. Виконати пункти 1–3 завдання 1 при увімкненому невідомому опорі  $R$  і невідомій ємності  $C$ .

2. Результати вимірювань подати у вигляді графіка  $\ln(I_0/I) = f(t)$ . Знайти невідомий опір, користуючись законом Ома, знаючи  $I_0$  і подану в схему напругу  $\mathcal{E}$ . Внутрішній опір мікроамперметра можна не враховувати, оскільки він малий у порівнянні з  $R$ .

3. Із графіка визначити час релаксації  $\tau$ . Знаючи  $\tau$  і  $R$ , знайти ємність невідомого конденсатора:  $C = \tau / R$ .

**УВАГА!!!** Всі перемикання в схемі проводити тільки при повністю розряджених конденсаторах. Для цього при вимкненому джерелі живлення розрядити конденсатор кнопкою  $K_1$ .

## **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Які струми називають квазістаціонарними?

2. Розглянути коло послідовно з'єднаних конденсатора  $C$ , резистора  $R$  і джерела сталої ЕРС. Записати закон Ома для цього кола. Розв'язати отримане диференціальне рівняння щодо  $I(t)$  і напруги на конденсаторі  $U(t)$ .

3. Показати, що через час  $\tau = R \cdot C$  струм у розглядуваному колі спадає в  $e$  разів.

4. Який провідник називається відокремленим? Дати визначення ємності відокремленого провідника. Від яких факторів залежить ємність відокремленого провідника?

4. У яких одиницях вимірюється ємність у системі СІ? Дати визначення фаради.

5. Що називається конденсатором? Вивести формулу ємності плоского конденсатора.

6. За яких умов формула ємності плоского конденсатора справедлива для сферичного та циліндричного конденсаторів?

7. Чому дорівнює енергія зарядженого конденсатора?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 12

# ВИЗНАЧЕННЯ ІНДУКТИВНОСТІ КОТУШКИ, ЄМНОСТІ КОНДЕНСАТОРА І ПЕРЕВІРКА ЗАКОНУ ОМА ДЛЯ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Вимірювання параметрів кіл змінного струму (опору, індуктивності і ємності) та перевірка виконання закону Ома для кола змінного струму з різними видами навантажень.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Критерій квазістаціонарності. Одержання змінного струму. Коло змінного струму з омичним опором. Діючі значення сили струму і напруги. Опір, індуктивність та ємність у колі змінного струму. Закон Ома для змінного струму. Імпеданс. Метод векторних діаграм та комплексних опорів. Резонанс напруг. Резонанс струмів.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

Лабораторний макет з вмонтованими на ньому котушками індуктивності, конденсаторами та резисторами.

1. Амперметр і вольтметр електромагнітної системи.
2. Амперметр і вольтметр магнітоелектричної системи.
3. Автотрансформатор (ЛАТР).
4. Джерело постійного струму (випрямляч).
5. Набір з'єднувальних провідників з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

*Змінним струмом називають такий струм, який періодично змінюється як за значенням, так і за напрямом.* Зазначимо, що характер зміни сили струму з часом у загальному випадку може бути різним. Найпростішим є гармонічний або синусоїдальний закон зміни:

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Змінні електричні струми створюють у навколишньому середовищі змінні електромагнітні поля, які поширюються у просторі зі скінченною швидкістю. Для технічних струмів, які змінюються з часом досить повільно і протікають в електричних системах порівняно не-

великих розмірів, їхні електромагнітні поля проходять ці відстані практично миттєво. Отже, для таких струмів і їхніх електричних кіл з достатньою точністю можна вважати електромагнітне поле однаковим у всіх ділянках кола. У провідниках також нехтують струмами зміщення (струми, які породжуються змінним електричним полем) і враховують лише струми провідності. Струми, які задовольняють цим умовам, називають *квазістаціонарними*.

Умову *квазістаціонарності змінного струму* можна записати так. Якщо відстань між найбільш віддаленими точками електричного кола  $l$ , а швидкість поширення електромагнітного поля вздовж кола (лінії)  $v$ , то найбільший час, необхідний для поширення поля в колі,  $\tau = l/v$ . Тоді умова *квазістаціонарності* має вигляд:  $\tau \ll T$ , де  $T$  – період коливань, що відбуваються в колі, або  $l \ll \lambda$ , де  $\lambda = v \cdot T$  – довжина електромагнітної хвилі, що відповідає періоду  $T$ . Для звичайного технічного змінного струму ( $v = \omega/2\pi$ )  $\lambda = 3 \cdot 10^8$  м/с  $\cdot 0,02$  с =  $6 \cdot 10^6$  м =  $6 \cdot 10^3$  км. Тому технічний струм у лініях довжиною в кілька сотень кілометрів можна розглядати як квазістаціонарний. Величина струму в даний момент часу в будь-якій точці такого кола однакова, бо зміна струму відбувається досить повільно, а електромагнітні поля поширюються по колу з швидкістю, рівною швидкості світла.

#### 4.1. МЕТОД ВЕКТОРНИХ ДІАГРАМ ТА КОМПЛЕКСНИХ АМПЛІТУД

Вивчаючи коливні процеси, часто виникає необхідність встановити характер результуючого коливання при додаванні складових коливань різних амплітуд, зсувів фаз між ними та ін. Розв'язання таких задач може бути здійснене за допомогою тригонометричних формул. Проте розв'язання можна значно спростити за допомогою методу *векторних діаграм*.

*Векторна діаграма* – спосіб графічного зображення гармонічної величини, за яким довжина відрізка в певному масштабі зображає її амплітудне значення, а кут з основним напрямом – початкову фазу.

З механіки відомо, що гармонічне коливання точки можна подати як проекцію вектора, який рівномірно обертається. Для цього на площині оберемо умовний напрям або *опорну лінію*, наприклад, вісь абсцис  $OX$  (рис. 1). Амплітуду довільної періодично змінної величини умовно позначимо вектором  $OM$  у відповідному масштабі одиниць і проведемо під кутом  $\varphi_0$  до осі  $OX$ . Значення  $\varphi_0$  відповідає по-



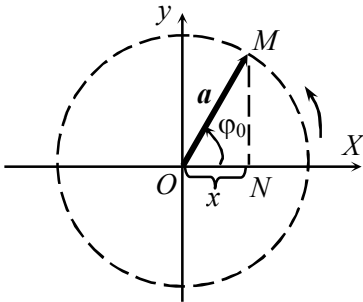
чатковій фазі змінної величини. Періодична зміна, наприклад, сили струму чи напруги з циклічною частотою  $\nu$  може бути передана обертанням вектора  $OM$  навколо  $O$  проти руху годинникової стрілки з кутовою швидкістю  $\omega$ . При цьому проекція вектора  $OM$  на вісь абсцис виразиться формулою:

$$x = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

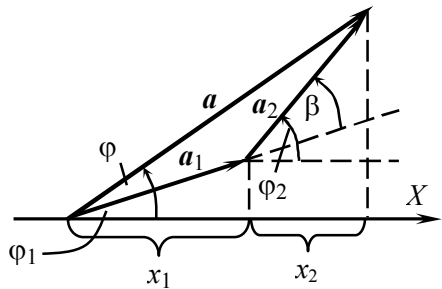
а проекція цього ж вектора на вісь  $OY$ :

$$y = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (3)$$

де  $a$  – довжина вектора  $OM$ .



**Рис.1.** Гармонічне коливання як проекція вектора  $a$ , який рівномірно обертається навколо точки  $O$ .



**Рис.2.** Векторна діаграма суми двох гармонічних коливань.

На одній діаграмі можуть бути зображені вектори різних періодично змінних величин з однаковою частотою  $\omega$ . Розглянемо додавання двох гармонічних коливань однакової частоти. Побудуємо вектор, який зображає перше коливання (рис. 2). Його довжина  $a_1$  дорівнює амплітуді коливань, а кут  $\varphi_1$  – початкова фаза. З кінця вектора  $a_1$  побудуємо другий вектор, який зображає друге коливання, що має амплітуду  $a_2$  і початкову фазу  $\varphi_2$ . Кут  $\beta = \varphi_2 - \varphi_1$  є різницею фаз коливань. Проекція  $x_1$  вектора  $a_1$  дає одне з коливань:

$$x_1 = a_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (4)$$

а проекція  $x_2$  другого вектора  $a_2$  дає друге коливання:

$$x_2 = a_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (5)$$

Сума  $x_1 + x_2$  є сума обох коливань. Але сума проекцій двох векторів дорівнює проекції суми обох векторів. Тому вектор  $a$  є сумою векторів  $a_1$  і  $a_2$  і зображає результуюче коливання.

#### 4.2. ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

Коло змінного струму крім активного опору, може мати ще й реактивний опір. Останній викликаний наявністю в колі конденсаторів та котушок індуктивності. Відповідно розрізняють реактивний ємнісний та реактивний індуктивний опори. Реальні елементи кола зазвичай мають одночасно і активний, і реактивний опори. Якщо активний опір набагато більший за реактивний, то останнім знехтують. Такий елемент кола називають *резистором*. Існують елементи кола, які мають тільки ємнісний або тільки індуктивний опір. Елементи кола, які мають тільки один тип опору, називають *ідеальними*. У деяких випадках реальний елемент кола можна представити як комбінацію із кількох ідеальних.

Елементи електричних кіл поділяються на *лінійні* та *нелінійні*. Елемент називається лінійним, якщо його опір не залежить від сили струму, що протікає в ньому або напруги, прикладеної до нього. Електричні кола, складені з лінійних елементів, називаються лінійними. Електричні процеси, що характеризують таке коло, описуються лінійними алгебраїчними або диференціальними рівняннями.

**4.2.1. Опір у колі змінного струму.** Розглянемо електричне коло, яке складається тільки з резистора з омичним опором  $R$ , до кінців якого  $a$  і  $b$  (рис. 3) прикладена напруга:

$$U = U_0 \cdot \sin \omega t \quad (6)$$

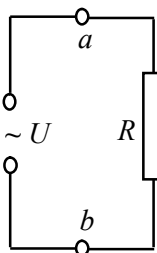


Рис. 3. Резистор у колі змінного струму.

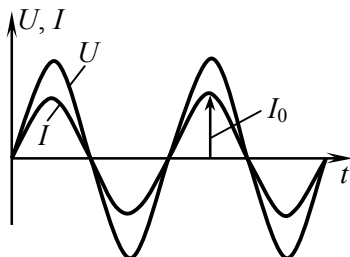


Рис. 4. Коливання струму і напруги на омичному опорі.

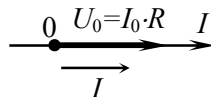


Рис. 5. Векторна діаграма амплітудних значень струму і напруги на резисторі.

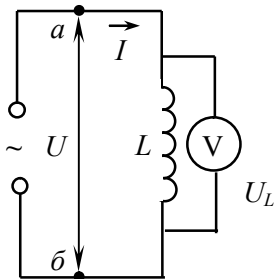
За законом Ома:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot \sin \omega t, \quad (7)$$

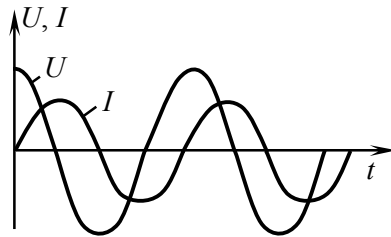
де  $I_0 = U_0/R$  – амплітудне значення сили змінного струму. У цьому випадку різниця фаз між коливаннями струму і напруги дорівнює нулю. Напруга і струм одночасно досягають максимальних і мінімальних значень (рис. 4).

Векторна діаграма для цього випадку зображена на рис. 5. За опорну вісь взято вісь струмів. Тоді вектор, що зображає коливання напруги, буде напрямлений уздовж осі струмів, бо різниця фаз між струмом і напругою дорівнює нулю (рис. 5). Довжина цього вектора дорівнює амплітуді напруги  $I_0 R$ .

**4.2.2. Котушка індуктивності у колі змінного струму.** Розглянемо електричне коло, яке містить котушку індуктивності, резистор і джерело змінної ЕРС (генератор змінного струму) (рис. 6).



**Рис. 6.** Котушка індуктивності у колі змінного струму.



**Рис. 7.** Коливання струму і напруги у котушці індуктивності.

Нехай зовнішня ЕРС зумовлює виникнення змінного струму:

$$I = I_0 \sin \omega t. \quad (8)$$

За наявності змінного струму в котушці індуктивності виникне ЕРС самоіндукції:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (9)$$

Закон Ома для ділянки кола з ЕРС запишемо:

$$U_L = IR - \mathcal{E}_c. \quad (10)$$

При  $R = 0$  із рівняння (10) з врахуванням (8) і (9) випливає, що:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_0 \cdot \omega \cdot L \cdot \cos \omega t = I_0 \cdot L \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \pi/2). \quad (11)$$

Із останнього виразу видно, що амплітуда напруги дорівнює:

$$U_0 = L \cdot \omega \cdot I_0, \quad (12)$$

Отже, величина

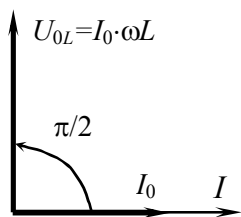
$$R_L = \omega \cdot L \quad (13)$$

відіграє таку саму роль, як і опір на ділянці. Тому  $R_L$  називають *позірним опором індуктивності*.

Оскільки індуктивний опір  $R_L$  прямо пропорційний частоті змінного струму  $\omega$ , тому при дуже великих частотах навіть малі індуктивності можуть бути значним опором для змінних струмів.

Порівнюючи вирази (8) і (11), бачимо, що коливання напруги на індуктивності випереджають за фазою коливання струму на  $\pi/2$ . Якщо протягом часу від  $t = 0$  до  $t = T/4$ , струм зростає від 0 до  $I_0$ , то напруга зазнає зміни від  $U_0$  до нуля (рис. 7).

Зсув фаз між струмом і напругою  $\pi/2$  з фізичної точки зору пояснюється тим, що за відсутності омичного опору прикладена напруга точно зрівноважує ЕРС самоіндукції і тому дорівнює  $\mathcal{E}_c$  з протилежним знаком. Але ЕРС самоіндукції пропорційна не миттєвому значенню сили струму, а швидкості його зміни. Оскільки максимальне значення швидкості зміни струму відбувається не в момент максимумів сили струму, а в момент, коли сила струму проходить через нульові значення, тому максимума напруги відповідають



**Рис. 8.** Векторна діаграма амплітудних значень струму і напруги в котушці індуктивно-

моментам часу, коли сила струму набуває нульових значень. На векторній діаграмі, де за опорну вісь знову беремо вісь струмів, вектор, який зображає коливання напруги, повернутий щодо осі струмів у додатному напрямі (проти руху стрілки годинника) на кут  $\pi/2$  (рис. 8), а його довжина, що дорівнює амплітуді напруги, є  $I_0 \omega L$ .

моментам часу, коли сила струму набуває нульових значень. На векторній діаграмі, де за опорну вісь знову беремо вісь струмів, вектор, який зображає коливання напруги, повернутий щодо осі струмів у додатному напрямі (проти руху стрілки годинника) на кут  $\pi/2$  (рис. 8), а його довжина, що дорівнює амплітуді напруги, є  $I_0 \omega L$ .

**4.2.3. Ємність у колі змінного струму.** Розглянемо електричне коло, яке має тільки конденсатор ємністю  $C$ , а омичним опором та

індуктивністю кола знехтуємо (рис. 9). Якщо до конденсатора прикласти змінну напругу, то він періодично перезаряджається, і струм провідності у підвідних провідниках замикається струмом зміщення між обкладками конденсатора. Отже, в електричному колі потече змінний струм:

$$I = I_0 \cdot \sin \omega t. \quad (14)$$

Оскільки уся зовнішня напруга прикладена до конденсатора, то:

$$U_C = \frac{q}{C}. \quad (15)$$

Виразивши заряд конденсатора через силу струму:

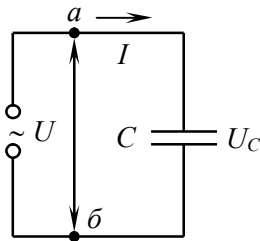
$$I = \frac{dq}{dt}, \quad \text{звідси } q = \int I \cdot dt, - \quad (16)$$

і підставивши його у (15) з врахуванням (14), одержимо:

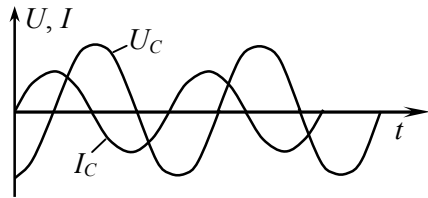
$$U_C = \frac{1}{C} \int I \cdot dt = \frac{1}{C} \int I_0 \cdot \sin \omega t \cdot dt = -\frac{I_0}{C \cdot \omega} \cos \omega t = \frac{I_0}{C \cdot \omega} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (17)$$

Із останнього виразу випливає, що амплітуда напруги на конденсаторі дорівнює:

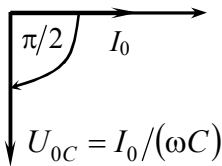
$$U_0 = \frac{I_0}{C \cdot \omega} = I_0 R_C. \quad (18)$$



**Рис. 9.** Конденсатор у колі змінного струму.



**Рис. 10.** Коливання струму в колі і напруги на конденсаторі.



**Рис. 11.** Векторна діаграма амплітудних значень струму і напруги на конденсаторі.

Порівнюючи цей вираз із законом Ома для ділянки кола з постійним струмом ( $U = IR$ ), бачимо, що величина

$$R_C = 1/(\omega \cdot C) \quad (19)$$

відіграє роль опору ділянки кола. Тому вона дістала назву *позірною опорю ємності*.

Із порівняння виразів (16) і (17) випливає, що у разі суто ємнісного електричного кола коливання напруги на конденсаторі відстають за фазою від коливань струму на  $\pi/2$ . На рис. 10 зображено зміну сили струму і напруги в часі, а на рис. 11 – векторну діаграму для цього випадку.

З фізичної точки зору відставання коливань напруги від коливань струму пояснюється тим, що напруга на конденсаторі в певний момент часу визначається наявним зарядом конденсатора. Але цей заряд був утворений струмом, що проходив спочатку у більш ранній стадії коливань. Тому і коливання напруги запізнюється щодо коливань струму. Так, наприклад, коли в момент часу  $t = 0$  величина струму дорівнює нулю (рис. 10), то на конденсаторі ще є негативний заряд, перенесений струмом у попередній період часу, і напруга не дорівнює нулю. Щоб цей заряд дорівнював нулю, треба, аби деякий час  $t_1$  проходив струм додатного напрямку, і тому, коли заряд конденсатора (а значить і напруга) дорівнюватиме нулю, величина струму вже не дорівнюватиме нулю.

### 4.3. ЗАКОН ОМА ДЛЯ КОЛА ЗМІННОГО СТРУМУ

Розглянемо загальний випадок, коли в коло змінного струму увімкнені послідовно омичний опір  $R$ , котушка індуктивністю  $L$ , конденсатор ємністю  $C$  і джерело змінної ЕРС (рис. 12).

Припустимо, як і раніше, що струм у колі змінюється за законом:

$$I = I_0 \sin \omega t, \quad (20)$$

і обчислимо напругу між точками  $a$  і  $b$  (рис.12).

На всіх елементах кола відбувається спад напруги, а оскільки при послідовному сполученні провідників напруги додаються, то шукана напруга  $U$  є сумою трьох напруг: на опорі, на ємності і на індуктивності:

$$U = U_R + U_L + U_C, \quad (21)$$

де

$$U_R = IR, \quad U_L = -L \frac{dI}{dt}, \quad U_C = \frac{q}{C}. \quad (22)$$

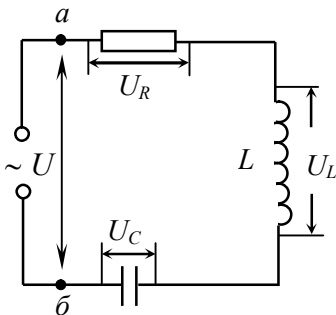
Щоб додати ці три гармонічні коливання, скористаємося векторною діаграмою напруг (рис.13).

Оскільки елементи  $L$ ,  $R$ ,  $C$  кола, зображеного на рис. 12, сполучені послідовно, то через них протікає один і той же струм  $I$ , тому за опорну вісь вибираємо вісь струмів (рис. 13). Амплітуда прикладеної напруги  $U_0$  повинна бути рівна геометричній сумі амплітуд усіх спадів напруг. Коливання напруги на резисторі співпадає з коливаннями струму, а амплітудне значення напруги на резисторі  $U_{0R} = I_0 \cdot R$ . Тому на осі струмів відкладаємо вектор, що відповідає в певному масштабі величині  $U_{0R}$ . Напруга на індуктивності випереджає струм за фазою на  $\pi/2$ , тому вектор  $U_L = I_0 \cdot \omega L$  повернутий щодо осі струму на кут  $\pi/2$  проти руху стрілки годинника (рис. 13). Вектор  $U_{0C} = I_0/(\omega \cdot C)$ , який відповідає амплітуді спаду напруги на конденсаторі, щодо осі струмів повернутий на кут  $\pi/2$  за годинниковою стрілкою. Результируючий спад напруги в колі  $U$  дорівнює векторній сумі спадів напруг  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ . Склавши  $U_{0L}$  і  $U_{0C}$ , одержимо реактивну складову напруги:

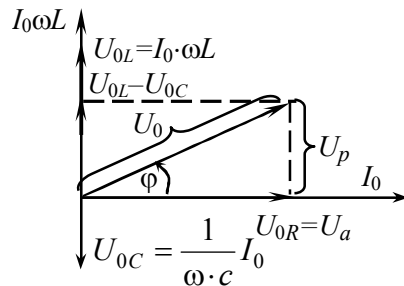
$$U_p = I_0(\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)). \quad (23)$$

Далі, додавши векторно реактивну складову напруги  $U_p$  і активну складову  $U_a = U_{0R}$ , одержимо:

$$U_0^2 = I_0^2 \cdot R^2 + I_0^2(\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C))^2. \quad (24)$$



**Рис. 12.** Коло змінного струму з омичним опором, індуктивністю і ємністю.



**Рис. 13.** Векторна діаграма амплітудних значень струму і напруг для електричного кола рис. 12.

Вектор  $U_0$  з віссю струмів утворює кут  $\varphi$ , який визначається з умови:

$$\operatorname{tg}\varphi = [\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)]/R, \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)}{R}\right). \quad (25)$$

При  $\omega \cdot L > 1/(\omega \cdot C)$   $\varphi > 0$ , а при  $\omega \cdot L < 1/(\omega \cdot C)$   $\varphi < 0$ . Таким чином в залежності від співвідношення індуктивного і ємнісного опорів струм може випереджати напругу по фазі на кут  $\varphi$  або відставати від неї на кут  $\varphi$ .

З виразу (24) визначимо амплітудне значення струму:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C))^2}} = \frac{U_0}{Z}. \quad (26)$$

Це співвідношення називають *законом Ома для змінного струму* у випадку послідовно з'єднаних  $R$ ,  $L$  і  $C$ . Зауважимо, що ця формула справедлива для амплітудних або ефективних значень струму і напруги, але не для їхніх миттєвих значень.

Вираз

$$Z = \sqrt{R^2 + [\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)]^2} \quad (27)$$

називають *повним опором для кола змінного струму або імпедансом*, де  $R$  його активна, а  $\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)$  реактивна складові. Величина  $Z$  не є сталою, вона залежить від частоти струму. Якщо активний опір  $R = 0$ , а  $C \neq \infty$  і  $L \neq 0$ , тоді

$$Z = \omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C), \quad I_0 = \frac{U_0}{\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C)}. \quad (28)$$

Оскільки ефективні значення струму і напруги, виміряні за допомогою електровимірювальних приладів, зв'язані з їхніми амплітудними значеннями наступними співвідношеннями:

$$I_{ef} = I_0/\sqrt{2} \quad \text{і} \quad U_{ef} = U_0/\sqrt{2}, \quad - \quad (29)$$

то закон Ома для змінного струму для розглядуваного випадку можна записати так:

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - 1/\omega \cdot C)^2}} = \frac{U_{ef}}{Z}. \quad (30)$$

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ



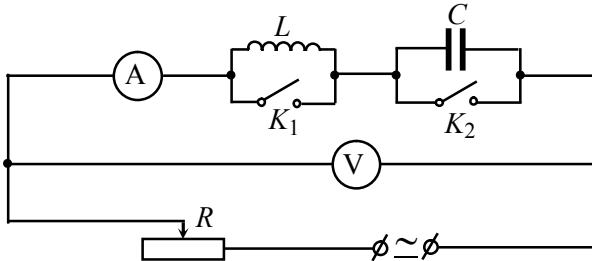
## Опис установки

Для визначення індуктивності котушки і ємності конденсатора та перевірки закону Ома для кола змінного струму використовується лабораторний макет, на якому змонтовані послідовно з'єднані котушки і конденсатори з перемикачами для їх зміни, а також передбачені клєми для під'єднання амперметра і вольтметра (рис. 14). Ключами  $K_1$  і  $K_2$  можна замкнути котушку або конденсатор, тобто використовувати кола, в яких ввімкнено лише конденсатор або лише котушку відповідно.

Індуктивність котушки визначають із формули (30) за умови, що  $1/(\omega C) = 0$  (ключ  $K_2$  замкнутий, а  $K_1$  розімкнутий):

$$L = \frac{\sqrt{U_{ef}^2 - I_{ef}^2 \cdot R^2}}{\omega \cdot I_{ef}} = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}, \quad (31)$$

де  $Z$  – сумарний опір котушки ( $Z = U_{ef}/I_{ef}$ );  $R$  – її омичний опір постійному струму  $R = U_-/I_-$ ;  $\omega$  – циклічна частота.



**Рис. 14.** Електрична схема установки для експериментального визначення  $L$ ,  $C$  та перевірки закону Ома для кола змінного струму.

Ємність  $C$  можна визначити з формули (30) за умови, що  $L = 0$  (ключ  $K_1$  замкнутий, а  $K_2$  розімкнутий):

$$C = \frac{I_{ef}}{\omega \sqrt{U_{ef}^2 - I_{ef}^2 \cdot R}} = \frac{1}{\omega \sqrt{Z^2 - R^2}}, \quad (32)$$

де  $Z = U_{ef}/I_{ef}$  – сумарний опір кола;  $R$  – омичний опір кола.

Формула (31) значно спрощується, якщо  $U_{ef}$  вимірюється безпосередньо на обкладках конденсатора, оскільки тоді омичний опір кола  $R$  практично дорівнює нулю. У цьому випадку:

$$C = I_{ef} / (\omega \cdot U_{ef}) = 1 / (\omega \cdot Z). \quad (33)$$

Якщо у коло змінного струму увімкнені послідовно омичний опір, індуктивність та ємність, то повний опір у ньому визначається за формулою (27). Таким чином:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C))^2}; \quad (34)$$

$$Z = U_{ef} / I_{ef}. \quad (35)$$

Перевірка справедливості формул (34) і (35) і є метою даної роботи.

### **Завдання 1. Визначення індуктивності котушки**

1. Зібрати коло за схемою, наведеною на рис. 14. Замкнути ключ  $K_2$ .

2. Визначити омичний опір вказаних керівником заняття котушок індуктивності. Для цього необхідно увімкнути в електричну схему джерело постійного струму і виміряти за допомогою амперметра і вольтметра магнітоелектричної системи  $I_{\perp}$  та  $U_{\perp}$ . За формулою  $R = U_{\perp} / I_{\perp}$  визначити омичний опір котушки.

3. Для знаходження сумарного опору  $Z$  замість джерела постійного струму необхідно увімкнути джерело змінного струму і за допомогою приладів електромагнітної системи виміряти не менше 5 різних значень  $I_{ef}$  та  $U_{ef}$ .

4. За формулою (31) визначити індуктивність котушки, а за формулою (25) – зсув фази. Оцінити похибки.

### **Завдання 2. Визначення ємності конденсатора**

1. Замість котушки індуктивності увімкнути у коло (рис. 14) досліджуваний конденсатор.

2. Увімкнути у коло джерело змінного струму і за допомогою приладів електромагнітної системи виміряти не менше 5 різних значень  $U_{ef}$  та  $I_{ef}$ , а за цими даними визначити опір  $Z_C$ .

3. Підставляючи одержані дані у формулу (33), визначити ємність конденсатора та оцінити похибку.

4. Якщо в коло увімкнена батарея конденсаторів, вимірювання проводити спочатку для кожної із двох секцій батареї, а потім їх з'єднати, тим самим перевірити формули для послідовного та пара-

лельного з'єднань конденсаторів.

### **Завдання 3. Перевірка закону Ома для змінного струму**

1. З'єднати послідовно резистор, котушку індуктивності та конденсатор (рис. 14) (ключі  $K_1$ ,  $K_2$  розімкнуті). Увімкнути в коло джерело змінного струму і за допомогою відповідних приладів виміряти не менше 5 різних значень  $I_{ef}$  та  $U_{ef}$ . Одержані значення підставити у формулу (35) і знайти повний опір  $Z$ . Оцінити похибку.

2. Обчислити  $Z$ , підставляючи у формулу (34) визначені у завданнях 1 і 2 величини  $R$ ,  $L$  і  $C$  і порівняти з даними, одержаними в пункті 1 цього завдання. У звіті до завдання додати таблицю вимірянних і обчислених величин.

### **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Який струм називається змінним? Як одержують змінний струм?

2. Чому в колі змінного струму котушка індуктивності, крім активного опору, має індуктивний опір? Які причини появи цього опору?

3. Дати визначення ємнісного опору? Від чого він залежить?

4. Як визначити повний опір у колі змінного струму? Від чого він залежить?

5. Що таке зсув фаз? Як визначити зсув фаз у випадку наявності в колі змінного струму тільки індуктивного опору? Нарисувати векторну діаграму для цього випадку.

6. Чому закон Ома для кола змінного струму виконується тільки для амплітудних або ефективних значень напруги і струму?

7. Що називається імпедансом? Чому дорівнює модуль імпедансу?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 13

# ВИМІРЮВАННЯ ПОТУЖНОСТІ ЗМІННОГО СТРУМУ ТА ЗСУВУ ФАЗ МІЖ СТРУМОМ І НАПРУГОЮ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Вивчення перетворення енергії у колах змінного струму з різними видами навантажень та вимірювання їх опорів. Вимірювання зсуву фаз між струмом і напругою у колах, що складаються з послідовно з'єднаних резистора і конденсатора, а також резистора і котушки індуктивності.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Робота змінного струму. Активна, реактивна і повна потужності змінного струму. Коефіцієнт потужності та його значення. Трансформатор, автотрансформатор. Векторна діаграма найпростіших випадків роботи трансформатора. Будова та принцип роботи ватметрів.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Ватметр електродинамічної системи.
2. Вольтметр і амперметр електромагнітної системи.
3. Автотрансформатор (ЛАТР).
4. Лабораторний макет з вмонтованими на ньому резисторами, конденсаторами та котушками індуктивності.
5. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

#### 4.1. АКТИВНА, РЕАКТИВНА І ПОВНА ПОТУЖНІСТЬ

Мірою перетворення електричної енергії в інші види енергії є величина роботи струму. Розглянемо, чому дорівнює робота, яка виконується в колі, коли у ньому протікає змінний струм. Робота змінного струму в колі, як і постійного, визначається його напругою і силою. Але оскільки обидві ці величини змінюються в часі, потужність струму також є змінною. Для характеристики роботи струму в певний момент часу вводять поняття миттєвої потужності струму, як відношення роботи, яку виконує струм за проміжок часу  $\Delta t$ , набагато менший від періоду коливань струму  $T$ , до цього проміжку часу.

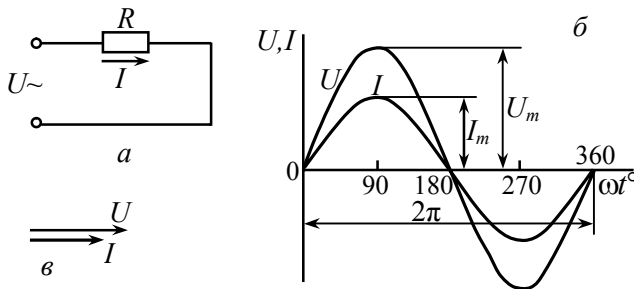
**Коло з активним опором.** Для схеми такого кола (рис. 1, а) заданий опір  $R$  і напруга, яка змінюється за гармонічним законом:

$$U = U_0 \cdot \sin \omega t. \quad (1)$$

Визначимо силу струму і потужність у колі з активним опором. Для миттєвих значень напруги і струму за законом Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t = I_0 \cdot \sin \omega t, \quad (2)$$

де  $I_0 = U_0/R$  – амплітудне значення сили струму.



**Рис. 1.** Коло змінного струму з резистором (а) та залежність струму і напруги від фази коливань (б).

Із виразів (1) і (2) випливає, що у колі з активним опором напруга і струм співпадають за фазою (це показано на графіках і векторній діаграмі рис. 1, б, в).

При неперервній зміні напруги і струму миттєва потужність змінюється згідно з рівнянням:

$$P = U \cdot I = U_0 \cdot \sin \omega t \cdot I_0 \cdot \sin \omega t = U_0 \cdot I_0 \cdot \sin^2 \omega t. \quad (3)$$

Враховуючи тригонометричні співвідношення

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t);$$

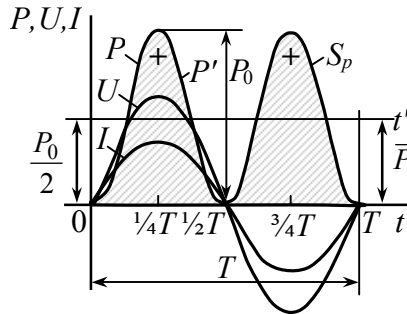
$$\cos 2\omega t = \sin(2\omega t + \pi/2).$$

одержимо наступний вираз миттєвої потужності:

$$P = \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 - \frac{1}{2} I_0 \cdot U_0 \cdot \sin(2\omega t + \pi/2). \quad (4)$$

Наочне уявлення про характер зміни потужності дає графік на рис. 2, який побудований після помноження ординати кривих напруг і сили струму, які відповідають ряду значень їх спільного аргументу

– часу  $t$ . Аналізуючи графік миттєвої потужності, нескладно помітити, що потужність протягом одного періоду  $T$  залишається додатною, хоча напруга і струм змінюють свій знак. Це говорить про те, що напрям потоку енергії протягом періоду залишається однаковим, у даному випадку від мережі (від джерела енергії) до споживача з опором  $R$ , де електрична енергія перетворюється в інший вид енергії. Електрична енергія у цьому випадку називається *активною*.



**Рис. 2.** До пояснення миттєвого і середнього значення потужності у колі змінного струму з резистором.

Як характеристику енергетичного процесу у колі змінного струму визначають середню потужність за період  $T$ , використовуючи графік миттєвої потужності  $P(t)$  (рис. 2). У відповідному масштабі середню потужність виражає висота прямокутника з основою  $T$ , площа якого дорівнює площі, обмеженої кривою  $P(t)$  і віссю абсцис (заштрихована площа на рис. 2). Ці площі рівні між собою за умови, якщо висота прямокутника  $\bar{P}$  складає половину найбільшого значення миттєвої потужності  $\bar{P} = P_0/2$ . У цьому випадку частина заштрихованої площі (+), яка знаходиться вище прямокутника, точно укладається в незаштриховану його частину. Тому

$$\bar{P} = \frac{P_0}{2} = \frac{U_0 I_0}{2}. \quad (5)$$

Вираз для активної потужності може бути одержаний усередненням миттєвої потужності за один період  $T = 2\pi/\omega$ :

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T P_t \cdot dt. \quad (6)$$

Після підстановки (3) в (6) та інтегрування одержимо:

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 U_0 \sin^2 \omega t \cdot dt = \frac{I_0 U_0}{2T} \int_0^T \left(1 - \cos \frac{4\pi}{T} \cdot t\right) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0. \quad (7)$$

За допомогою амперметра і вольтметра вимірюють не максимальні значення сили струму і напруги, а діючі (ефективні) їх значення  $I_{ef}$  і  $U_{ef}$ . Діючим значенням сили змінного струму називається сила такого постійного струму, який у тому ж самому опорі  $R$  за однаковий проміжок часу, рівний цілому числу періодів, виділить таку ж саму теплову енергію, як і змінний. Діючі значення струму і напруги зв'язані з їх амплітудними значеннями такими співвідношеннями:

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{і} \quad U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (8)$$

Через ефективні значення сили струму і напруги формула (7) набуває вигляду:

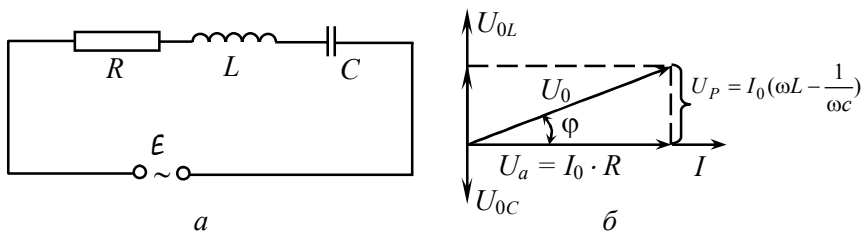
$$P = I_{ef} \cdot U_{ef}. \quad (9)$$

Зазначимо, що величину струму і напругу змінних струмів у електротехніці характеризують їх ефективними значеннями. Так само всі амперметри і вольтметри для вимірювання змінного струму звичайно градуують за ефективними значеннями струму і напруги.

**Електричне коло з активним і реактивним опорами.** Розглянемо загальний випадок, коли в електричному колі змінного струму, крім активного опору, є й реактивний (ємність та індуктивність) (рис. 3, а).

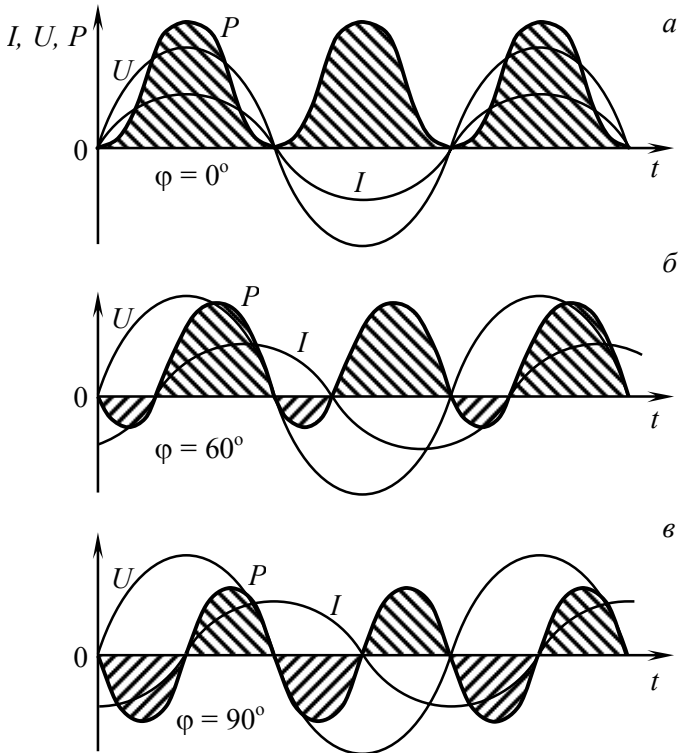
У цьому випадку між коливаннями сили струму і напруги є зсув фаз, що істотно змінює значення миттєвої потужності. А саме:

$$\begin{aligned} P &= I_0 \sin \omega t \cdot U_0 \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} I_0 U_0 [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] = \\ &= I_{ef} U_{ef} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)] \end{aligned} \quad (10)$$



**Рис. 3.** Коло змінного струму з активним опором, індуктивністю і ємністю (а) та його векторна діаграма (б).

Вираз у квадратних дужках, а, отже, і миттєва потужність може бути як додатною, так і від'ємною. Додатна миттєва потужність – потужність, яка поступає в коло від генератора. Від'ємна миттєва потужність – потужність струму самоіндукції, який виникає в колі, і розрядного струму конденсаторів, яка віддається генератору.



**Рис. 4.** Коливання миттєвої потужності змінного струму: *a* – коло має суто активний опір; *б* – зсув фаз між струмом і напругою  $\varphi = 60^\circ$ ; *в* – випадок суто реактивного опору.

На рис. 4 наведені графіки зміни миттєвої потужності (заштриховані площі) при різних кутах зсуву фаз у колі змінного струму. Із цих графіків видно, що протягом одного періоду струму миттєва потужність чотири рази змінює знак. При  $\varphi = 0$  у всі моменти часу миттєва потужність додатна, вона витрачається у колі на виконання різних видів робіт. При  $0 < \varphi < \pi/2$  в окремі проміжки часу миттєва потужність від'ємна (відповідає заштрихованим площам нижче осі часу). Від'ємна миттєва потужність характеризує процес передавання енер-



гії генератору із електричного і магнітного полів кола. При  $\varphi = \pi/2$  додатна миттєва потужність дорівнює від'ємній потужності, додатна робота струму за період (заштриховані площі вище осі часу) буде дорівнювати від'ємній його роботі (заштриховані площі нижче осі часу). Робота струму за період дорівнює нулю, отже, середня потужність струму також дорівнює нулю. При цьому періодично енергія накопичується у магнітних і електричних полях, а потім знову передається генератору. Останній випадок може реалізуватися лише при  $R = 0$ . Швидкість необоротного процесу перетворення енергії оцінюється середньою потужністю за період або *активною* потужністю  $P$ , швидкість обмінного процесу характеризується *реактивною* потужністю  $Q$ .

В електричному колі, наведеному на рис. 3, *a*, повну напругу  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , можна розкласти на дві складові (рис. 3, *б*): активну:

$$U_a = U_0 \cos\varphi \sin\omega t, \quad (11)$$

яка коливається у фазі зі струмом, і реактивну:

$$U_p = U_0 \sin\varphi \cdot \sin(\omega t + \pi/2), \quad (12)$$

зміщену за фазою щодо струму на  $\pi/2$ .

Середня потужність, зумовлена активною і реактивною складовими напруги, за час в один період відповідно дорівнюватиме:

$$\bar{P}_a = \frac{1}{T} I_0 U_0 \cos\varphi \int_0^T \sin^2(\omega t) \cdot dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos\varphi = I_{ef} U_{ef} \cos\varphi; \quad (13)$$

$$\bar{P}_p = \frac{1}{T} I_0 U_0 \sin\varphi \int_0^T \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \cdot dt = 0. \quad (14)$$

Отже, середня потужність змінного струму визначається лише активною складовою напруги, тобто:

$$\bar{P} = P_a = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos\varphi = I_{ef} \cdot U_{ef} \cdot \cos\varphi. \quad (15)$$

З фізичної точки зору, активна потужність  $P_a$  – це енергія, яка у вигляді тепла виділяється за одиницю часу в нерухомому провіднику першого роду опором  $R$  (тому цей опір і називають *активним*). До такого висновку можна прийти, скориставшись векторною діаграмою (рис. 3), з якої випливає, що  $U = IR/\cos\varphi$ . Тому  $P = I^2 R$ , а це за законом Джоуля-Ленца і є теплота, яка виділяється за одиницю часу

в провіднику опором  $R$ . Активна потужність вимірюється у ватах (Вт).

Таким чином, активна потужність  $P_a$  залежить не тільки від сили струму  $I_{ef}$  і напруги  $U_{ef}$ , але і від зсуву фаз між напругою і струмом. Максимальне значення  $P_{max} = I \cdot U$  досягається при  $\varphi = 0$ . Отже,

$$\cos \varphi = P_a / P_{max} \quad (16)$$

показує, яку частину активна потужність складає від максимально можливої при тих же значеннях сили струму  $I$  і напруги  $U$  у колі. Величина  $\cos \varphi$  називається коефіцієнтом потужності. Якщо в колі реактивний опір відсутній, то  $\cos \varphi = 1$  і  $P = I \cdot U$ . Якщо ж коло містить тільки реактивний опір, то  $\cos \varphi = 0$  і середня потужність дорівнює нулю, якими б великими не були напруга і струм, тобто на ідеальній індуктивності ( $L$ ) і ємності ( $C$ ) струм ніякої роботи не виконує.

Реактивна потужність однофазного кола визначається виразом:

$$Q = I \cdot U \cdot \sin \varphi. \quad (17)$$

Для з'ясування її фізичного змісту розглянемо коло з послідовно з'єднаними активним опором  $R$ , індуктивністю  $L$  та ємністю  $C$  (рис. 3, а).

Миттєве значення енергії магнітного поля, створеного струмом:

$$W_M = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{L \cdot I_0^2}{2} \sin^2 \omega t. \quad (18)$$

Напруга на конденсаторі:

$$U_C = U_{C0} \sin(\omega t - \pi/2) = \frac{I_0}{C \cdot \omega} \cdot \cos \omega t. \quad (19)$$

Тоді миттєве значення енергії електричного поля

$$W_E = \frac{C \cdot U_C^2}{2} = \frac{I_0^2}{2C\omega^2} \cdot \cos^2 \omega t \quad (20)$$

Миттєве значення повної енергії:

$$W = W_M + W_E = \frac{L \cdot I_0^2}{2} \sin^2 \omega t + \frac{I_0^2}{2C\omega^2} \cos^2 \omega t. \quad (21)$$

Після перетворень з урахуванням виразу (8) одержимо:

$$W = \frac{LI_{ef}^2}{2} + \frac{I_{ef}^2}{2C\omega^2} - \left( \frac{LI^2}{2} - \frac{I^2}{2C\omega^2} \right) \cos 2\omega t = W_1 + W_2. \quad (22)$$

Перші два доданки ( $W_1$ ) відображають сталу складову енергії  $W$ . Надалі при періодичному процесі ця частина енергії залишається незмінною. Останній член суми  $W_2$  – змінна складова, яка змінюється з часом з подвоєною частотою  $2\omega$  (половинчастим періодом  $T/2$ ).

Середнє значення енергії, яка поступає від генератора за чверть періоду (від  $-T/8$  до  $+T/8$ ):

$$\langle W_2 \rangle = \frac{4}{T} \int_{-T/8}^{+T/8} \left( \frac{LI_{ef}^2}{2} - \frac{I_{ef}^2}{2C\omega^2} \right) \cos(2\omega t) \cdot dt = \frac{1}{\pi\omega} I_{ef}^2 \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right). \quad (23)$$

Оскільки з векторної діаграми, наведеної на рис. 3, б випливає, що  $I_0(L\omega - 1/(C\omega)) = U_0 \sin \varphi$ , то

$$W_2 = \frac{1}{\pi\omega} IU \sin \varphi = \frac{1}{\pi\omega} \cdot Q. \quad (24)$$

Таким чином, *реактивна потужність  $Q$  прямо пропорційна середньому за чверть періоду значенню енергії, яку віддає генератор на створення змінної складової енергії електричного і магнітного полів у розглядуваній ділянці кола. Так як за час  $t = T$ , енергію  $W_2$  генератор двічі віддає у коло і двічі ця енергія повертається назад, то, іншими словами, реактивна потужність  $Q$  характеризує ту енергію, якою обмінюються генератор і споживач.*

Вимірювання реактивної потужності як в однофазному, так і у двофазному електричному колі здійснюється електродинамічними та феродинамічними приладами з одно-, дво- і триелементними механізмами, у яких обертальний момент пропорційний не косинусу кута між векторами струму і напруги, а синусу цього кута. Останнє досягається вмиканням звичайних електродинамічних або феродинамічних вимірювальних механізмів у коло за спеціальними схемами.

*Вимірюється реактивна потужність у вольт-амперах реактивних (вар).*

*Повна потужність:*

$$N = I \cdot U, - \quad (25)$$

*характеризує максимальну потужність, яку генератор може від-*

дати споживачу (при тих же значеннях сили струму  $I$  і напруги  $U$ ), що здійснюється за відсутності зсуву фаз між струмом і напругою у споживачі, тобто при  $\varphi = 0$ .

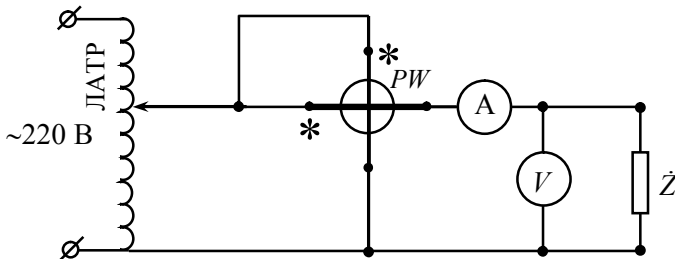
Вимірюється повна потужність у вольт-амперах (ВА).

Активна, реактивна і повна потужність зв'язані таким співвідношенням:

$$N^2 = P^2 + Q^2. \quad (26)$$

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Для вимірювання потужності в колі змінного струму і зсуву фаз між струмом і напругою використовують електричну схему, наведену на рис. 5.



**Рис. 5.** Електрична схема установки для вимірювання потужності в колі змінного струму і зсуву фаз між струмом і напругою.

Вимірювання активної потужності в однофазному колі змінного струму здійснюють одноелементними (із одним вимірювальним механізмом) електродинамічними та феродинамічними ватметрами із дотриманням правил під'єднання виводів. Необхідно пам'ятати, що електродинамічні та феродинамічні ватметри, як правило, градууються при  $\cos\varphi = 1$ . А тому, при вимірюванні активної потужності у колах з малим  $\cos\varphi$  можливі великі похибки внаслідок недостатньої чутливості таких ватметрів і наявність у них кутової похибки, яка зростає по мірі зменшення  $\cos\varphi$ . Щоб не допустити таких похибок при малих  $\cos\varphi$  необхідно використовувати малокосинусні ватметри, які градууються при  $\cos\varphi_{ном} = 0,1$  або  $0,2$ . У таких ватметрах для одержання повного кута відхилення рухомої частини при малих  $\cos\varphi_{ном}$  збільшена чутливість за рахунок зменшення протидійного моменту  $W_{пр}$ .

Ватметр  $W$  електродинамічної системи містить дві котушки – нерухому з малим опором, що вмикається в коло змінного струму пос-

лідовно з тією ділянкою, в якій потрібно виміряти споживану потужність, та рухомої котушки з великим опором, що з'єднується паралельно до досліджуваного кола. Котушки мають спільну точку з'єднання позначену зірочкою (\*).

Величина напруги, яка подається на навантаження регулюється за допомогою лабораторного автотрансформатора (ЛАТР).

Через  $\dot{Z}$  позначають повний опір, тобто опір навантаження, що має активну і реактивну складові. За вимірними значеннями  $P$ ,  $I_{ef}$  і  $U_{ef}$ , обчислюють коефіцієнт потужності  $\cos\varphi$ , а також модуль повного опору кола змінному струму:

$$\cos\varphi = \frac{P}{I_{ef} \cdot U_{ef}}; \quad |\dot{Z}| = \frac{U_{ef}}{I_{ef}}. \quad (27)$$

Із формули:

$$R = \frac{P}{I_{ef}^2} \quad (28)$$

визначають той омичний опір, в якому виділяється джоулеве тепло.

Користуючись знайденими значеннями  $Z$  і  $R$ , за законом Ома для кола змінного струму одержують вирази, за якими можна визначити індуктивний і ємнісний опори кола, а також реактивну потужність  $Q$ :

$$R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = Z^2 = \frac{U_{ef}^2}{I_{ef}^2};$$

$$\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 = Z^2 - R^2 = \frac{U_{ef}^2}{I_{ef}^2} - \frac{P^2}{I_{ef}^4};$$

або

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\sqrt{U_{ef}^2 I_{ef}^2 - P^2}}{I_{ef}^2}; \quad (29)$$

$$Q = \sqrt{I_{ef}^2 U_{ef}^2 - P^2}. \quad (30)$$

### Завдання 1. Вимірювання потужності та зсуву фаз між струмом і напругою в колі змінного струму

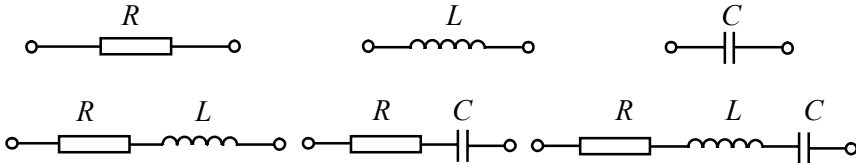
1. Зібрати електричне коло, за схемою зображеною на рис. 5. Як

повний опір  $Z$  використати комбінації різних навантажень, наведених на рис. 6.

2. Для кожного навантаження виміряти не менше 5 значень сили струму  $I_{ef}$ , напруги  $U_{ef}$ , активної потужності  $P_a$  і визначити: повну  $N = I_{ef}U_{ef}$  і реактивну  $Q = \sqrt{I_{ef}^2U_{ef}^2 - P^2}$  потужності; коефіцієнт потужності  $\cos\varphi = P/(I_{ef} \cdot U_{ef})$ , повний активний  $R = P/I_{ef}^2$  і реактивний  $X = \frac{1}{I_{ef}^2} \sqrt{I_{ef}^2U_{ef}^2 - P^2}$  опори.

Результати виміряних і обчислених величин записати у відповідну таблицю.

3. Для кожного навантаження (рис. 6), використовуючи одне із виміряних значень  $I_{ef}$ ,  $U_{ef}$ ,  $P$ , побудувати векторну діаграму.



**Рис. 6.** Комбінації різних навантажень для електричного кола, наведеного на рис. 5.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що називається діючим значенням струму? Який зв'язок між діючим і амплітудним значеннями змінного синусоїдного струму?
2. Який фізичний зміст активної, реактивної і повної потужностей змінного струму? Який зв'язок між цими величинами?
3. Що називається коефіцієнтом потужності? Як можна виміряти цю величину?
4. Який принцип будови та роботи ватметра електродинамічної системи?
5. Як практично збільшити коефіцієнт потужності за наявності у колі змінного струму індуктивного опору?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 14

# ВИВЧЕННЯ БУДОВИ ТА ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛОГРАФА

### 1. МЕТА РОБОТИ

Ознайомлення з функціональною (або структурною) схемою електронного осцилографа, вимірювання чутливості електронно-променевої трубки, вивчення систем розгортки і синхронізації, використання осцилографа для дослідження змінних електричних сигналів. Спостереження фігур Лісажу та вимірювання частоти і зсуву фаз за їх допомогою.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Дія електричного і магнітного полів на електричні заряди. Сила Лоренца. Відбивання і заломлення електронних пучків. Електронна та іонна оптика. Електричні лінзи. Магнітні лінзи. Будова та принцип роботи електронно-променевої трубки. Будова та принцип роботи осцилографа.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

1. Електронний осцилограф промислового типу.
2. Звуковий генератор.
3. Понижувальний трансформатор.
4. Електронний вольтметр.
5. Лабораторний макет.
6. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

*Електронно-променевий (електронний) осцилограф – прилад, призначений для безпосереднього спостереження і дослідження різних періодичних електричних процесів шляхом їх графічного відтворення на екрані електронно-променевої трубки. За допомогою електронного осцилографа можна спостерігати форму електричних коливань, вимірювати постійні і змінні напруги та струми, вимірювати параметри електричних сигналів, різницю фаз між струмами і напругами, визначати фазові кути, вимірювати частоту електричних коливань, спостерігати та знімати характеристики електронних ламп, напівпровідникових діодів і тріодів, спостерігати резонансні та амплітудні характеристики контурів і підсилювачів, а також про-*

дити ряд інших спостережень та вимірювань. Основною перевагою осцилографа, що забезпечила йому широке застосування у практиці, є наочність та безінерційність зображення на екрані досліджуваного процесу, що особливо важливо при дослідженнях і вимірюваннях швидкозмінних імпульсних та інших короткочасних процесів.

*Основним вимірювальним елементом електронного осцилографа є електронно-променева трубка.* За принципом фокусування і відхилення електронного променя трубки бувають двох типів: електростатичні і магнітні. У перших для фокусування і відхилення променя використовується електростатичне поле, в других – магнітне; перші застосовуються головним чином для вимірювальних цілей, другі – у телебаченні.

#### **4.1. ОСЦИЛОГРАФІЧНА ЕЛЕКТРОННО-ПРОМЕНЕВА ТРУБКА**

*Електронно-променевий прилад* – електровакуумний прилад, робота якого базується на формуванні та керуванні інтенсивністю і положенням одного або кількох електронних пучків. До них належать приймальні та запам'ятовуючі електронно-променеві трубки, у яких електричні сигнали перетворюються в оптичне зображення.

*Осцилографічна трубка* – це приймальна електронно-променева трубка, призначена для графічного відтворення форми електричного сигналу, що керує положенням електронного пучка на люмінесцентному екрані. Осцилографічні трубки використовують для візуального спостереження на екрані або реєстрації швидкозмінних процесів.

Будова і схема живлення осцилографічної електронно-променевої трубки з електростатичним фокусуванням і відхиленням електронного променя показана на рис. 1. Вона виготовлена у вигляді скляної колби, в якій створено вакуум  $10^{-5}$ – $10^{-4}$  Па. Всередині трубки розміщені три основні конструктивні елементи:

- 1) електронна гармата (електронний прожектор) – пристрій, призначений для створення вузького електронного променя, напрямленого вздовж осі трубки;
- 2) відхиляюча система, призначенням якої є зміна напрямку електронного променя;
- 3) люмінесцентний екран для індикації положення електронного променя.

Внутрішня поверхня електронно-променевої трубки вкрита провідним шаром металу або графіту (аквадагом). Цей шар слугує електростатичним екраном і захищає трубку від впливу зовнішніх



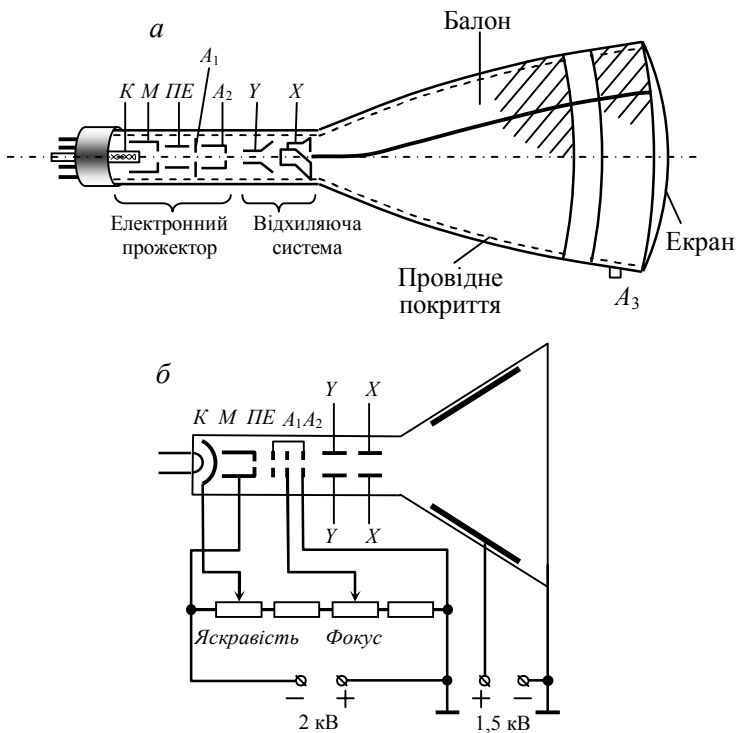


Рис. 1. Осцилографічна електронно-променева трубка.

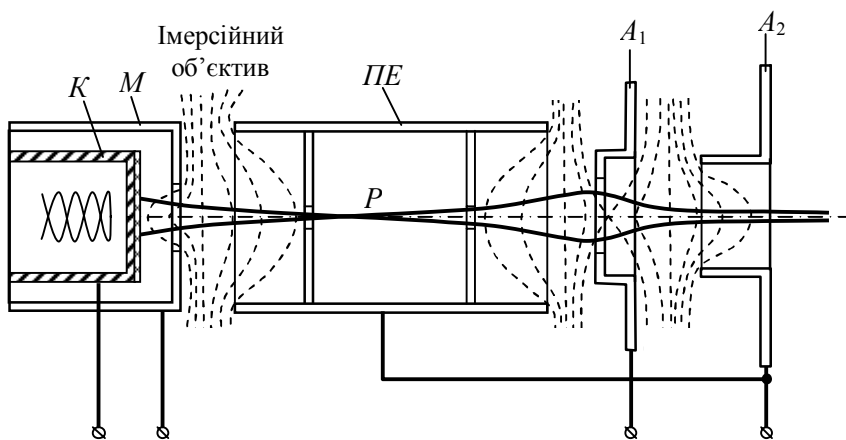


Рис. 2. Схема електронного прожектора осцилографічної трубки.

електричних полів. Для захисту від зовнішніх магнітних полів трубку розміщують у кожух, виготовлений із магнітом'якого матеріалу.

Розглянемо призначення і будову окремих елементів трубки. Електронний прожектор осцилографічної трубки (рис. 2) складається із джерела електронів – катода ( $K$ ), керуючого електрода (модулятора,  $M$ ), прискорюючого електрода ( $ПЕ$ ) і двох анодів  $A_1$  і  $A_2$ . Усі електроди розміщені вздовж осі. За допомогою електронного прожектора змінюють силу струму в промені, задають необхідну енергію електронів, здійснюють їх фокусування у вузький промінь, який досягає екран.

*Катод* виконаний у вигляді невеликого нікелевого циліндра, всередині якого міститься підігрівач (волосок розжарювання). На основу циліндра нанесений активований шар, який при нагріванні випускає електрони. Оскільки катод має плоску випромінюючу поверхню, то електрони випромінюються у напрямі екрана. Вивід катода часто приєднують в середині балона до одного з кінців нитки розжарювання.

Навколо катода розміщений *керуючий електрод* (модулятор), виконаний у вигляді нікелевого циліндра з невеликим отвором (діафрагмою) у денці, крізь який пролітають електрони, що вилітають із катода. Діаметр отвору керуючого електрода не перевищує 1 мм, а тому електрони, початкова траєкторія яких значно відхиляється від нормалі до поверхні катода, не проходять крізь діафрагму і участі в формуванні електронного променя не беруть. На модулятор подається від'ємна щодо катода напруга кілька десятків вольт. Створене цією напругою електричне поле між катодом і керуючим електродом, є гальмуючим для електронів і відштовхує частину із них назад до катода. Основною характеристикою електронного прожектора є модуляційна характеристика  $I_k = f(U_m)$  і  $I_n = f(U_m)$ , яка показує залежність струму катода  $I_k$  або променя  $I_n$  від потенціалу модулятора (рис. 3). Таким чином, змінюючи величину від'ємного потенціалу на модуляторі, можна змінювати кількість електронів, які пролітають крізь діафрагму, тобто змінювати густину струму електронного променя. Таке регулювання приводить до зміни яскравості світної плями на екрані трубки. Зауважимо, що керуючий електрод своїм електричним полем впливає також і на фокусування електронного променя.

За модулятором розміщений *прискорюючий електрод ПЕ*, виготовлений у вигляді циліндра з двома діафрагмами. За прискорюючим

електродом знаходяться два аноди  $A_1$  і  $A_2$  у вигляді циліндрів з діафрагмами або дисків з отворами. Діафрагми всередині анодів сприяють звуженню променя електронів, оскільки вони перехоплюють електрони, які сильно відхиляються від осі трубки.

Катод, модулятор і прискорюючий електрод утворюють першу короткофокусну лінзу (імерсійний об'єктив, рис. 2), яка фокусує емітовані катодом електрони у точці  $P$  (*кросовер* – мінімальний переріз електронного променя в емісійній системі), що відображається на екрані приладу другою (окремою) лінзою, утвореною прискорюючим електродом і анодами  $A_1$  і  $A_2$ . Використовуючи дволінзову електростатичну систему, можна одержати на екрані пляму діаметром  $\sim 0,25$  мм.

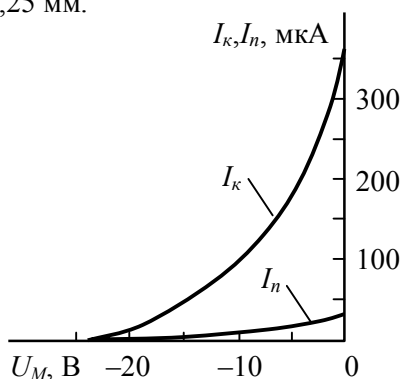
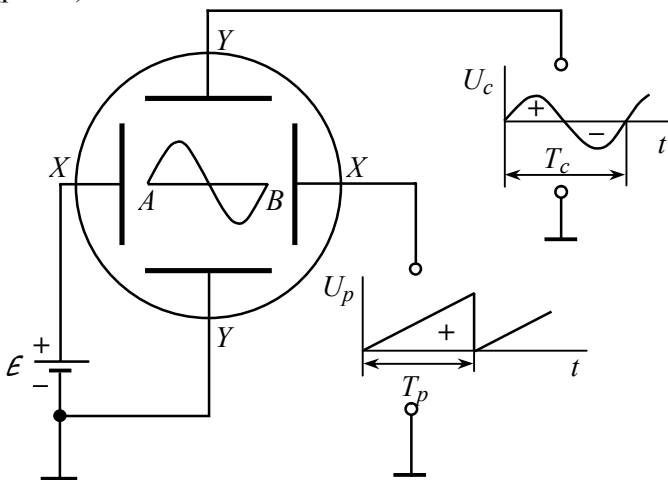


Рис. 3. Модуляційна характеристика електронного прожектора.

Для переміщення електронного променя (а відповідно й світної плями) на екрані трубки, між другим анодом і екраном розташована *відхиляюча система*, що складається з двох взаємно перпендикулярних пластин  $XX$  і  $YY$  (рис. 1), на які подаються відхиляючі напруги  $U_X$  і  $U_Y$ . Пластини  $XX$  відхиляють промінь у горизонтальному напрямі і називаються *горизонтально відхиляючими*, а пластини  $YY$ , які відхиляють промінь у вертикальному напрямі, називаються *вертикально відхиляючими*.

Принцип дії відхиляючих пластин ілюструє рис. 4. Якщо на пластині  $XX$  відсутня напруга розгортки  $U_p$ , а на пластині  $YY$  також відсутня напруга досліджуваного сигналу  $U_c$ , то сфокусований електронний пучок викликає свічення екрану у точці  $A$ , куди він спрямований завдяки дії напруги зміщення, поданої на  $XX$  пластини від джерела  $\mathcal{E}$ . Як тільки на пластині  $XX$  буде подана напруга розгортки  $U_p$ , яка має пилкоподібну форму (рис. 4), електронний промінь почне переміщатися в сторону правої пластини  $X$ . Через час  $T_p$ , рівний пе-

ріоду розгортки, електронний пучок переміститься у точку  $B$ , після чого швидко повернеться у точку  $A$ , оскільки напруга розгортки падає до нуля. У подальшому цей процес повторюється з частотою розгортки. Тому, що людському оку притаманна інерційність сприйняття, при достатньо високій частоті напруги розгортки на екрані трубки буде видно світну горизонтальну лінію. Таку розгортку називають *лінійною*. Довжина лінії залежить від амплітуди напруги розгортки, а її товщина – від ступеня фокусування електронного променя, тобто від напруги на першому аноді. Якщо водночас із подачею напруги розгортки на горизонтально відхиляючі пластини  $XX$ , на вертикально відхиляючі пластини  $YY$  подати досліджувану синусоїдальну напругу, рівну частоті напруги розгортки, то електронний промінь буде одночасно переміщуватися у горизонтальному і вертикальному напрямках. При цьому на екрані електронно-променевої трубки з'являться зображення, яке відображає зміну в часі вхідного сигналу за один період (рис. 4).



**Рис. 4.** Принцип одержання зображення досліджуваної синусоїдальної напруги у трубці з електростатичним керуванням.

Для одержання нерухомого зображення на екрані необхідно, щоб при кожному переміщенні електронного пучка вздовж лінії розгортки на нього діяли кожен раз в одних і тих самих точках розгортки однакові напруги на сигнальних  $YY$  пластинах. Повне співпадання окремих повторних зображень спостерігатиметься тоді, коли період розгортки буде рівний цілому числу періодів досліджуваної напруги, тобто:

$$T_p = n \cdot T_c. \quad (1)$$

Ця умова називається *синхронізацією* періоду напруги розгортки з періодом напруги досліджуваного сигналу.

Основним параметром електронно-променевої трубки є її *чутливість до відхилення*. У трубках із електростатичним керуванням чутливість показує наскільки міліметрів переміститься електронний пучок по екрану при зміні напруги на відхиляючих пластинах на 1 В:

$$S = \frac{\Delta h}{\Delta U}, \quad (2)$$

де  $\Delta h$  – відстань на екрані, мм, на яку зміститься електронний пучок при зміні напруги на відхиляючих пластинах на  $\Delta U$ , В.

Чутливість визначається конструктивними особливостями трубки:

$$S = \frac{l \cdot L}{d \cdot U_{A_2}}, \quad (3)$$

де  $L$  – відстань від екрана до середини пластин, мм;  $l$  – довжина відхиляючих пластин у напрямі руху електронів, мм;  $d$  – відстань між пластинами, мм;  $U_{A_2}$  – напруга на другому аноді, В.

Чутливість трубки з електростатичним керуванням залежить також і від схеми живлення відхиляючих пластин. У сучасних трубках з електростатичним керуванням величина чутливості знаходиться у межах 0,1–1 мм/В. Причому чутливість трубки в горизонтальному ( $S_X$ ) і вертикальному ( $S_Y$ ) напрямках неоднакова, бо  $YY$  пара пластин розташована на більшій відстані від екрана ніж  $XX$  пара пластин.

Електростатичні відхиляючі системи практично безінерційні, вони дозволяють працювати на частотах у сотні, а інколи – тисячі кілогерц, проте поперечні електростатичні поля дещо порушують фокусування пучка.

Одним із важливих елементів електронно-променевої трубки є *люмінесцентний екран*, який перетворює кінетичну енергію електронного променя, що падає на екран, в електромагнітне випромінювання видимого спектру. Свічення різних речовин під дією електронного бомбардування називається *катодолюмінесценцією*, а речовини, здатні світитися під дією електронів, – *люмінофорами*. Яскравість свічення екрана залежить від швидкості електронів і густини струму електронного променя, а також від властивостей речовини, нанесеної на екран. Екран трубки перестає світитися не зразу після припинення

дії на нього електронного пучка. Тривалість післясвічення (від кількох мілісекунд до кількох секунд і більше) залежить від люмінофора. Як люмінофор використовують сполуки  $ZnO$ ,  $SiO_2$ ,  $Zn_2SiO_4$ , активовані металами  $Ag$ ,  $Cu$ ,  $Mn$ .

Із збільшенням прискорюючої напруги на другому аноді  $U_{A_2}$  зростає швидкість електронів у пучку, в результаті чого підвищується яскравість свічення екрана, але падає чутливість трубки. Однак, якщо електрони пучка прискорити після проходження ними відхиляючої системи, то чутливість трубки практично не зменшиться, а яскравість свічення зросте. З цією метою у багатьох трубках використовується так зване «послідуюче прискорення» електронного променя, яке здійснюється за допомогою третього анода  $A_3$  (рис. 1, *a*). Анодом служить провідний шар на внутрішній поверхні скляної колби (нанесений окремо від решти покриття), який має окремий вивід для подачі прискорюючої напруги. Таким чином, у трубках з післяприскоренням додатково прискорюється уже відхилений електронний промінь.

Заряд, який приносять електрони до екрана, не може стікати з нього через те, що усі люмінофори є діелектриками з питомим опором  $\rho \geq 10^{11} - 10^{13}$  Ом·м. Єдиним можливим способом відведення від'ємного заряду, який приносять на екран електрони, є вторинна електронна емісія з екрана.

При падінні електронного променя на екран частина кінетичної енергії електронів переходить у світлову енергію екрана, інша частина енергії іде на нагрівання екрана, а також на вибивання із нього вторинних електронів. Більша частина вторинних електронів не повертається назад на екран, а уловлюються провідним графітовим шаром (агвадагом), нанесеним на внутрішню поверхню балона. Тому, не зважаючи на те, що в процесі роботи трубки на екран неперервно поступають первинні електрони, між кількістю первинних і вторинних електронів встановлюється динамічна рівновага, і потенціал екрана залишається майже сталим, незначно відрізняючись від потенціалу другого анода  $A_2$ .

При експлуатації електронно-променевих трубок не можна тривалий час залишати промінь нерухомим, оскільки тривала дія електронного променя на одне й те саме місце екрана викликає послаблення яскравості – «втому» люмінофора у цьому місці та його вигорання. Працювати при великій яскравості променя можна лише про-

тягом невеликого проміжку часу і тільки в тому випадку, якщо промінь весь час переміщується по екрану.

#### 4.2. ЕЛЕКТРОСТАТИЧНІ ЛІНЗИ

Розглянемо принцип дії електронної лінзи. Відомо, що в неоднорідних електростатичних полях траєкторія зарядженої частинки викривляється. Чи можна це явище використати для формування і фокусування потоків заряджених частинок (електронів та іонів)? Яким при цьому повинно бути електричне поле, щоб воно діяло на пучок електронів подібно тому, як лінза – на світловий пучок? Виходячи із електронно-оптичної аналогії, для фокусування пучків заряджених частинок потрібно створювати електричні поля, еквіпотенціальні поверхні яких будуть викривлені подібно до поверхонь скляних лінз. Це буде неоднорідне поле, симетричне щодо якоїсь осі.

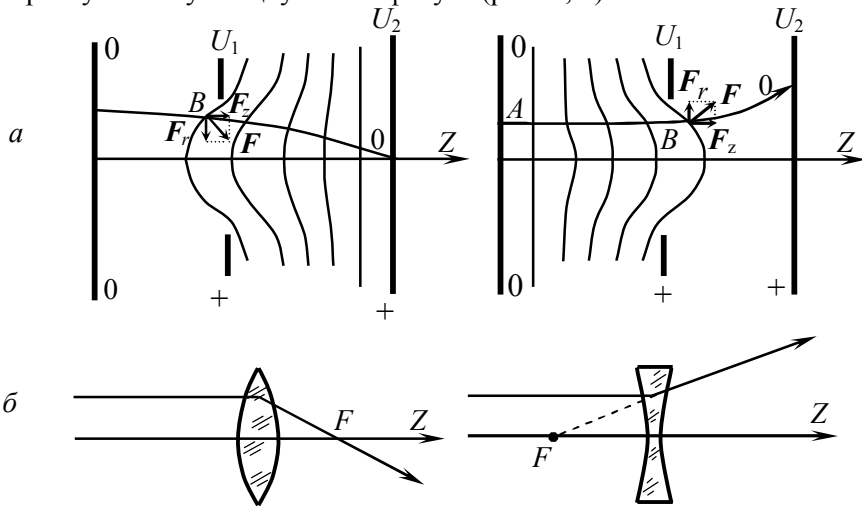
*Еквіпотенціальні поверхні потрібної форми можна одержати, або викрививши самі електроди, або зробивши в них отвори.* В електричному полі між плоскими паралельними електродами еквіпотенціальні поверхні є паралельними площинами, які на рисунку можна зобразити рівновіддаленими паралельними еквіпотенціальними лініями.

Якщо взяти три плоскі електроди, потенціали яких  $0$ ,  $U_1$  та  $U_2$ , і зробити отвір у середньому електроді, то еквіпотенціальні поверхні викривляться. Властивості електростатичного поля такі, що еквіпотенціальні поверхні завжди вигинаються в сторону меншої напруженості поля, як це показано на рис. 5, а, де зліва  $(U_1 - 0) < (U_2 - U_1)$ , а справа  $(U_1 - 0) > (U_2 - U_1)$ . Покажемо, що таке неоднорідне симетричне щодо осі електричне поле виконує роль лінзи для пучка електронів.

В електронній оптиці, як правило, використовують вузькі приосьові (параксіальні) пучки електронів. Тоді відпадає необхідність у дослідженні поля подальше від осі системи, оскільки на формування пучка чинить вплив тільки приосьова ділянка поля. На електрон у точці  $B$  діє сила  $F$ , яка перпендикулярна до еквіпотенціальної поверхні. Поздовжня складова цієї сили  $F_z = -eE_z$  прискорює електрон вздовж осі трубки, а радіальна  $F_r = -eE_r$ , в залежності від її напрямку, відхиляє його від осі системи або нахиляє до неї (рис. 5, а).

У параксіальній ділянці  $F_r$  лінійно зростає з відстанню від осі системи, тобто чим далі від осі знаходиться електрон, тим більша

радіальна сила діє на нього і тим більший радіальний імпульс сили він отримує, пролітаючи крізь неоднорідне електричне поле в ділянці отвору в електроді. Пояснюється це тим, що в міру віддалення від осі силові лінії електричного поля йдуть крутіше і радіальна складова сили буде більшою. Тому траєкторії електронів, які пролітають під великим кутом до осі, заломлюються сильніше, завдяки чому надалі вони збираються у тій же точці, що й електрони, які увійшли в поле лінзи під меншим кутом. У залежності від напрямку радіальної сили траєкторія електронного променя буде подібна до траєкторії світлового променя в збірній або розсіювальній лінзах. У першому випадку всі параксіальні електрони перетнуть вісь  $Z$  у точці, яка буде дійсним фокусом електронної лінзи, у другому – продовження їх траєкторій перетнуть вісь у точці уявного фокуса (рис. 5, б).



**Рис. 5.** Найпростіша електронна лінза-діафрагма з круглим отвором (а) та її оптичні аналоги (б).

Змінюючи потенціал середнього електрода (діафрагми), можна змінювати фокусну відстань електронної лінзи і навіть перетворювати збірну лінзу в розсіювальну і навпаки.

Розглядаючи тільки приосьові електрони, можна визначити для електронної лінзи фокусну відстань, під якою розуміють відстань від діафрагми до точки, де збираються всі електрони, які пройшли крізь отвір у ній. Якщо по обидва боки діафрагми напруженість поля відмінна від нуля, то фокусна відстань приблизно дорівнює:



$$F \approx \frac{4U_c}{|E_1 - E_2|}, \quad (4)$$

де  $U_c$  – потенціал у центрі отвору діафрагми,  $E_1$  і  $E_2$  – напруженість полів з одного та іншого боків діафрагми. Отже, в залежності від знаку різниці  $E_1 - E_2$  діафрагма буде збірною або розсіювальною лінзою.

Як самостійний фокусуєчий пристрій лінза-діафрагма використовується дуже рідко, оскільки можливості керування електронним пучком за допомогою поля однієї тільки діафрагми обмежені. Електронно-оптичні системи, складені з кількох електродів (діафрагм, циліндрів), значно розширюють діапазон способів впливу на електронний пучок. Із двох електродів можна зробити імерсійну лінзу, яка служить для більш гнучкого керування електронним променем. Така лінза складається з двох діафрагм, двох циліндрів або ж циліндра і діафрагми. У будь-якому випадку по обидва боки лінзи потенціали простору сталі і дорівнюють потенціалам найближчих електродів ( $U_1 \neq U_2$ ,  $U_1$  і  $U_2 = const$ ). А оскільки електронно-оптичний показник заломлення пропорційний потенціалу, то для імерсійної лінзи він буде різним до і після неї. Зміною потенціалів забезпечуються великі можливості в керуванні електронним променем. Імерсійна лінза будь-якої конструкції є збірною. Це впливає із відомої в електронній оптиці теореми: *будь-яка лінза, по обидва боки якої потенціал сталий, є збірною.*

Розглядаючи принцип дії діафрагми та імерсійної лінзи, ми не згадували про місце розташування джерела електронів, допускаючи, що воно знаходиться за межами поля лінзи. Між тим з практичної точки зору важливим є випадок, коли катод розташований в полі лінзи. При цьому поле лінзи виконує дві функції – воно відтягує електрони від катода і прискорює їх. Присутність катода всередині системи визначила її назву – *катодний або імерсійний об'єктив*. Такий імерсійний об'єктив утворюють емітерна поверхня катода  $K$ , керуючий електрод  $M$  (модулятор) і повернута до катода сторона прискорюючого електрода електронного прожектора електронно-променевої трубки (рис. 1). Одним імерсійним об'єктивом для проектування зображення катода зразу на екран обійтися неможливо, оскільки кросовер пучка розташований занадто близько до катода. Імерсійний об'єктив формує зменшене зображення катода, яке служить об'єктом для наступної лінзи, яка складається із прискорюючого електрода і

двох анодів  $A_1$  і  $A_2$  (рис. 2). Потенціал анода  $A_2$  більший за потенціал анода  $A_1$ , а силові лінії електростатичного поля напрямлені від анода  $A_2$  до  $A_1$ .

У просторі між другим анодом  $A_2$  і екраном електрони рухаються за інерцією за рахунок енергії, якої вони набули в прискорюючих полях електронного прожектора.

### 4.3. БЛОК-СХЕМА ТА ПРИНЦИП ДІЇ ОСЦИЛОГРАФА

Принцип роботи електронного осцилографа полягає у взаємодії потоку електронного пучка з електричним полем, створюваним досліджуванним процесом. Пучок електронів описує криву (осцилограму) на екрані електронно-променевої трубки, яка відображає досліджуваний процес. Сучасний електронний осцилограф – це досить складний пристрій, спрощена блок-схема якого наведена на рис. 6. Основні блоки осцилографа можна розділити на дві групи: блоки, які відносяться до каналу  $Y$ , тобто до каналу, по якому проходить досліджуваний сигнал, і блоки, які відносяться до каналу  $X$ , тобто до каналу, в якому формується напруга розгортки променя (рис. 6).

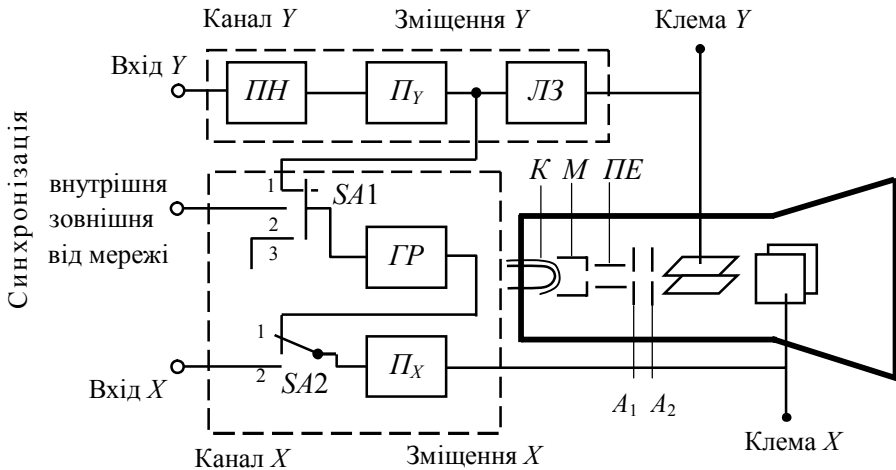


Рис. 6. Структурна схема осцилографа.

Вхідний подільник напруги (ПН), лінія затримки (ЛЗ) і підсилювач (П<sub>у</sub>) утворюють так званий канал вертикального відхилення (канал  $Y$ ), який забезпечує подачу досліджуваної напруги на вертикально відхиляючі пластини трубки з необхідною амплітудою і без спо-

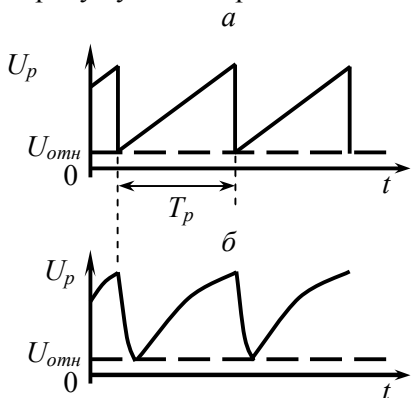
творення. Канал горизонтального відхилення (канал  $X$ ) містить генератор розгортки напруги ( $ГР$ ) і підсилювач ( $П_X$ ). Необхідність введення підсилювачів  $П_X$  і  $П_Y$  пояснюється малою чутливістю трубки, внаслідок чого спостереження слабких сигналів вимагає їх попереднього підсилення. При достатній величині вхідної напруги вона може бути подана безпосередньо на вертикально відхиляючі пластини трубки (клема  $Y$ ). Як підсилювачі  $П_Y$  універсальних осцилографів використовуються, як правило, підсилювачі напруги, які мають широку смугу пропускання, великий вхідний опір та необхідний коефіцієнт підсилення. Зміна загальної чутливості каналу  $Y$  здійснюється за допомогою подільника напруги ( $ПН$ ), який дозволяє встановлювати певні фіксовані її значення. Вихідний каскад підсилювача  $П_Y$  має симетричний диференціальний вихід, до якого підключені відхиляючі пластини (рис. 6). Це дозволяє виключити спотворення зображення на екрані при зміні середнього потенціалу пластин, яке виникає при подаванні сигналу на одну із пластин при заземленні другої. За допомогою змінного резистора каскаду здійснюється регулювання зміщення променя. Ручка регулювання знаходиться на передній панелі осцилографа і позначається « $\updownarrow$ ».

Канал  $X$  осцилографа (рис. 6) може працювати в двох основних режимах – розгортки і підсилення сигналу, який подається на вхід « $X$ ». Режим роботи каналу вибирається за допомогою перемикача  $SA2$ : положення 1 відповідає режиму розгортки, положення 2 – підсилення сигналу. В режимі розгортки напруга генератора розгортки  $ГР$  через підсилювач  $П_X$  подається на горизонтально відхиляючі пластини. Якщо напруга розгортки, яка подається на горизонтально відхиляючі пластини, змінюється з часом за лінійним законом, то зображення процесу на екрані відповідає закону зміни досліджуваного параметра з часом. Такий вигляд розгортки носить назву *лінійної*.

Для одержання лінійної розгортки, тобто переміщення променя по осі часу (осі  $X$ ) із сталою швидкістю, напруга на відхиляючих пластинках повинна змінюватися лінійно в часі (прямий хід), а в самому кінці періоду напруга розгортки повинна різко падати до першопочаткового значення (рис. 7).

На рис. 7, *а* зображена ідеальна форма пилкоподібної напруги, при якій напруга наростає за лінійним законом протягом певного часу  $T_p$ , а потім миттєво повертається у вихідне значення. На рис. 7, *б* зображено графік напруги пилкоподібної форми, яка буває насправ-

ді. Від попередньої вона відрізняється нелінійним наростанням напруги і конкретним часом її спадання. При наростанні напруги світна точка на екрані переміщується в горизонтальному напрямі від одного краю екрана до другого. Час переміщення плями називається *часом прямого ходу*. По закінченні прямого ходу промінь швидко (в ідеальному випадку – миттєво) повертається у вихідне положення у відповідності з швидким зменшенням напруги розгортки. Напруга пилкоподібної форми є періодичною, і процес переміщення променя по екрану буде повторюватись.

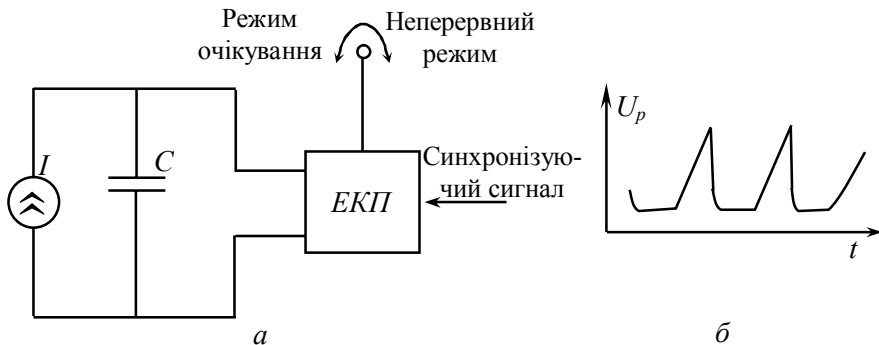


**Рис. 7.** Епюри напруг у різних точках генератора розгортки.

Для одержання напруги розгортки пилкоподібної форми служить *генератор розгортки*. У більшості сучасних генераторів розгортки використовуються спеціальні схеми, у простіших осцилографах з цією метою застосовують періодичне повторення зарядки та розрядки конденсатора через два різні за величиною опори. Для одержання на екрані стійкого зображення необхідно, щоб період напруги розгортки дорівнював періоду досліджуваного сигналу або в ціле число разів був більший. Процес вимушеної генерації розгортки напруги з частотою, що рівна або кратна частоті досліджуваного сигналу, називається *синхронізацією*. Для здійснення синхронізації в схему генератора розгортки вводиться синхронізуючий (запускаючий) сигнал. В ролі такого сигналу можна використати досліджуваний або зовнішній сигнал, частота якого дорівнює або кратна частоті основного сигналу. Вибір сигналу, який синхронізує роботу генератора розгортки, здійснюється за допомогою перемикача  $SA1$  (рис. 6), розташованого на передній панелі осцилографа. Синхронізація роботи генератора розгортки досліджуваним сигналом (положення 1 перемикача  $SA1$ ) називається *внутрішньою синхронізацією*. У випадку зовнішньої синх-

ронізації (положення 2 перемикача  $SA1$ ) на вхід «зовнішня синхронізація» необхідно подати синхронізуючий сигнал, в ролі якого можна використати напругу електричної мережі (положення 3 перемикача  $SA1$ ).

Генератор розгортки має два основні режими роботи – неперервної і очікувальної розгортки. Режим неперервної (періодичної) розгортки використовується при дослідженні неперервних періодичних процесів. У цьому випадку генератор розгортки працює в автоколебальному режимі, а синхронізуючий сигнал використовується для задання і підтримання частоти напруги розгортки, яка дорівнює або кратна частоті цього сигналу. Очікувальний режим генератора розгортки використовується при дослідженні неперіодичних сигналів, імпульсів з великою шпаруватістю (або навіть одиничних імпульсів) при вимірюванні фронтів малої тривалості і т.д. У цьому випадку генератор розгортки знаходиться у так званому очікувальному стані, а при поступленні досліджуваного (або зовнішнього синхронізуючого) сигналу генерує тільки один період напруги розгортки.



**Рис. 8.** Принцип дії генератора розгортки.

У сучасних електронних осцилографах генератор розгортки містить джерело струму, конденсатор  $C$  і електронний комутуючий пристрій (ЕКП). Вихідна частина ЕКП – це електронний ключ, який шунтує конденсатор. Схема генератора розгортки працює наступним чином. При розмиканні електронного ключа конденсатор починає заряджатися від джерела струму  $I$ , при цьому приріст напруги на конденсаторі відбувається за лінійним законом  $U_c = I \cdot t / C$  (рис. 8, б). У момент, коли напруга на конденсаторі досягає певного значення, електронний комутуючий пристрій замикає електронний ключ, і починається розряд конденсатора, який закінчується досить

швидко. В автоколивальному режимі роботи генератора розгортки після завершення процесу розрядки конденсатора електронний ключ знову розмикається, і процес повторюється далі. В очікувальному режимі після замикання електронного ключа і розрядки конденсатора цей стан генератора розгортки зберігається до приходу запускаючого сигналу. Перехід від автоколивного до очікувального режиму здійснюється за допомогою спеціального регулятора (рис. 8, а), виведеного на передню панель осцилографа. Швидкість наростання напруги на конденсаторі, яка визначає масштаб по осі  $X$ , можна регулювати шляхом зміни значень  $I$  і  $C$ . Сучасні універсальні осцилографи мають ряд (до 40) фіксованих значень масштабу по осі  $X$ . Вибір необхідного масштабу здійснюється за допомогою спеціального перемикача на передній панелі осцилографа.

Найбільш важливими з точки зору використання осцилографа є такі його технічні характеристики:

- 1) чутливість каналу  $Y$  ( $S_Y$ ) або коефіцієнт відхилення  $K_Y = I/S_Y$  (В/см);
- 2) смуга пропускання осцилографа, яка визначається діапазоном частот, у якому нерівномірність коефіцієнта підсилення не перевищує 30 процентів;
- 3) діапазон швидкостей розгортки;
- 4) вхідний опір (як правило  $R_{вх}=0,5; 1; 10$  МОм) і вхідна ємність ( $C_{вх}=10\div 50$  пФ);
- 5) похибка вимірювання напруги і тривалості часових інтервалів (не більше 10–3 %).

Крім розглянутих однопроменевих осцилографів, промисловість виробляє також двопробієні осцилографи (на основі двопробієної трубки) з двома незалежними та ідентичними каналами  $Y$  і загальним каналом  $X$ .

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

За заводською інструкцією уважно ознайомитись із функціональною схемою та принципом дії електронного осцилографа і відшукати на його передній панелі всі ручки керування приладом: вимикач електричної мережі, вимикач променя, регулятор яскравості, регулятор фокусування, регулятор вертикальної ( $Y$ ) та горизонтальної ( $X$ ) установок променя, перемикач діапазонів, плавний регулятор частоти розгортки, перемикач роду синхронізації і регулятори вертикального та горизонтального підсилювачів. Обережним обертанням ручок регу-

ляторів установити їх у нульові положення або в положення, зазначені в розділі інструкції «Підготовка приладу до роботи».

Увімкнути кабель живлення приладу в електромережу, а тумблер «Сітка» перевести у верхнє положення. При цьому повинна загорітися сигнальна лампочка. Через 2–3 хвилини після вмикання відрегулювати яскравість і фокусування лінії розгортки ручками «яскравість» і «фокус». Якщо при мінімальній яскравості променя на екрані не буде, то регуляторами вертикальної і горизонтальної установок променя добитися появи на екрані чіткого зображення нерухомої світної плями і встановити її по центру екрана. Слід пам'ятати, що робота при мінімальній яскравості не тільки зберігає трубку, але і сприяє отриманню більш чіткої картини, що особливо важливо при виконанні вимірювань, оскільки при цьому підвищується їх точність.

### **Завдання 1. Вимірювання чутливості «Y» та «X» пластин осцилографа**

1. Для визначення чутливості електронно-променевої трубки до напруги спочатку необхідно подати напругу на вертикально відхиляючі пластинки. Для цього необхідно з'єднати вихід понижувального трансформатора, встановленого на макеті, з гніздами «Y» розташованими на задній панелі приладу. При цьому тумблер «Y», розташований тут же, необхідно перевести у верхнє положення.

2. Зняти залежність амплітуди відхилення променя на екрані осцилографа від величини поданої напруги, яка відраховується за шкалою вольтметра електромагнітної системи.

3. Результати вимірювань занести в таблицю. За експериментальними даними побудувати графік залежності відхилення променя від напруги на вертикально відхиляючих пластинках. Із графіка обчислити чутливість трубки  $S_Y$  або коефіцієнт відхилення  $K_Y = I/S_Y$  (В/см) як відношення величини поданої напруги до величини відхилення променя на екрані трубки. При цьому необхідно врахувати, що вольтметр показує ефективне значення напруги, а на електронний промінь в максимумі відхилення діє амплітудне значення напруги  $U_a = \sqrt{2}U_{ef}$ .

4. Аналогічні вимірювання виконати, подавши напругу на горизонтально відхиляючі пластини «X» трубки.

### **Завдання 2. Вивчення генератора розгортки**

1. Виміряти крайні частоти для трьох сусідніх діапазонів генератора розгортки. Для цього необхідно подати на вхід  $Y$  напругу від зовнішнього генератора. Встановити частоту розгортки осцилографа на одному із діапазонів, яка відповідає крайньому проти годинникової стрілки положенню ручки «частота-плавно». Змінюючи частоту зовнішнього генератора, домогтися встановлення на екрані осцилографа зображення одного періоду синусоїдальної напруги (це відповідає рівності періоду сигналу періоду розгортки). Записати значення частоти генератора.

2. Встановити частоту генератора розгортки, яка відповідає другому кінцю діапазону, для чого ручку «частота-плавно» поставити в друге крайнє положення і знову знайти таку частоту коливань зовнішнього генератора, при якій на екрані осцилографа поміститься один період синусоїдального сигналу.

3. Аналогічно виконати вимірювання на інших діапазонах розгортки осцилографа.

### **Завдання 3. Вивчення системи синхронізації**

1. Встановити розгортку осцилографа в межах перших трьох діапазонів. Подати на вхід  $Y$  осцилографа змінну напругу від генератора величиною  $\approx 0,3$  В. Ручку осцилографа «синхронізація» встановити в положення, яке відповідає поділці «10», – при цьому синхронізуюча напруга максимальна. Частоту генератора встановити такою, щоб на екрані осцилографа можна було бачити два періоди сигналу. Зменшуючи, а потім збільшуючи частоту генератора, визначити нижню межу  $\nu_H$  стійкого зображення осцилограми і верхню межу  $\nu_B$ . Результати вимірювань занести в таблицю.

2. Дослідити залежність частот  $\nu_H$  і  $\nu_B$  від положення ручки «синхронізація», за допомогою якої змінюється амплітуда синхронізуючої напруги. Результати вимірювань занести в таблицю і зобразити графічно у вигляді  $\nu_H(U_{\text{синхр}})$  і  $\nu_B(U_{\text{синхр}})$ .

Пояснити характер цих залежностей.

### **Завдання 4. Вимірювання напруги**

1. Із виходу генератора на вхід « $Y$ » осцилографа подати напругу не менше 0,1 В. Плавно регулюючи вихідну напругу генератора і підсилення осцилографа, встановити величину зображення сигналу на екрані осцилографа, зручну для спостереження. Зафіксувати в робо-



чий зошит величину отриманого зображення сигналу на екрані по вертикалі.

2. Перевести перемикач «подільник  $Y$ » в положення «калібр» (на вхід підсилювача осцилографа подається калібрована напруга). Ручкою «калібрування амплітуди» встановити зображення цієї напруги рівним за величиною зображенню вимірюваного сигналу. На шкалі, яка зв'язана з ручкою «калібрування амплітуди», здійснити відлік величини каліброваної напруги. При цьому верхня шкала (із позначкою «імп») дозволяє здійснити відлік подвоєної амплітуди гармонічної напруги, а нижня шкала (із позначкою «еф») – відлік ефективного значення гармонічної напруги.

3. Порівняти результати вимірювання з показами вольтметра генератора для трьох-п'яти різних напруг.

### **Завдання 5. Вимірювання частоти і зсуву фаз за допомогою фігур Ліссажу**

Досліджувану частоту в звуковому діапазоні можна визначити шляхом порівняння її з відомою частотою за допомогою електронного осцилографа. Для цього на вхід підсилювача вертикального відхилення осцилографа подається напруга з частотою  $\nu_y$ , яку треба виміряти. На вхід підсилювача горизонтального відхилення подається напруга, частота якої  $\nu_x$  відома. При цьому переміщення світної точки по екрану електронно-променевої трубки складатиметься з двох взаємно перпендикулярних переміщень. Результуюче переміщення може мати досить складний характер, утворюючи фігури Ліссажу. Коли співвідношення між частотами напруг дорівнюватиме відношенню цілих простих чисел, наприклад 1:2; 2:3; 1:4 і т.д., тоді фігура Ліссажу на екрані осцилографа здаватиметься нерухомою. Форма фігури залежить від форми прикладених до осцилографа напруг і від співвідношення між їх фазами і амплітудами.

Розглянемо докладніше складання двох взаємно перпендикулярних коливань з частотами  $\omega_x = \omega$  і  $\omega_y = n\omega_x = n\omega$ :

$$x = A_1 \cos \omega t; \quad (5)$$

$$y = A_2 \cos(n\omega t + \varphi), \quad (6)$$

де  $\varphi$  – початкова різниця фаз між коливаннями.

Щоб знайти траєкторію точки, яка бере одночасно участь у двох

взаємно перпендикулярних коливаннях, із рівнянь (5), (6) виключимо час  $t$ . Поділивши праві і ліві частини цих рівнянь відповідно на  $A_1$  і  $A_2$ , одержимо:

$$\frac{x}{A_1} = \cos \omega t, \quad (7)$$

$$\frac{y}{A_2} = \cos(n\omega t + \varphi). \quad (8)$$

З формули (8) випливає, що

$$\frac{y}{A_2} = \cos(n\omega t) \cdot \cos \varphi - \sin(n\omega t) \cdot \sin \varphi. \quad (9)$$

З урахуванням виразу (7), а також умови:

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \quad (10)$$

для різних значень  $n$  формула (8) набуває вигляду:

а)  $n = 1$

$$\frac{y}{A_2} = \frac{x}{A_1} \cos \varphi - \left( \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \right) \sin \varphi; \quad (11)$$

б)  $n = 2$

$$\frac{y}{A_2} = \left( \frac{2x^2}{A_1^2} - 1 \right) \cos \varphi - 2 \frac{x}{A_1} \left( \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \right) \sin \varphi. \quad (12)$$

Рівняння (11) і (12) є рівняннями, які описують траєкторії точки, що бере участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях. Залежно від співвідношення частот складових коливань ці криві набувають тієї чи іншої форми. Найпростіша форма траєкторій буде при  $n = 1$ . Справді, перетворимо формулу (11) так:

$$\sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \cdot \sin \varphi = \frac{x}{A_1} \cos \varphi - \frac{y}{A_2}. \quad (13)$$

При піднесенні обох частин цієї рівності до квадрата, одержимо:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2 \frac{x \cdot y}{A_1 \cdot A_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (14)$$

Із виразу (14) видно, що траєкторією результуючого руху є еліпс. Отже, якщо точка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з однакою частотою  $\omega$ , то в загальному випадку вона здійснить рух по еліпсу. Причому орієнтація цього еліпса щодо осей  $OX$  і  $OY$  залежить від різниці фаз складових коливань. В окремих випадках еліпс може вироджуватись у пряму або коло.

Розглянемо кілька окремих випадків.

1. Нехай різниця фаз  $\varphi = 0$ , тоді формула (14) набуває вигляду:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2} = 0, \quad (15)$$

звідки:

$$\frac{x}{A_1} = \frac{y}{A_2}. \quad (16)$$

Отже, при різниці фаз, рівній нулю, траєкторією точки є пряма, що проходить через початок координат і утворює з віссю  $OX$  кут, тангенс якого дорівнює  $A_2/A_1$ .

2. При різниці фаз  $\varphi = \pi$  рівняння траєкторії набуває вигляду:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2} = 0. \quad (17)$$

Звідки

$$\frac{x}{A_1} = -\frac{y}{A_2}, \quad (18)$$

або

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (19)$$

Отже, знову одержуємо траєкторію, у вигляді прямої, нахиленої до осі  $OX$ , але вже під кутом, більшим від  $\pi/2$ .

3. При різниці фаз складових коливань  $\varphi = \pi/2$  або  $\varphi = \frac{3}{2}\pi$  рівняння траєкторії набуває такого вигляду:

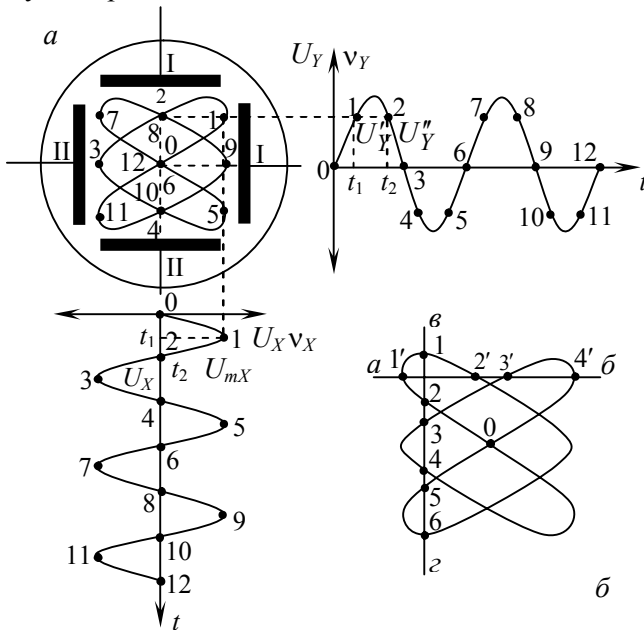
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1. \quad (20)$$

Отже, в розглядуваному випадку точка рухається по еліпсу, осі якого збігаються з осями координат.

Якщо  $A_1 = A_2 = A$ , то рівняння траєкторії буде рівнянням кола з радіусом, що дорівнює  $A$ , тобто:

$$x^2 + y^2 = A^2. \quad (21)$$

На рис. 9, а зображено процес утворення фігури Ліссажу на екрані електронно-променевої трубки осцилографа при відношенні частот напруг  $\frac{v_Y}{v_X} = 2/3$ , при цьому напруги збігаються початковими фазами і амплітуди їх рівні між собою.



**Рис. 9.** Утворення фігур Ліссажу на екрані електронно-променевої трубки для співвідношення частот коливань  $v_Y/v_X = 2/3$ .

У початковий момент часу обидві напруги рівні між собою  $U_Y = U_X = 0$ . На екрані цю точку позначено нулем. Через деякий час,

що відповідає часу  $t_1$ , амплітуда напруги вертикального входу зростає до значення  $U_Y$ , а горизонтального входу – до  $U_{mX}$ .

Внаслідок одночасної дії цих напруг світна пляма на екрані переміститься в точку 1. У момент часу  $t_2$  напруга на вертикальному вході  $U_Y = U'_Y$ , а на горизонтальному –  $U_X = 0$ . Світна пляма на екрані переміститься в точку 2. Аналогічно визначають положення світної плями в усі наступні моменти часу, позначені на графіках цифрами 3, 4, 5, ... 12. Відповідно позначені цифрами положення світної плями на екрані осцилографа.

За утвореною на екрані фігурою визначають співвідношення частот. Для цього проводять горизонтальну пряму так, щоб вона перетинала фігуру Ліссажу, але не проходила через точки перетину кривих самої фігури. Другу пряму – вертикальну – проводять так само, як і попередню (рис. 9, б). *Кількість перетинів фігури з горизонтальною прямою відповідає кількості змін напруги, яку подано на вхід вертикального підсилювача*, тобто ця напруга перетинає горизонтальну вісь 4 рази. Кількість перетинів фігури з вертикальною прямою відповідає кількостям змін напруги, яку подано на вхід горизонтального підсилювача, тобто числу 6. Таким чином, відношення частот напруг  $v_Y / v_X = 4/6 = 2/3$ . Якщо частота однієї з напруг відома, то можна обчислити частоту другої напруги.

При плавній зміні частоти однієї з напруг на екрані виникає рухома картина складної системи кривих, швидкість зміни якої спочатку наростатиме, а потім почне сповільнюватись до повної зупинки при новому кратному відношенні частот, що дорівнює відношенню деяких цілих чисел. Відношення цих нових частот визначають так само, як і в попередньому випадку. Загальний вигляд фігур Ліссажу для різного співвідношення частот і фаз коливань наведено на рис. 10

**Вимірювання кута зсуву фаз.** Фаза поряд із частотою і амплітудою є основним параметром коливного процесу. Фаза – аргумент гармонічної функції (5), де  $A$ ,  $\omega$  – відповідно амплітуда і циклічна частота. Фаза коливань складається із двох складових – змінної  $\omega t$  і постійної початкової  $\varphi$ . На практиці частіше за все необхідно виміряти власне не фазу, а кут зсуву фаз між двома коливаннями однієї й тієї ж частоти:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{і} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (22)$$

У цьому випадку кут зсуву фаз дорівнює різниці постійних складових фаз двох коливань  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  і не залежить від початку відліку часу.

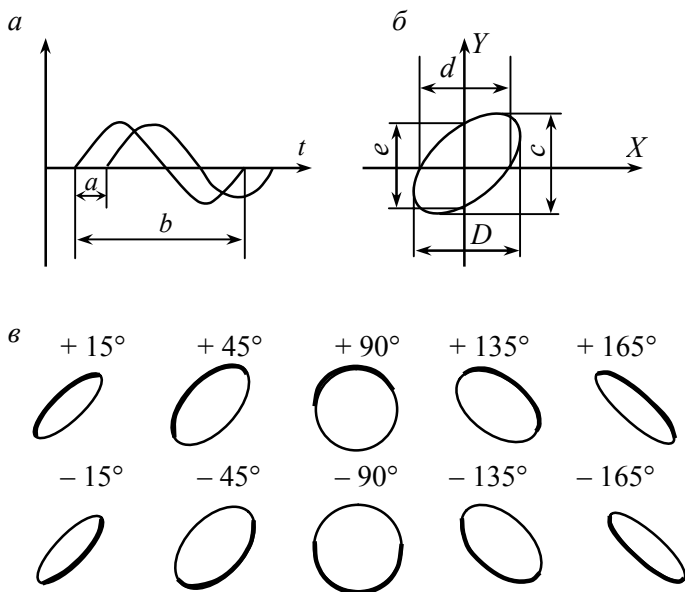
$h_x v_x = h_y v_y$	Вигляд фігур залежно від зсуву фаз					Відлік по лімбу 3Г
$v_y$	180°	135°	90°	45°	0°	

**Рис. 10.** Загальний вигляд фігур Ліссажу.

Безпосередньо кут зсуву фаз можна виміряти за допомогою електронного осцилографа з використанням методів лінійної, синусоїдальної і колової розгортки. При використанні способу лінійної розгортки досліджувані сигнали подаються на два входи двопробеневого осцилографа або однопробеневого осцилографа з електронним комутатором на вході. Горизонтальна лінійна розгортка створюється за рахунок подачі лінійної напруги на вертикальні пластинки. В результаті на екрані осцилографа з'являється зображення двох коливних процесів (рис. 11, а), які використовуються для визначення кута зсуву фаз (у градусах):

$$\varphi = \frac{a}{b} 360, \quad (23)$$

де  $a$  – відрізок між сусідніми точками переходу кривих через нуль;  $b$  – відрізок, пропорційний періоду коливень.



**Рис. 11.** До методики визначення зсуву фаз між двома коливаннями однакової частоти і амплітуди.

Похибка вимірювання кута зсуву фаз цим методом залежить від похибки вимірювання відрізків на екрані осцилографа, від нелінійності розгортки, неточності визначення осі симетрії кривих, що порівнюються і від зміни умов синхронізації. Абсолютна похибка цього методу 1–5 ° і більше.

Для визначення кута зсуву фаз можна використати також метод синусоїдальної розгортки (метод еліпса) (рис. 11, б). Перед початком вимірювання домагаються симетрії вертикального і горизонтального каналів осцилографа. Після чого один із сигналів подається на вхід підсилювача вертикальної розгортки, а другий – на вхід підсилювача горизонтальної розгортки. При однакових частотах вхідних сигналів на екрані осцилографа буде спостерігатися еліпс, кут нахилу якого залежить від кута зсуву фаз:

$$\varphi = \arcsin \frac{e}{c} = 2 \operatorname{arctg} \frac{d}{D}, \quad (24)$$

де  $c$ ,  $D$  – проєкції еліпса на осі координат;  $d$ ,  $e$  – відрізки між точками пересікання еліпса з осями координат.

Знак кута зсуву фаз визначається за напрямом обертання променя на екрані осцилографа: при додатних значеннях  $\varphi$  промінь оберта-

ється за годинниковою стрілкою, а при від'ємних – проти (рис. 11, в). Причинами похибки вимірювання даним методом є неточність вимірювань відрізків, неоднаковий фазовий зсув каналів  $X$  і  $Y$ . Похибка вимірювань кута зсуву фаз методом еліпса складає 2–3 % при кутах, близьких до 0 і 180 °, і зростає до 10–15 % при  $\varphi = 90$  °.

### Послідовність виконання завдання 5

1. Ввімкнути підсилювачі горизонтального і вертикального відхилення променя.

2. Подати на вхід « $X$ » каналу горизонтально відхиляючих пластин осцилографа синусоїдальну напругу частотою  $\nu_X = 50$  Гц від знижувального трансформатора. Від звукового генератора на вхід « $Y$ » каналу вертикально відхиляючих пластин подати синусоїдальну напругу частотою  $\nu_Y$ . Обертанням ручки звукового генератора «Амплітуда» домогтись появи на екрані осцилографа фігури Ліссажу. Обертаючи регулятор частоти звукового генератора, домогтись стійкого зображення фігури Ліссажу. Встановити її симетрично щодо координатних осей.

3. На міліметровий папір замалювати з екрана осцилографа одержану фігуру Ліссажу і координатну сітку.

4. Підрахувати кількість точок  $n_X$  перетину фігури Ліссажу з віссю  $OX$  та з віссю  $OY$  ( $n_Y$ ). Якщо вісь координат проходить через точку перетину віток кривої, її рахують двічі. Така точка відповідає кратним кореням рівняння траєкторії.

5. Для знаходження частоти сигналу ( $\nu_Y$ ), поданого на вертикально відхиляючі пластини, необхідно знайдену кількість точок  $n_X$  і  $n_Y$  підставити в рівняння:

$$\nu_Y = (n_X/n_Y) \nu_X. \quad (25)$$

6. Змінюючи частоту звукового генератора, домогтись стійкого зображення нової фігури Ліссажу і знайти  $\nu_Y$ . Вимірювання провести для кількох фігур Ліссажу, наведених на рис. 10.

7. За формою фігур Ліссажу (рис. 10) і відношенням частот складових коливань знайти різницю фаз цих коливань.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які дослідження можна виконати за допомогою осцилографа?
2. Як отримуються еквіпотенціальні поверхні заданої форми?



3. Який принцип дії електричної лінзи?
4. Яка будова та принцип роботи імерсійного об'єктива.
5. Як побудована електронно-променева трубка?
6. Яку форму має керуючий електрод (модулятор) і яке його призначення?
7. Що називається кросовером?
8. Яким чином досягається зміщення променя на екрані трубки?
9. Нарисувати блок-схему електронного осцилографа і описати взаємодію її елементів.
10. Яким чином забезпечується лінійне у часі переміщення променя на екрані трубки осцилографа?
11. Як здійснюється плавне регулювання частоти розгортки?
12. Поясніть принцип синхронізації розгортки осцилографа.
13. Що називають фігурами Ліссажу?
14. Чому одному й тому самому відношенню частот відповідає ряд фігур?
16. Як амплітуда синхронізуючої напруги впливає на стійкість зображення на екрані осцилографа?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 15

# ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ У КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ

### 1. МЕТА РОБОТИ

Вивчення згасаючих коливань у коливальному контурі при різних величинах активного опору контуру за допомогою електронного осцилографа. Визначення логарифмічного декременту згасання і параметрів коливального контуру.

### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Електромагнітні коливання. Коливальний контур. Власні електричні коливання. Формула Томсона. Рівняння гармонічних коливань у контурі. Згасаючі електромагнітні коливання. Період коливань. Вимушені електричні коливання.

### 3. ПРИЛАДИ ТА МАТЕРІАЛИ

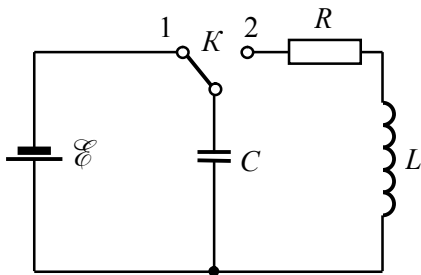
1. Електронний осцилограф промислового типу СІ-67.
2. Магазин ємностей.
3. Магазин індуктивностей.
4. Магазин опорів.
5. Лабораторний макет.
6. З'єднувальні провідники з наконечниками.

### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Змінні електричне та магнітне поля не можуть існувати окремо одне від одного, оскільки в просторі, де існує змінне магнітне поле, збуджується електричне поле і навпаки. Одночасні періодичні зміни пов'язаних між собою електричного і магнітного полів мають назву *електромагнітних коливань*. Таким чином, щоб вивчати електромагнітні коливання, треба мати електричне коло, в якому енергія електричного поля могла б перетворюватися в енергію магнітного і навпаки. Оскільки магнітне поле зосереджене переважно в котушках, а електричне – в конденсаторах, то найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань повинно складатися з конденсатора і котушки.

Коло, яке складається з послідовно з'єднаних конденсатора ємністю  $C$ , котушки індуктивністю  $L$  і провідника з омичним опором  $R$ , в

якому можуть збуджуватися електричні коливання, називають *коливальним контуром* (рис. 1). Контур поділяється на закриті (із зосередженими параметрами  $C$ ,  $L$ ,  $R$ ) і відкриті (антени). Якщо параметри  $C$ ,  $L$ ,  $R$  контуру не залежать від інтенсивності коливань у ньому, а період від амплітуди, то такий контур називається лінійним, а якщо залежать, то нелінійним (наприклад, контур, який містить котушку з феромагнітним осердям).



**Рис. 1.** Коливальний контур.

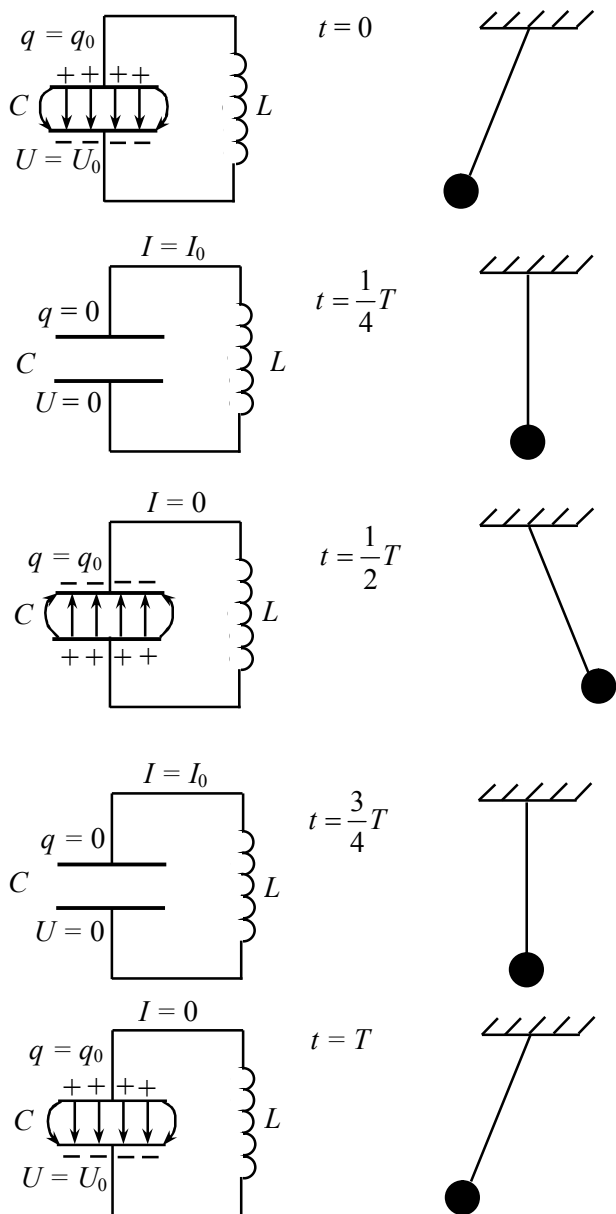
Розглянемо спочатку ідеалізований коливальний контур з зосередженими параметрами  $L$  і  $C$  при  $R = 0$  і подивимось, як відбуваються електромагнітні коливання в такому контурі. Якщо перемикач  $K$  перевести в положення 1 (рис. 1), то конденсатор буде заряджатися від джерела постійної напруги  $\mathcal{E}$ . При цьому на обкладках конденсатора накопичуватиметься заряд  $q = q_0$ , а між пластинами конденсатора з'явиться електричне поле, енергія якого:

$$W_E = \frac{q_0^2}{2C}. \quad (1)$$

Замкнемо конденсатор на індуктивність, для чого перемикач  $K$  переведемо в положення 2 (рис. 1). Конденсатор почне розряджатися, і в контурі виникне струм розрядки, який не відразу набуває максимального значення. Причиною цього є струм самоіндукції, що виникає в котушці  $L$  і за правилом Ленца напрямлений проти наростаючого розрядного струму. Струм у котушці набуває максимального значення  $I = I_0$  через певний час  $t = \frac{1}{4}T$ . У цей момент енергія електричного поля конденсатора повністю перетворюється в енергію магнітного поля котушки:

$$W_M = \frac{1}{2}L \cdot I_0^2, \quad (2)$$

а струм самоіндукції дорівнює нулю (рис. 2).



**Рис. 2.** Електричні коливання у коливальному контурі та механічні коливання маятника.

У наступний момент часу струм у колі контуру при тому самому напрямі починає спадати за величиною. Знову виникає струм самоіндукції, який тепер за правилом Ленца має той самий напрям, що й розрядний струм у котушці. Це приводить до деякої затримки в часі спадання струму і до перезаряджання конденсатора. У момент

$t = \frac{1}{2}T$  струм у колі дорівнює нулю, енергія магнітного поля котушки повністю (при  $R = 0$ ) перетворюється в енергію електричного поля конденсатора (рис. 2), напруженість якого має протилежний напрям порівняно з випадком, коли  $t = 0$ .

Далі конденсатор знову розряджатиметься, і в контурі виникне струм, напрямлений протилежно струму в попередній стадії процесу.

Після часу  $t = \frac{3}{4}T$  конденсатор знову буде розряджений, а енергія

електричного поля знову перетвориться в енергію магнітного поля (рис. 2). Таким чином процеси в коливальному контурі повторюються. Через час  $t = T$  коливальний контур повертається у вихідний стан при  $R = 0$  без будь-яких змін у контурі та навколишньому середовищі. Час, протягом якого в коливальному контурі відбувається один повний цикл змін і контур повертається в початковий стан, називають періодом електричного коливання. Процес періодичного перетворення енергії електричного поля в енергію магнітного поля і навпаки при  $R = 0$  може тривати як завгодно довго. Такі коливання, які відбуваються за рахунок процесів у самому коливальному контурі без зовнішніх впливів і втрат енергії, називають власними коливаннями. Вони є незгасаючими.

Можна провести формальну аналогію між електричними коливаннями у коливальному контурі і механічними коливаннями маятника (рис. 2). При цьому потенціальній енергії маятника можна поставити у відповідність електричну енергію зарядженого конденсатора, а кінетичній – магнітну енергію котушки зі струмом.

Розглянутий вище контур є ідеалізованим, оскільки практично реалізувати коливальний контур без опору неможливо. Тому розглянемо процеси в коливальному контурі, який містить, крім конденсатора ємністю  $C$  і котушки індуктивністю  $L$ , ще і резистор, омичний (активний) опір якого  $R$  (рис. 3). Зовнішня електрорушійна сила створює у колі змінну напругу, яка змінюється за гармонічним законом:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cdot \cos \omega t. \quad (3)$$

Струм, який протікає в коливальному контурі, вважається квазі-стаціонарним, тобто таким, коли в усіх елементах послідовного елек-

тричного кола його значення в даний момент часу однакове. Миттєве значення напруги на конденсаторі таке ж саме, як і при тих самих, але сталих у часі зарядах на його обкладках. Для миттєвих значень квазістаціонарних струмів справедливі закони, встановлені для кіл постійного струму. Якщо  $q$  – заряд на обкладках конденсатора в даний момент часу,  $U_C$  – різниця потенціалів між його пластинами, то:

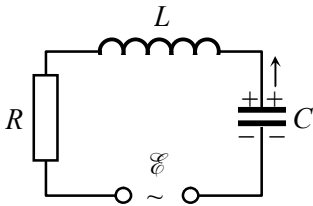
$$q = CU_C, \quad I = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{dU_C}{dt}, \quad (4)$$

оскільки позитивному напрямку струму відповідає зменшення заряду конденсатора. За другим правилом Кірхгофа маємо:

$$U_R + U_C + U_L = \mathcal{E}, \quad (5)$$

де  $U_L = \mathcal{E}_c$  – електрорушійна сила самоіндукції у котушці:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt}. \quad (6)$$



**Рис. 3.** Послідовний коливальний контур з опором.

Підставляючи (3), (4) і (6) у рівняння (5), одержимо:

$$L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R \cdot C \frac{dU_C}{dt} + U_C = \mathcal{E}_0 \cdot \cos \omega t. \quad (7)$$

Розділимо ліву і праву частини рівняння (7) на  $LC$  і введемо позначення:

$$\omega_0^2 = 1/(LC), \quad \beta = R/(2L), \quad (8)$$

де  $\omega_0$  – циклічна частота власних коливань,  $\beta$  – показник згасання.

Тоді після відповідних перетворень одержимо диференціальне рівняння виду:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + 2\beta \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 \cdot U_C = \mathcal{E}_0 \cdot \omega_0^2 \cdot \cos \omega t. \quad (9)$$

**Гармонічні коливання.** За умови відсутності у контурі омичного опору ( $R = 0$ ) і зовнішньої електрорушійної сили процес розрядки конденсатора через котушку індуктивності  $L$  описується таким рівнянням:

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot U_C = 0. \quad (10)$$

Рівняння (10) випливає з рівняння (5) за умови  $\mathcal{E}_0 = 0$  і  $\beta = 0$ . Помножимо рівняння (10) на  $U_C$  і після відповідних перетворень, одержимо:

$$\frac{d}{dt} (U_C^2 + \omega_0^2 \cdot U_C^2) = 0. \quad (11)$$

Із рівняння (11) випливає, що при розрядці конденсатора в коливальному контурі величина  $U_C^2 + \omega_0^2 \cdot U_C^2$  залишається незмінною. Нехай в початковий момент часу сила струму в контурі  $I = 0$ , а напруга на конденсаторі рівна  $U_0$ . Тоді рівність (11) може бути записана у вигляді:

$$U_C^2 + \omega_0^2 \cdot U_C^2 = \omega_0^2 \cdot U_0^2, \quad (12)$$

або

$$L \frac{I^2}{2} + C \frac{U_C^2}{2} = C \frac{U_0^2}{2}, \quad (13)$$

де  $L \cdot I^2 / 2$  – енергія магнітного поля котушки,  $C \cdot U_C^2 / 2$  – енергія електричного поля конденсатора. Рівність (13) описує закон збереження енергії в коливальному контурі. Після розділення змінних

$$\frac{dU}{\sqrt{U_0^2 - U^2}} = \pm \omega_0 dt \quad (14)$$

рівняння (12) може бути проінтегроване. В результаті одержимо:

$$\arccos \frac{U}{U_0} = \pm (\omega_0 t + \varphi) \quad \text{або} \quad U_C = U_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (15)$$

рівняння гармонічних коливань. Постійні  $U_0$  і  $\varphi$  визначаються з початкових умов,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  – циклічна частота коливань. Проміжок часу, через який значення напруги періодично повторюється, називають *періодом коливань*  $T$ . З рівняння (15) випливає, що  $\omega_0 T = 2\pi$ . Тоді:

$$T = 2\pi \sqrt{LC}, \quad (16)$$

формула Томсона.

Таким чином, чим більші ємність та індуктивність контуру, тим нижча частота його власних коливань.

**Згасаючі коливання.** Практично в будь-якому реальному контурі коливання досить швидко згасають внаслідок того, що при кожному переході електромагнітної енергії із конденсатора в котушку і навпаки частина її витрачається на активному опорі (у вигляді джоулевого тепла), у діелектрику конденсатора (на переполяризації діелектрика), а також в результаті розсіювання в навколишній простір. Графічно згасаючі коливання у контурі ілюструє рис. 4. У залежності від співвідношення параметрів контуру  $L$ ,  $C$  і активного опору  $R$  коливання можуть згасати з різною швидкістю. Чим більший опір  $R$ , тим швидше згасають коливання. Можна умовно представити собі таке електричне коло, у якому  $R$  є настільки великим, що енергія витрачається швидше, ніж зміниться напрям струму в ньому. У такому колі коливання відсутні, і його називаються *aperiodичним*.

Диференціальне рівняння вільних коливань в коливальному контурі одержимо з (9) за умови відсутності зовнішньої електрорушійної сили:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 \cdot U = 0. \quad (17)$$

Для його розв'язання введемо нову змінну  $x(t)$ :

$$U = e^{-\beta t} \cdot x(t). \quad (18)$$

В результаті підстановки (18) в (17) одержимо рівняння (19), яке співпадає з диференціальним рівнянням гармонічних коливань при  $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$ :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (\omega_0^2 - \beta^2)x = 0. \quad (19)$$

Його розв'язок має вигляд:

$$x = U_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (20)$$

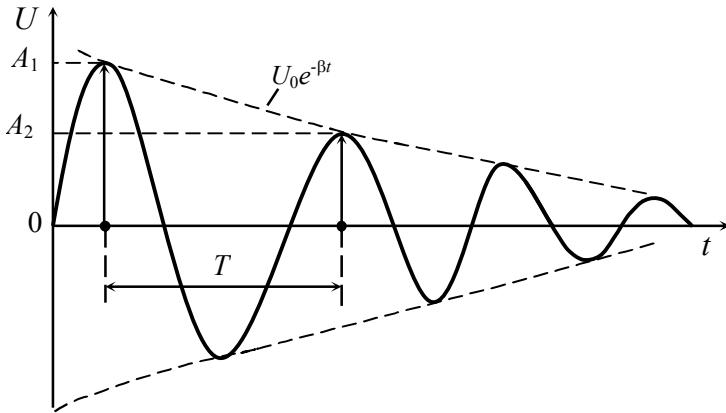
де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ,  $U_0$  і  $\varphi$  – постійні, які визначаються початковими умовами.

Залежність напруги на конденсаторі коливального контура від часу одержимо, підставивши (20) у (18):

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi). \quad (21)$$

Графік залежності  $U(t)$  зображений на рис. 4.





**Рис. 4.** Графік вільних коливань у реальному контурі.

Із наведеного рисунка видно, що крива  $U(t)$  періодично проходить через нуль і максимальні значення. Процес, який описується рівнянням (21) називається *згасаючими коливаннями*. Проміжок часу  $T$  називається *періодом згасаючих коливань*:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1/(LC) - R^2/(4L^2)}}, \quad (22)$$

а величина

$$A = U_0 \cdot e^{-\beta t} \quad (23)$$

амплітудою згасаючих коливань. За час  $\tau = 1/\beta = 2L/R$  амплітуда коливань зменшується в  $e$  раз. Ступінь згасання прийнято оцінювати логарифмічним декрементом згасання  $\theta$ , який дорівнює натуральному логарифму відношення однієї з амплітуд до наступної через період:

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T. \quad (24)$$

Величина, обернена до логарифмічного декременту згасання, показує кількість коливань, які мають відбутися, щоб амплітуда зменшилася в  $e$  раз:

$$N = \frac{1}{\theta} = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta \cdot T}. \quad (25)$$

Величина  $Q = \pi N$  називається *добротністю коливального контуру*. При малому згасанні  $\beta^2 \ll \omega_0^2$  добротність  $Q$  можна обчислити за формулою:

$$Q = \pi \cdot N = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\beta \cdot T} \approx \frac{2\pi L}{R \cdot 2\pi\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (26)$$

Добротність  $Q$  зв'язана з відносним зменшенням енергії контуру за один період коливань залежністю:

$$Q = 2\pi \cdot W / \Delta W. \quad (27)$$

де  $W$  – енергія, яка накопичена в контурі,  $\Delta W$  – зменшення енергії за один період.

Справді,

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \frac{1 - e^{-2\beta T}}{1} = 1 - e^{-2\theta}, \quad (28)$$

оскільки енергія контуру пропорційна квадрату амплітуди напруги на конденсаторі:

$$W(t) \sim A^2 \sim e^{-2\beta t}. \quad (29)$$

При умові, що  $\theta \ll 1$  (мале згасання),  $e^{-2\theta} \approx 1 - 2\theta$ , маємо:

$$\Delta W / W = 2\theta = 2\pi / Q, \quad \text{звідси} \quad Q = 2\pi \cdot W / \Delta W. \quad (30)$$

При  $\omega_0^2 - \beta^2 = 0$  період  $T$  згасаючих коливань прямує до нескінченності. У цьому граничному випадку рівняння (19) переходить в рівняння:

$$d^2x/dt^2 = 0, \quad (31)$$

розв'язком якого є  $x = a + bt$ , де  $a$  і  $b$  – постійні інтегрування.

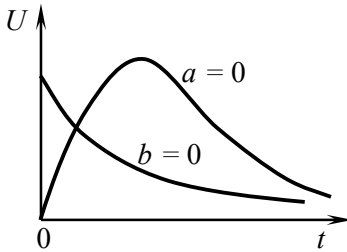
Рівняння  $U(t)$ , яке описує процес зміни напруги в конденсаторі, в даному випадку має вигляд:

$$U = e^{-\beta t}(a + bt). \quad (32)$$

Процес зміни напруги на конденсаторі буде аперіодичним. Графіки  $U(t)$  при різних значеннях  $a$  і  $b$  наведені на рис. 5.

Опір  $R_{кр}$ , за якого коливальний процес в контурі переходить в аперіодичний, називається *критичним*. Критичний опір  $R_{кр}$  визначається з умови  $\omega_0^2 = \beta^2$ , звідки

$$R_{кр} = 2\sqrt{L/C}. \quad (33)$$



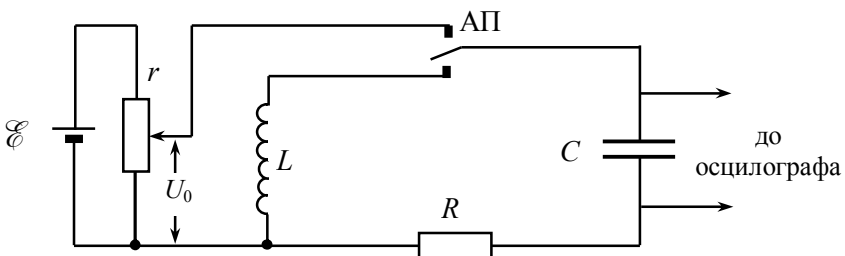
**Рис. 5.** Графік залежності  $U(t)$  при різних значеннях  $a$  і  $b$ .

При  $R > R_{кр}$  аперіодичний характер процесів у коливальному контурі зберігається.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### Методика експерименту і опис установки

Експериментально вивчення згасаючих коливань здійснюють за допомогою лабораторного макета, електрична схема якого наведена на рис. 6. Ємність  $C$ , котушка індуктивності  $L$  і  $R$  утворюють досліджуваний коливальний контур. Для періодичного збудження коливань у контурі використовується автоматичний перемикач АП, змонтований на панелі. Автоматичний перемикач 50 разів на секунду після зарядки конденсатора на  $0,01$  с з'єднується з котушкою коливального контуру, і в контурі протягом часу  $0,01$  с спостерігаються вільні згасаючі коливання. Оскільки вхідний опір осцилографа великий ( $\approx 0,5$  МОм), то його впливом на контур можна знехтувати.



**Рис. 6.** Електрична схема установки для експериментального вивчення згасаючих коливань в  $LC$  – контурі.

Параметри контуру слід вибирати такими, щоб у проміжку між процесами зарядки конденсатора ( $0,01$  с) вміщувалось багато періодів власних коливань. Картина коливань особливо чітка, якщо коливання, викликані попередньою зарядкою  $C$ , встигають згаснути до моменту наступної зарядки, бо згасання в контурі не повинно бути

дуже великим. Цього, як правило, не доводиться боятись, оскільки котушки самоіндукції мають значний опір.

Коливання в контурі спостерігають на екрані осцилографа. Підсилення по вертикалі та горизонталі слід вибрати так, щоб картина займала біля 80 % розміру екрана. У цій ділянці характеристики осцилографа досить лінійні.

### **Завдання 1. Дослідження залежності періоду коливань у контурі від його параметрів**

1. Зібрати електричне коло за схемою, зображеною на рис. 6. Параметри контуру  $L$  і  $C$  вибрати з таким розрахунком, щоб власна частота контуру складала біля 1кГц. Опір на магазині опорів вивести до нуля ( $R = 0$ ). Підбираючи частоту і амплітуду синхронізації, отримати на екрані осцилографа стійку картину згасаючих коливань.
2. Враховуючи, що тривалість цугу коливань дорівнює 0,01с, знайти період коливань  $T$  при різних значеннях (не менше 10)  $L$  і  $C$ . Величини  $L$  і  $C$  слід вибрати такими, щоб частота коливань лежала в діапазоні від 500 Гц до 5 кГц.
3. Побудувати графік залежності  $T$  від  $\sqrt{L \cdot C}$ . Порівняти одержані експериментально і обчислені теоретично за формулою  $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$  значення періоду коливань.

### **Завдання 2. Вивчення згасаючих коливань у LC-контурі**

1. При частоті контуру  $\approx 5$  кГц дослідити залежність логарифмічного декременту згасання  $\theta$  від величини повного омичного опору  $R_{\text{конт}}$  контуру (омичний опір котушки самоіндукції плюс додатковий опір  $R$ , виставлений на магазині опорів) для різних коливальних режимів аж до критичного.
2. Для цього на магазині індуктивностей встановити максимальне значення індуктивності (100 мГн), а величину ємності підібрати такою, щоб контур мав указану вище власну частоту. Омичний опір котушки самоіндукції вказаний на її корпусі.
3. Виміряти амплітуди двох віддалених одне від одного коливань і за формулою  $\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n}$  (де  $A_0$  – амплітуда початкового коливання,  $A_n$  – амплітуда  $n$ -го коливання) обчислити логарифмічний декремент згасання.

4. Представити одержані результати у вигляді графіка в координатах  $1/\theta^2 = f(1/R_{\text{конт}}^2)$ . Переконавшись у тому, що графік має вигляд прямої лінії, екстраполювати цю пряму до осі опорів і визначити критичний опір  $R$  контуру.
5. Для однієї пари значень  $L$  і  $C$ , послідовно збільшуючи  $R$ , отримати на екрані осцилографа криву аперіодичного розрядження конденсатора і замалювати її в робочий зошит. Порівняти отримане експериментально і обчислене теоретично за формулою  $R_{\text{кр}} = 2\sqrt{L/C}$ , значення критичного опору.

### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які коливання називаються гармонічними?
2. Які коливання називаються вільними, в якому випадку вони будуть власними?
3. Які процеси відбуваються під час вільних електричних коливань у коливальному контурі?
4. Який вигляд має рівняння згасаючих коливань у  $LC$ -контурі?
5. Що характеризує логарифмічний декремент згасання? Як він зв'язаний з параметрами контуру?
6. Що називається власною частотою та добротністю коливального контуру?
7. У чому полягає явище резонансу в коливальному контурі та від яких параметрів контуру залежить резонансна частота?
8. Чим відрізняється рівняння вимушених коливань від рівняння згасаючих коливань у  $LC$ -контурі?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 16

### ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕТЛІ ГІСТЕРЕЗИСУ ФЕРОМАГНЕТИКІВ

#### 1. МЕТА РОБОТИ

Ознайомлення з процесами намагнічування феромагнетиків та вимірювання основних параметрів петлі магнітного гістерезису за допомогою осцилографа.

#### 2. ПЕРЕЛІК ТЕОРЕТИЧНИХ ПИТАНЬ

Поле елементарного струму. Магнітний момент елементарного струму. Механізм намагнічування. Поле в магнетик. Парамагнетики і діамагнетики. Природа діамагнетизму, ларморова прецесія. Природа парамагнетизму та температурна залежність магнітної сприйнятливості парамагнетиків. Закон Кюрі. Феромагнетизм. Петля гістерезису. Залежність феромагнітних властивостей від температури. Температура Нейля. Домени та доменні границі в феромагнетиках. Механізм перемагнічування. Гіромагнітні явища. Ефекти Ейнштейна-де-Гааза та Барнета.

#### 3. ПРИЛАДИ І МАТЕРІАЛИ

1. Лабораторний макет з досліджуваним феромагнітним осердям.
2. Амперметр електромагнітної системи на 0–200 мА.
3. Лабораторний автотрансформатор (ЛАТР).
4. Електронний осцилограф.
5. Набір з'єднувальних провідників.

#### 4. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

За сучасними поглядами, магнітні властивості речовини зумовлені трьома причинами: орбітальним моментом електронів, який виникає внаслідок їхніх рухів навколо ядер; магнітним моментом електронів, який перебуває у певному співвідношенні з власним механічним моментом – спіном; власним магнітним моментом, або спіном атомних ядер. Рух атомних ядер через їхню велику масу значно повільніший за рух електронів. Отже, магнітні моменти атомних ядер на кілька порядків менші від орбітальних і спінових магнітних моментів електронів, тому часто при розгляді магнітних властивостей речовини ними нехтують. Магнітні моменти електронів і ядер за принципом

суперпозиції полів додаються і одержується результуючий магнітний момент атома або молекули.

Атоми і молекули речовини перебувають у безперервному хаотичному русі. Їхні результуючі магнітні моменти в кожний момент часу орієнтовані в просторі статистично рівномірно в усіх напрямках, тому збуджувані ними магнітні поля взаємно компенсуються. Під час внесення речовини в зовнішнє магнітне поле магнітні моменти атомів набувають переважної орієнтації в напрямку зовнішнього поля і речовина стає джерелом додаткового магнітного поля. Отже, речовини в зовнішньому магнітному полі змінюються так, що самі стають джерелами магнітного поля, їх називають *магнетиками*. Набуття магнітних властивостей речовиною під дією зовнішнього магнітного поля називають *намагнічуванням*.

Основною силовою характеристикою магнітного поля в речовині (створеного як макрострумами, так і мікрострумами намагніченої речовини) є *вектор індукції поля*  $\mathbf{B}$ , який дорівнює:

$$\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{F}_{\max}}{I \cdot d\mathbf{l}}, \quad (1)$$

де  $d\mathbf{F}_{\max}$  – сила Ампера, що діє з боку магнітного поля на елемент провідника зі струмом  $I \cdot d\mathbf{l}$ , вміщений у це поле. Магнітна індукція вимірюється в теслах (Тл).

Векторною характеристикою магнітного поля, створеного лише макрострумами, є напруженість магнітного поля  $\mathbf{H}$ , яка зв'язана з магнітною індукцією таким співвідношенням:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu_0 \mu, \quad (2)$$

де  $\mu_0$  – магнітна стала,  $\mu$  – магнітна проникність речовини.

*Магнітна проникність*  $\mu$  – характеристика магнітних властивостей речовини, яка чисельно дорівнює відношенню магнітної індукції  $\mathbf{B}$  у певній точці речовини до індукції  $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$  магнітного поля у вакуумі (при тому самому розподілі макрострумів):

$$\mu = B/B_0. \quad (3)$$

Визначена за цією формулою магнітна проникність називається *відносною*. Добуток магнітної проникності  $\mu$  на магнітну сталу  $\mu_0$  називається *абсолютною* магнітною проникністю. В анізотропних кристалах  $\mu$  є тензором.

Крім магнітної проникності, визначеної за формулою (3), для ферромагнетиків вводять ще так звану диференціальну магнітну проникність:

$$\mu_{\text{диф}} = \Delta B / \mu_0 \Delta H. \quad (4)$$

Геометрично вона дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної до кривої  $B = f(H)$  до осі  $H$ .

*Магнітна стала* – фундаментальна фізична константа  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Магнітна стала є відношенням абсолютної магнітної проникності  $\mu_a$  до відносної  $\mu$  тієї ж речовини  $\mu_0 = \mu_a / \mu$ .

*Намагніченість* – характеристика стану магнетика в зовнішньому магнітному полі. Кількісною мірою інтенсивності намагніченості речовини є вектор намагніченості  $\mathbf{J}$ , який чисельно дорівнює сумарному магнітному моменту атомів одиниці об'єму магнетика:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_{mi}, \quad (5)$$

де  $\mathbf{p}_{mi} = I_{\text{мол}} \cdot S \cdot \mathbf{n}$  – середній магнітний момент молекулярних струмів однієї молекули.

Вектор намагніченості вимірюється в тих самих одиницях, що й напруженість магнітного поля. Це має глибоке принципове значення. Виявляється, що  $\mathbf{J}$  визначає ту додаткову (внутрішню) напруженість магнітного поля в магнетикі, яка зумовлена його намагнічуванням.

*Магнітна сприйнятливість*  $\chi$  – безрозмірна фізична величина, яка характеризує здатність речовини змінювати свій магнітний момент (вектор намагніченості) під дією зовнішнього магнітного поля. Об'ємна магнітна сприйнятливість речовини дорівнює відношенню намагніченості  $J$  до напруженості  $H$  магнітного поля всередині речовини:

$$\chi = J / H. \quad (6)$$

Фізичний зміст  $\chi$  розкриваємо, якщо приймемо  $H = 1$  А/м. Тоді  $\chi = |J|$ . Отже, магнітна сприйнятливість  $\chi$  чисельно дорівнює намагніченості  $J$  при напруженості зовнішнього поля, що дорівнює одиниці.

Магнітна індукція всередині магнетика є сумарною магнітною індукцією поля у вакуумі, створеного макрострумами і магнітного поля, створеного молекулярними струмами магнетика:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{J}. \quad (7)$$

З урахуванням (6) рівність (7) можна переписати так:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} = \mu \mu_0 \mathbf{H}, \quad (8)$$

де  $\mu = 1 + \chi$ .



На відміну від діелектричної проникності  $\epsilon$ , яка для всіх діелектриків більша від одиниці, для магнетиків  $\mu$  може бути як більшою, так і меншою від одиниці, оскільки  $\chi$  може бути додатною і від'ємною.

Усі речовини за їх магнітними властивостями поділяють на *діамагнетики*, *парамагнетики* і *феромагнетики*.

Речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту, тобто у яких спінові та орбітальні магнітні моменти електронів взаємно скомпенсовані, називають *діамагнетиками*. Отже, атоми діамагнетиків не мають власних магнітних моментів. Діамагнетики послаблюють зовнішнє магнітне поле своїми наведеними магнітними моментами атомів, які протилежні за напрямом до зовнішнього магнітного поля. Їх магнітна проникність  $\mu < 1$ , а магнітна сприйнятливість від'ємна  $\chi < 0$  і  $|\chi| \ll 1$ .

Діамагнетики поділяються на: «класичні» (інертні гази He, Ne, Ar, Kr, Xe, Cu, органічні сполуки); аномальні (Ga, Bi, Sb, графіт); надпровідні (Hg, Pb, Sn та інші, при  $T < T_{кр}$ ). Макроскопічно діамагнетизм проявляється в тому, що діамагнетики виштовхуються з неоднорідного магнітного поля, а діамагнітний стержень в однорідному магнітному полі орієнтується так, що його вісь розміщується перпендикулярно до вектора напруженості  $H$ .

Речовини, які складаються з атомів та молекул, що мають відмінний від нуля власний магнітний момент, називають *парамагнетиками*. Парамагнетики підсилюють зовнішнє поле ( $\mu > 1$ ,  $\chi > 0$ ,  $|\chi| \ll 1$ ) за рахунок орієнтації магнітних моментів окремих атомів або молекул вздовж магнітного поля.

Парамагнетики поділяються на: нормальні магнетики ( $O_2$ , Pt, Al), у яких  $\chi$  обернено пропорційна  $T$  ( $\chi = C/T$ ) ( $C$  – стала Кюрі), лужні метали (Na, Li), перехідну групу металів: Cr, Mn, Sn, кисень, повітря. Значення магнітної проникності ряду парамагнетиків:

$$\begin{array}{ll} O_2: \mu = 1,000017; & Al: \mu = 1,000023; \\ Pt: \mu = 1,000253; & Ебоніт: \mu = 1,000014. \end{array}$$

Макроскопічно парамагнетизм виявляється в тому, що парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле, а в однорідному полі парамагнітний стержень орієнтується паралельно лініям напруженості.

*Феромагнетики* – речовини, які за певних умов мають самочинну (спонтанну) намагніченість. Феромагнетизм – сукупність магнітних властивостей групи кристалів, зумовлена міжелектронною обмінною

взаємодією. Обмінна взаємодія – специфічна квантова взаємодія між тотожними частинками (не пов’язана з певною силовою взаємодією). Проявляється між зовнішніми електронами сусідніх атомів, наприклад у молекулі водню, у кристалі феромагнетика тощо. За певних умов квантово-механічний обмін між електронами веде до паралельної орієнтації магнітних моментів атомів і появи локальних груп крайньої намагніченості, так званих *доменів*. Основні властивості феромагнетиків, пов’язані з їх доменною структурою, такі:

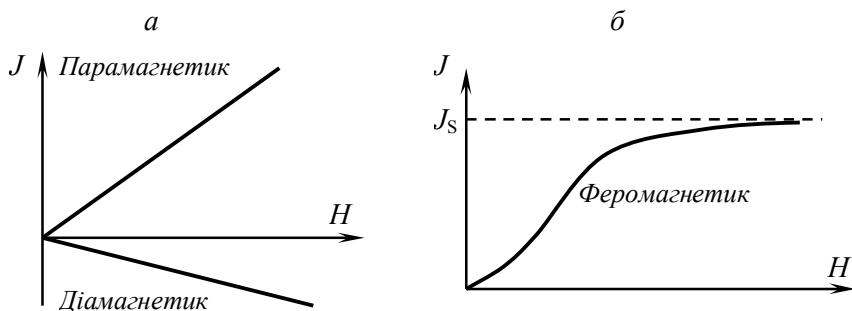
- нелінійна залежність  $\mu$  від величини напруженості зовнішнього намагнічуючого поля  $H$  та температури;
- наявність точки Кюрі – тобто температури, вище від якої речовина втрачає феромагнітні властивості;
- аномально велике значення магнітної проникності;
- здатність намагнічуватись до насичення при звичайних температурах у порівняно слабких полях та здатність до прояву залишкової намагніченості. Отже намагнічення для феромагнетиків є нормальним станом, а відсутність намагнічення спостерігається тільки вище за точку Кюрі;
- при перемагніченнях зміна індукції або намагніченості відстає від зміни напруженості намагнічуючого поля, тобто спостерігається гістерезис;
- залежність магнітних властивостей від попереднього магнітного стану (попередньої магнітної історії);
- анізотропія магнітних властивостей кристала.

Феромагнетизм існує тільки в певному температурному інтервалі; при переході через характерну критичну температуру  $T_K$  (точка Кюрі) феромагнетизм зникає, а феромагнетик стає парамагнетиком: руйнуються домени.

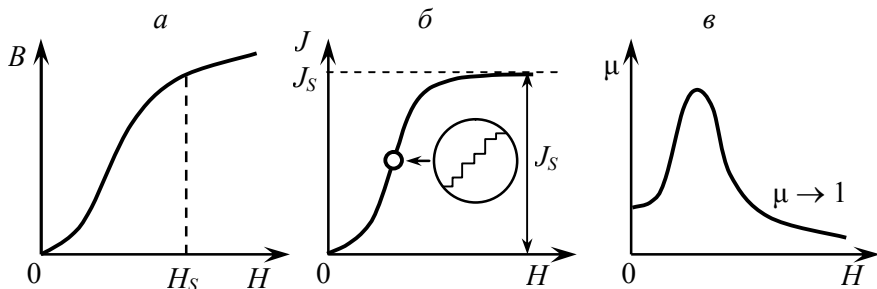
Феромагнетизм властивий тільки кристалічному стану речовини. До феромагнетиків належать дев’ять тих хімічних елементів: залізо (Fe), кобальт (Co), нікель (Ni), лантаніди – гадоліній (Gd), тербій (Tb), диспрозій (Dy), гольмій (Ho), ербій (Er), тулій (Tm) та численні сплави на їх основі. Магнітна сприйнятливості феромагнітних речовин дуже велика ( $10^2$ – $10^5$ ). Отже, феромагнетики підсилюють зовнішнє поле в сотні і тисячі разів.

Характерною особливістю феромагнетиків є залежність їх магнітної сприйнятливості  $\chi$  (а отже, й магнітної проникності  $\mu$ ) від напруженості намагнічуючого поля. Тому коли для діа- і парамагнетиків намагніченість  $J$  змінюється лінійно із зміною напруженості  $H$  зовнішнього поля (рис. 1, *а*), то для феромагнетиків залежність  $J = f(H)$  має нелінійний характер (рис. 1, *б*).

Закономірності намагнічування феромагнетиків були вперше досліджені А.Г. Столстовим у 1872 р. На рис. 2 показана залежність індукції  $B$ , намагніченості  $J$  і магнітної проникності  $\mu$  від напруженості магнітного поля  $H$  для заліза. Індукція  $B$  спочатку швидко збільшується, але в міру намагнічування феромагнетика її зростання сповільнюється (рис. 2, *a*). Намагніченість  $J$  так само спочатку зростає швидко в міру зростання  $H$ , потім повільніше і, накінець, досягає так званого магнітного насичення  $J_S$ , яке не залежить від напруженості поля. Такий характер залежності  $J$  від  $H$  пояснюється тим, що при збільшенні намагнічуючого поля збільшується ступінь орієнтації молекулярних магнітних моментів за полем, проте цей процес починає сповільнюватись, коли залишається все менше і менше неорієнтованих моментів, і, накінець, коли усі моменти будуть орієнтовані за полем, подальше збільшення  $J$  припиняється і настає магнітне насичення.



**Рис. 1.** Залежність намагніченості пара- і діамagnetика (*a*) та феромагнетика (*б*) від напруженості магнітного поля.



**Рис. 2.** Залежність магнітної індукції (*a*), намагніченості (*б*) і магнітної проникності (*в*) від напруженості магнітного поля. .

Детальне вивчення кривої намагнічення феромагнетиків показало, що зі збільшенням напруженості магнітного поля  $H$  зростання  $J$  відбувається не плавно, а стрибкоподібно. Особливо це добре проявляється на ділянці різкого зростання кривої намагнічення, виділеної колом (рис. 2, б). Цей відрізок складається з великого числа сходінок, які відповідають окремим стрибкам у зміні  $J$  при плавному збільшенні  $H$ . Стрибкоподібний характер протікання процесу намагнічення був встановлений Баркгаузенем.

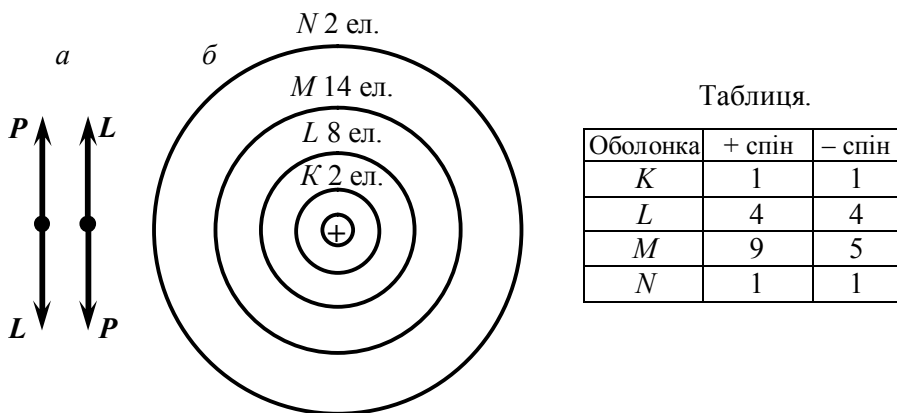
Магнітна індукція  $B = \mu_0(H + J)$  в слабких полях зростає швидко зі зростанням  $H$  внаслідок збільшення  $J$ , а в сильних полях, оскільки другий доданок сталий ( $J = J_S$ ),  $B$  зростає зі збільшенням  $H$  за лінійним законом (рис. 2, а).

Суттєва особливість феромагнетиків – не тільки велике значення  $\mu$ , але і залежність  $\mu$  від  $H$  (рис. 2, в). Внаслідок нелінійної залежності  $B$  від  $H$  магнітна проникність  $\mu = B/(\mu_0 H)$  залежить від напруженості магнітного поля. Крива залежності  $\mu$  від  $H$  зростає зі збільшенням поля від початкового значення  $\mu_{\text{поч}}$  до деякої максимальної величини  $\mu_{\text{max}}$ , але потім, після проходження через максимум, зменшується і асимптотично прямує до значення, дуже близького до одиниці у випадку сильних полів ( $\mu = B/\mu_0 H = 1 + J/H$ , тому при  $J = J_S = \text{const}$  з ростом  $H$  відношення  $J/H \rightarrow 0$ , а  $\mu \rightarrow 1$ ).

**Природа феромагнетизму.** У намагнічуванні феромагнетиків особливу роль відіграють спінові магнітні моменти електронів, що впливає з дослідів Ейнштейна і де Гааза. Як правило, в атомі спіни електронів попарно компенсують один одного, а тому феромагнетиками можуть бути тільки ті елементи, атоми яких мають некомпенсовані спіни. Справді, з теорії будови атома впливає, що позитивні ядра атома оточені електронними оболонками, які прийнято позначати літерами  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  і т. д. При повному заповненні оболонок в  $K$ -оболонці містяться 2 електрони, в  $L$ -оболонці – 8 електронів, в  $M$ -оболонці – 18, в  $N$ -оболонці – 32 електрони, інші оболонки залишаються незаповненими навіть в найважчих елементів Періодичної системи. В атомів елементів групи заліза незаповнена  $M$ -оболонка, хоча в атомі уже є кілька електронів, які належать наступній  $N$ -оболонці. На заповнених оболонках спіни електронів розташовані попарно у взаємно протилежних напрямках. Отже, їхні магнітні моменти взаємно компенсуються (рис. 3, а).

Атоми елементів з феромагнітними властивостями (Fe, Co, Ni) належать до числа перехідних атомів. В цих атомах порушена послідовність заповнення електронами в оболонках і електронних шарах. В

атомі заліза 26 електронів розподілені на чотирьох оболонках. Перша і друга оболонки заповнені і містять 2 і 8 електронів, третя – 14 замість 18 електронів, четверта містить 2 електрони (рис.3, б). У перших двох оболонках спіни скомпенсовані. *M*-оболонка заліза містить 14 електронів, з них 10 мають попарно скомпенсовані спіни, а у 4 електронів спіни не скомпенсовані. Число спінів на кожній із оболонок атома заліза, які умовно будемо позначати як плюс і мінус спіни, вказані в таблиці. Із цієї таблиці видно, що спіни чотирьох електронів залишаються некомпенсованими. Ці електрони відносяться до так званої *d*-підгрупи.



**Рис. 3.** *a* – Компенсація спінів електронів;  
*б* – схема електронних оболонок атома заліза.

Таким чином, феромагнітні властивості мають речовини, в атомах яких є внутрішні недобудовані електронні оболонки. Однак цього недостатньо. Наприклад, платина і хром мають недобудовані внутрішні електронні оболонки, але вони є парамагнетиками.

Магнітні моменти феромагнітних атомів за величиною одного порядку з магнітними моментами парамагнітних атомів. Отже, феромагнетизм зумовлений не якоюсь величиною магнітних моментів атомів, а особливою взаємодією атомів у кристалі. Досліди Дорфмана показали, що взаємодія між спінами електронів, яка є причиною феромагнетизму має немагнітну природу.

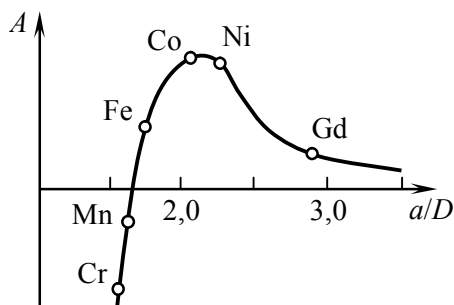
При утворенні кристала заліза між електронами сусідніх атомів виникають особливі сили, які орієнтують їх спінові магнітні моменти паралельно. Це так звані *обмінні сили*, подібні тим, які зв'язують два атоми водню в молекулу і які в ряді випадків можна звести до

електростатичних. Оскільки обмінні сили залежать від структури кристала, то і орієнтація спінів може бути різною. У феромагнетизмі задача зводиться до обчислення деякого інтеграла  $A$ , який носить назву *обмінного*. При цьому обмінна енергія  $U_{обм} = -2A(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)$ , де  $A$  – обмінний інтеграл;  $\mathbf{S}_i$  і  $\mathbf{S}_j$  – результуючі спінові моменти взаємодіючих атомів.

Обмінний інтеграл  $A$  може бути як додатний, так і від’ємний. Для феромагнетиків цей інтеграл додатний. Лише у цьому випадку обмінні сили можуть орієнтувати некомпенсовані спіни електронів паралельно один до одного. Знайдено просте правило, яке визначає можливість виникнення феромагнетизму: *відношення параметра кристалічної ґратки  $a$  до діаметра електронної орбіти  $D$ , на якій знаходиться електрон з некомпенсованим спіном, повинно бути рівним або більшим 1,5, тобто  $a/D \geq 1,5$* .

На рис. 4 наведена залежність величини обмінного інтеграла  $A$  від відношення  $a/D$ . Він додатний лише для Fe, Co, Ni, Gd, тоді як для Mn, Cr обмінний інтеграл від’ємний.

Таким чином, наявність в атомах внутрішніх незаповнених оболонок і додатний знак обмінного інтеграла, який зумовлює паралельну орієнтацію спінів, є тими умовами, за яких виникає феромагнетизм.



**Рис. 4.** Залежність величини обмінного інтеграла  $A$  від відношення  $a/D$ .

**Доменна структура феромагнетиків.** Феромагнетик у немагніченому стані спонтанно розбивається на домени, просторові області намагнічені до насичення внаслідок паралельної орієнтації в них спінових моментів (рис. 5).

Розглянемо однодомений кристал з векторами намагніченості  $\mathbf{J}$ . При поділі кристалу на 2, 4 і т. д. домени з протилежно напрямленими  $\mathbf{J}$  магнітна енергія кристала зменшується приблизно в 2, 4 і т. д. раз. Найбільш проста форма доменів, що можливо у правильному кристалі кубічної структури, показана на рис. 6. Для ідеального одновісного кристала доменна структура, розрахована Л.Д. Ландау і

Є.М. Ліфшицом, має вигляд, показаний на рис. 7, *a*. Розміри і форма доменів відрізняються у монокристалі і полікристалічному тілі. У монокристалі є напрямки легкого намагнічування, і домени мають правильну форму, таку, наприклад, як показано на рис. 7, *a*. Форма доменів у полікристалічному зразку залежить від випадкового розташування і форми окремих монокристаліків (рис. 7, *б*).

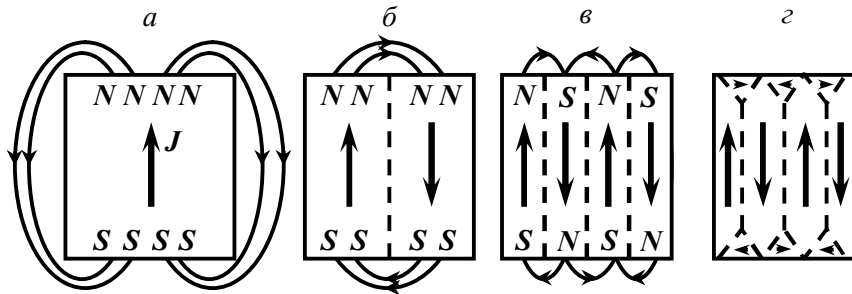


Рис. 5. Процес поетапного розбиття феромагнетика на домени.

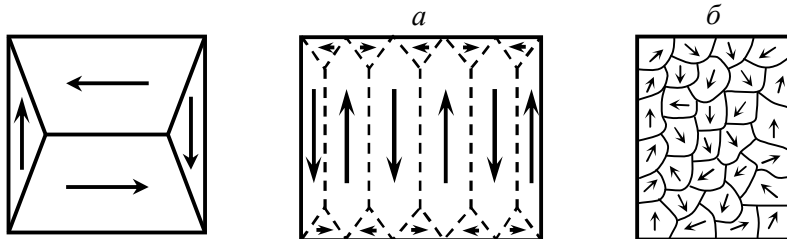


Рис. 6. Форма доменів кубічного кристала.

Рис. 7. *a* – Доменна структура одновісного монокристала згідно з Ландау і Лівшицом; *б* – доменна структура полікристала.

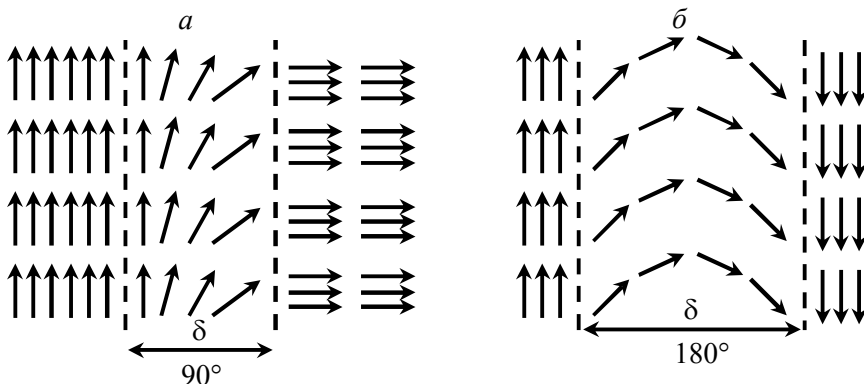


Рис. 8. Положення спінів всередині межі між доменами: *a* – 90-градусна межа; *б* – 180-градусна межа.

Межа між доменами має скінчену товщину порядку 30–40 атомних діаметрів, тобто біля 0,5–0,6 мкм. В середині цього граничного шару спіни поступово повертаються, поки не наберуть необхідного напрямку (рис. 8).

Існування доменів у феромагнетиках доведено дослідами. Спостерегти домени в ненамагніченому феромагнетикі можна за допомогою дрібнодисперсного феромагнітного порошку або колоїдних магнітних суспензій, виготовлених з окислу заліза (метод Акулова-Біттера). При осадженні тонкого шару магнітної суспензії на відполіровану поверхню феромагнетика феромагнітні частинки магнітного залізняку  $\text{FeO}\cdot\text{Fe}_2\text{O}_3$  збираються на межах доменів і роблять їх видимими. Спостереження проводять під мікроскопом.

**Гістерезис намагнічування феромагнетиків.** Доменна магнітна структура феромагнетиків зумовлює явище магнітного гістерезису – відставання в змінах вектора намагніченості  $\mathbf{J}$  феромагнетика від відповідних змін вектора напруженості  $\mathbf{H}$  зовнішнього намагнічуючого поля. Оскільки  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J})$ , то ці відставання виявлятимуться також у змінах векторів  $\mathbf{H}$  та  $\mathbf{B}$  при перемагнічуванні феромагнетика в змінному полі. Гістерезис показує необоротний характер змін магнітних властивостей феромагнетика під впливом магнітних процесів, яким він раніше піддавався.

Розрізняють криві першого намагнічення, криві циклічного перемагнічення (залежності  $\mathbf{J}(\mathbf{H})$  або  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ , які одержують при багаторазовому проходженні певного інтервалу значень  $\mathbf{H}$  у прямому і зворотному напрямках – статичні петлі гістерезису) та основні криві як геометричне місце вершин симетричних петель перемагнічення. За кривими перемагнічення визначають основні характеристики феромагнетиків: намагніченість, магнітну проникність, залишкову намагніченість.

Розглянемо магнітний гістерезис на прикладі перемагнічення в періодичному магнітному полі спочатку ненамагніченого феромагнітного зразка. Поступово збільшуючи напруженість зовнішнього магнітного поля  $\mathbf{H}$  до певного значення  $\mathbf{H}_1$ , одержуємо криву намагнічення  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  (рис. 9, лінія  $OA_1$ ). Внаслідок зміни  $\mathbf{H}$  від  $+\mathbf{H}_1$  до  $-\mathbf{H}_1$  крива намагнічення, як показують досліди, не збігається з кривою  $A_1O$ , а відстає і проходить по лінії  $A_1C_1D_1$ . Якщо відбувається наступна зміна від  $-\mathbf{H}_1$  до  $+\mathbf{H}_1$ ; то крива намагнічення пройде вздовж лінії  $D_1F_1A_1$ . Замкнену криву  $A_1C_1D_1F_1A_1$  називають *петлею гістерезису*. Якщо початкову криву намагнічення продовжити до насичення (точка  $A$ ), то при перемагніченні одержимо граничну петлю гістерезису  $ACKDFK_1A$ . Із цієї петлі видно, що після одержання кривої першого



намагнічення  $OA$  зменшення напруженості зовнішнього магнітного поля  $H$  до нуля не спричиняє зменшення індукції  $B$  до нуля, яка зображується відрізком  $OC$  і характеризує залишкову намагніченість  $J_s$ . Ферромагнетик у цьому стані є постійним магнітом.

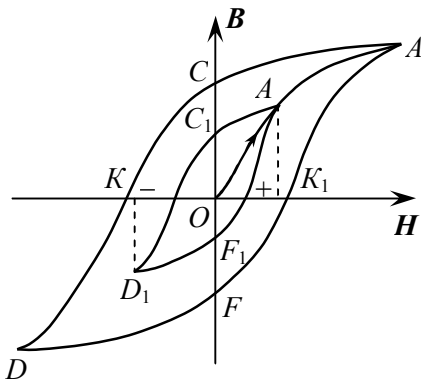


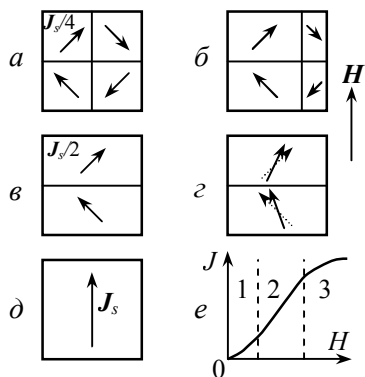
Рис.9. Криві намагнічування ферромагнетика.

Щоб ліквідувати залишкову намагніченість, треба змінити напрям намагнічення на протилежний, змінивши напрям зовнішнього поля  $H$ . Напруженість, яка відповідає точці  $K$  і зумовлює повне розмагнічення ферромагнетика, називають затримуючою або коерцитивною силою ферромагнетика  $H_c$ .

Форма петлі гістерезису, залишкова намагніченість і коерцитивна сила – основні характеристики ферромагнітних матеріалів, які є різними для різних ферромагнетиків. За цими характеристиками ферромагнетика поділяють на магнітнотверді з великою магнітною проникністю і малою коерцитивною силою та магнітнотверді з відносно великою магнітною проникністю і великою коерцитивною силою. Магнітнотверді ферромагнетика використовують у радіо- і електротехніці (різні осердя електромагнітів, трансформаторів тощо), магнітнотверді – для виготовлення постійних магнітів. Площа петлі гістерезису пропорційна енергії, яка розсіюється у ферромагнетик за один цикл його перемагнічення.

Форма кривих, які зображають як частинні цикли, так і граничний цикл, залежить від частоти. Їхня форма визначається не тільки магнітними властивостями речовини, але і величиною струмів Фуко, що швидко ростуть з частотою. Зі збільшенням частоти криві гістерезису розширюються відповідно до збільшення втрат. «Динамічна петля» гістерезису (петля при  $\omega \neq 0$ ) завжди ширша «статичної» (петлі, знятої при повільній зміні поля  $H$ ).

**Процеси намагнічування феромагнетика.** Природа феромагнітного гістерезису пов'язана з поведінкою доменів у зовнішньому магнітному полі. При відсутності зовнішнього поля феромагнетик розбивається на домени таким чином, що його результуючий магнітний момент близький до нуля. Це схематично показано на рис. 10, *a*, де зображені чотири домени однакового об'єму, намагнічені до насичення в різних напрямках. Намагнічення феромагнетиків у зовнішньому магнітному полі спричиняється переорієнтацією векторів намагнічення доменів у напрямку прикладеного поля, яке включає зміщення, обертання і парапроцес. Зміщення визначається зміною меж між доменами. При вмиканні зовнішнього магнітного поля енергії окремих доменів стають неоднаковими: енергія менша для тих доменів, у яких вектор намагніченості утворює з напрямком поля гострий кут, і більша в тому випадку, якщо цей кут тупий. Тому виникає процес зміщення границь доменів, при якому об'єм доменів з меншою енергією зростає, а з більшою – зменшується (рис. 10, *б*). У дуже слабких полях ці зміщення границь оборотні і встигають за зміною поля. Початкова сприйнятливість феромагнетиків і ділянка 1 кривої намагнічування (рис. 10, *e*) зумовлені процесами оборотного зміщення границь.



**Рис. 10.** Різні етапи процесу намагнічування феромагнетика (схематично); *a*–*б* – зміщення границь; *г* – обертання вектора намагніченості; *д* – ділянка насичення.

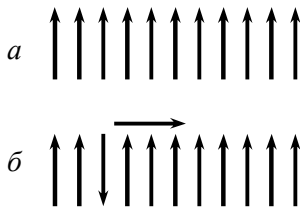
При збільшенні поля зміщення границь доменів стають необоротними. При достатній величині намагнічуючого поля, «енергетично не вигідні» домени зникають зовсім (рис. 10, *в*). Цьому відповідає ділянка 2 кривої намагнічування (рис. 10, *e*).

Якщо поле збільшувати далі, то виникає новий тип процесу намагнічування, при якому змінюється напрям магнітного моменту усередині домену (обертання вектора намагніченості, рис. 10, *г*; цьому відповідає ділянка 3 на рис. 10, *e*).

Нарешті, у дуже сильному полі магнітні моменти всіх доменів установлюються паралельно полю. У цьому стані феромагнетик має найбільший при даній температурі магнітний момент, тобто намагнічений до насичення (рис. 10, *д*).

Парапроцес (або справжнє намагнічування) полягає у збільшенні абсолютного значення спонтанної намагніченості  $J_s$  феромагнетиків під дією зовнішнього магнітного поля  $H$ . Парапроцес настає при  $H > H_s$  і зумовлений орієнтацією в полі напруженістю  $H$  елементарних носіїв магнетизму (спінових і орбітальних магнітних моментів атомів або іонів), які залишилися не зорієнтованими в напрямку зовнішнього магнітного поля внаслідок дії теплового руху. Парапроцес є завершальним у намагнічуванні феромагнетиків, під час якого зі збільшення напруженості  $H$  намагнічення  $J_s$ , прямує до абсолютного насичення  $J_0$ , тобто до намагнічення, яке мав би феромагнетик при абсолютному нулю температури, коли всі носії магнетизму повністю зорієнтовані. Загалом парапроцес робить малий внесок у намагнічування феромагнетиків.

Зазначені процеси намагнічування (за винятком зміщення границь у слабких полях) відбуваються з деякою затримкою, тобто зміщення границь і повертання вектора намагніченості відстають від зміни поля, що приводить до появи петлі гістерезису.



**Рис. 11.** Орієнтація спінів у феромагнетика при температурі абсолютного нуля (*а*) і при  $T > T = 0$  К (*б*).

При температурі, рівній абсолютному нулю, спіни сусідніх атомів в межах одного домена паралельні один до одного (рис. 11, *а*). При підвищенні температури один або кілька спінів можуть бути перевернутими (рис. 11, *б*). Перевернутий спін, подібно до дірки у валентній зоні напівпровідника, може переміщуватися у ґратці. Таке переміщення означає колективний рух, у якому беруть участь послідовно всі атоми ґратки. Через кристал рухається «спінова хвиля», яка має певну енергію та імпульс і яка є елементарним збудженням (квазічастинкою) спінової системи. Підвищення температури збільшує число перевернутих спінів (тобто число спінових хвиль) і, отже, зменшує намагніченість феромагнетика.

Тому феромагнетики при високих температурах втрачають свої феромагнітні властивості і перетворюються у звичайні парамагнетики. Перехід із феромагнітного в парамагнітний стан є фазовим переходом другого роду. Він відбувається стрибкоподібно при цілком певній для кожної речовини температурі, яка називається *точкою Кюрі*. Так, для нікеля  $T_K = 631 \text{ K}$  ( $358 \text{ }^\circ\text{C}$ ), а для заліза  $T_K = 1043 \text{ K}$  ( $770 \text{ }^\circ\text{C}$ ). При фазових переходах другого роду другі похідні теплоємності і температурного коефіцієнта спонтанної намагніченості терплять стрибок. Температурна залежність магнітної сприйнятливості феромагнітних речовин у парафазі описується законом Кюрі-Вейсса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}, \quad (9)$$

де  $T_K$  – температура Кюрі. Ця формула справедлива в діапазоні температур  $T > T_K$ .

При пониженні температури нижче точки Кюрі у феромагнетика відновлюються намагнічені до насичення домени, проте їхні магнітні моменти утворюють замкнуті кола. Тому відпалений магніт необхідно намагнітити заново.

Намагнічування феромагнітних тіл супроводжується зміною їх розміру і форми. Це явище одержало назву *магнітострикції*. Магнітострикція є наслідком прояву основних типів взаємодії у феромагнітних речовинах: обмінної взаємодії і магнітної взаємодії. У зв'язку з цим розрізняють два види магнітострикційних деформацій кристалічної ґратки: деформацію за рахунок обмінних сил і деформацію за рахунок магнітних сил. Магнітострикція, зумовлена обмінними силами, спостерігається в області, вищій від технічного насичення, при якому магнітні молекули доменів орієнтовані в напрямку поля і відбувається збільшення лише абсолютної величини моментів цих молекул.

У інтервалі полів від нуля до поля, що відповідає технічному насиченню (при процесах зміщення доменних меж між ділянками спонтанного намагнічення і обертання магнітних моментів доменів), спостерігається магнітострикція, яку спричинюють магнітні сили ґратки. Атоми феромагнітних речовин, маючи магнітні моменти, в кристалічній ґратці взаємодіють між собою, намагаючись змістити атоми в таке положення, при якому встановлюється рівновага з пружними силами ґратки. Ця рівновага настає при деякій деформації ґратки. Явище магнітострикції широко застосовують в різноманітних стабілізаторах частоти, ехолотах, генераторах ультразвуку. Для магнітострикційних генераторів ультразвуку застосовують нікель і спла-

ви кобальта з нікелем. Найпростіший вібратор ультразвуку – трансформатор, пластини якого виготовлено з нікелю.

## 5. ЗАВДАННЯ ТА ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

**Вимірювання магнітної індукції в зразках.** Магнітну індукцію зручно визначати за допомогою ЕРС, яка виникає при зміні магнітного потоку  $\Phi$  в котушці, яка охоплює досліджуваний зразок:

$$\mathcal{E} = -d\Phi/dt. \quad (10)$$

Нехай котушка щільно охоплює зразок, а індукція  $\mathbf{B}$  в зразку однорідна. У цьому випадку:

$$\Phi = SNB, \quad (11)$$

де  $N$  – число витків у вимірювальній котушці,  $S$  – площа витка. Підставляючи (11) у вихідну формулу (9), після інтегрування знайдемо:

$$B = -1/SN \int \mathcal{E} dt. \quad (12)$$

Таким чином, для визначення  $B$  потрібно проінтегрувати сигнал, наведений змінним магнітним полем у вимірювальній котушці, намотаній на зразок.

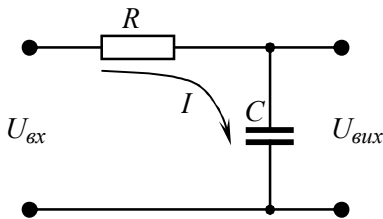


Рис. 12. Найпростіша схема інтегратора.

Для інтегрування сигналу застосовують різного роду інтегруючі пристрої. Найпростіший із них складається з послідовно з'єднаних резистора та конденсатора (рис. 12) і виконує своє призначення за умови, якщо вихідний сигнал набагато менший вхідного:

$$U_{вих} \ll U_{вх}. \quad (13)$$

Справді, при виконанні цієї умови  $I \approx U_{вх} / R$ , а

$$U_{вих} = q/C = 1/C \int I dt \approx 1/RC \int U_{вх} dt. \quad (14)$$

Із виразу (14) бачимо, що вихідний сигнал  $RC$ -ланцюжка справді пропорційний інтегралу від вхідного. Цей висновок тим ближчий до істини, чим більше постійна часу  $\tau = RC$  перевищує характерний час процесу – його період.

## Методика експерименту і опис установки

Дослідження петлі гістерезису феромагнітного зразка. Принципова схема вимірювальної установки наведена на рис. 13.

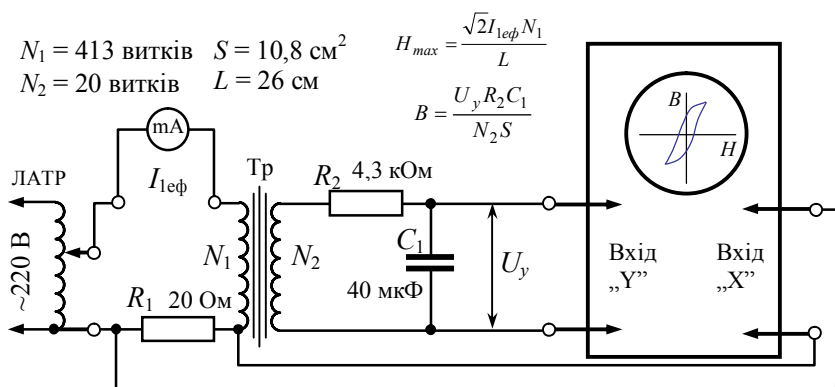


Рис. 13. Схема установки для дослідження намагнічування тороїдальних зразків феромагнетика.

Досліджуваний зразок магнетика є замкнутим кільцевим сердечником (тороїдом), складеним із тонких пластин трансформаторної сталі. На сердечник намотані намагнічувальна та вимірювальна обмотки з числом витків  $N_1$  та  $N_2$ , відповідно. Напряга з мережі частотою 50 Гц за допомогою автотрансформатора подається на намагнічувальну обмотку  $N_1$ . Вимірювальна обмотка  $N_2$  увімкнена до інтегруючого  $RC$  – ланцюжка. Через обмотку  $N_1$ , від джерела напруги проходить змінний струм, величина якого вимірюється міліамперметром. Послідовно з міліамперметром з'єднаний резистор  $R_1$ . На ньому виникає спад напруги, пропорційний струму в обмотці, а, отже, напруженості  $H$  магнітного поля в зразку. Цей сигнал подається на вхід «X» осцилографа. Сигнал  $U_y$  з інтегруючої ємності  $C$ , пропорційний величині вектора  $B$ , подається на вхід «Y». Картина на екрані осцилографа в певному масштабі відтворює петлю гістерезису досліджуваного зразка. Щоб надати цій кривій кількісний характер, необхідно установити масштаб зображення, тобто провести калібрування горизонтального і вертикального каналів осцилографа. Максимальний розхил по осі «X» електронного променя на екрані відповідає подвоєному амплітудному значенню струму в намагнічувальній обмотці, а отже, і максимальному значенню напруженості магнітного поля, яка обчислюється за формулою:

$$H_{\text{макс}} = 1,4 \cdot I_{\text{эф}} \cdot N_1 / L, \quad (15)$$

де  $L$  – довжина досліджуваного тороїдального сердечника (осердя) вздовж середньої лінії.

У вимірювальній котушці індукується ЕРС:

$$\mathcal{E} = U_c = N_2 \cdot S \cdot dB/dt, \quad (16)$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу сердечника. Ця електрорушійна сила викликає у вимірювальній котушці струм  $I_2 = \mathcal{E}/R_2$  (якщо знехтувати індуктивним опором котушки та ємнісним опором конденсатора  $C_1$ , які набагато менші  $R_2$ ). Струм  $I_2$  створює на конденсаторі напругу:

$$U_c = q/C_1 = 1/C_1 \int I_2 dt \approx 1/RC \int U_c \cdot dt, \quad (17)$$

яка подається на «Y» вхід осцилографа. Таким чином, враховуючи вираз (16):

$$U_Y = -N_2 SB/R_2 C_1. \quad (18)$$

Звідки:

$$B = U_Y C_1 R_2 / N_2 S. \quad (19)$$

Напруга  $U_Y$  вимірюється каліброваним входом осцилографа, а значення  $C_1 \cdot R_2$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  вказані на лабораторному макеті.

### **Завдання 1. Дослідження намагнічування ферромагнетика за допомогою осцилографа**

1. Зібрати електричне коло за схемою, наведеною на рис. 13. Частково вона вже зібрана на макеті; ті елементи, які необхідно підімкнути, показані на рисунку. Повернути проти годинникової стрілки до упора ручку плавного регулювання напруги на автотрансформаторі. Увімкнути в електромережу осцилограф та автотрансформатор.

2. Підібрати такий струм живлення обмотки намагнічування і положення ручок вхідних подільників (канал підсилення «Y»), щоб петля гістерезису займала половину екрана (ручка плавного регулювання підсилення повинна бути повернута праворуч до упора).

3. За допомогою міліамперметра виміряти величину струму в обмотці намагнічування. За формулою (15) обчислити амплітуду напруженості магнітного поля в сердечнику. Це значення  $H$  визначає масштаб вздовж осі  $X$ . Користуючись формулою (19), прокалібрувати відхилення по осі «Y» в одиницях індукції магнітного поля  $B$  (Тл).

4. Замалювати граничну петлю гістерезису з екрану осцилографа. Із одержаної петлі гістерезису визначити залишкову індукцію, коерцитивне поле, а за площею петлі – втрати енергії за один цикл перемагнічування.

## **Завдання 2. Визначення початкової, статичної та динамічної магнітної проникності**

1. Регулюючи автотрансформатором струм в обмотці намагнічування, одержати і замалювати серію частинних петель гістерезису. За вершинами петель побудувати основну криву намагнічування феромагнетика.

2. За тангенсом кута нахилу дотичної до кривої намагнічування в околі початку координат визначити відношення  $\Delta B/\Delta H$  та за формулою (4) обчислити початкову магнітну проникність. Оцінити статичну магнітну проникність у кількох точках (при кількох значеннях  $H$ ) кривої намагнічування за формулою  $\mu = B/\mu_0 H$ . За тангенсом кута нахилу дотичної до кривої намагнічування у кількох точках (при кількох значеннях  $H$ ) кривої намагнічування визначити відношення  $\Delta B/\Delta H$  та за формулою (4) обчислити динамічну магнітну проникність .

## **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Які речовини називаються феромагнетиками?
2. Чому магнітна індукція у феромагнетиках, внесених у магнітне поле, значно перевищує індукцію цього поля?
3. Що називається доменом? Чому феромагнетик розбивається на домени?
4. Які типи доменів зустрічаються у феромагнетиках? Якими методами можна спостерігати доменну структуру?
5. Чим відрізняється доменна структура полікристала від монокристала?
6. Який механізм намагнічування феромагнетиків?
7. Що таке петля гістерезису? Які причини її викликають?
8. Чому саме речовини, які містять атоми з недобудованою внутрішньою оболонкою є феромагнетиками?
9. Яким чином можна розмагнітити феромагнітний зразок?
10. Що називається точкою Кюрі феромагнетика? Яким законом описується температурна залежність магнітної сприйнятливості феромагнітної речовини вище температури Кюрі?
11. Якими методами можна вивчати петлю гістерезису?



## ЛІТЕРАТУРА

1. Электрические измерения: Учеб. пособие для вузов / В.Н. Малиновский, Р. М. Лемидова-Панферова, Ю.Н. Епланов и др.; Под ред. д-ра техн. наук В.Н. Малиновского. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 416 с.
2. Винокуров В. И., Каплин С. И., Перелин И. Г. Электрорадиоизмерения. / Под ред. В. И. Винокурова. – М.: Высш.шк., 1986. – 351 с.
3. Спектор С. А. Электрические измерения физических величин: Методы измерений. – Л.: Энергоатомиздат, Ленинград. отд-ние, 1987. – 320 с.
4. Куликовский К. Л., Купер В. Я. Методы и средства измерений. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 448 с.
5. Электрические измерения электрических и неэлектрических величин / Под ред. Е. С. Полищука. – Киев: Вища школа, 1984. – 359 с.
6. Бурсиан Э. В. Физические приборы. – М.: Просвещение, 1984. – 271 с.
7. Левшина Е. С., Новицкий П. В. Электрические измерения физических величин: (Измерительные преобразователи). – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.
8. Электрические измерения / Под ред. А. В.Фремке и Е. М. Душина. – Л.: Энергия, 1980. – 392 с.
9. Електричі вимірювання електричних та неелектричних величин / За ред. Е. С. Поліщука. – Київ: Вища школа, 1978. – 352 с.
10. Орнатский П. П. Автоматические измерения и приборы. – Киев: Вища школа, 1980. – 560 с.
11. Шевцов Е. К., Ревун М. П. Электрические измерения в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1989. – 168 с.
12. Попов В. С. Электротехнические измерения. – М.: Энергия, 1968. – 320 с.
13. Демидова-Панферова Р. М., Малиновский Б. Н., Попов В. С., Семенов В. Ф., Цепляев К. Н. Электрические измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
14. Авдеев Б. Я., Антонюк Е. М., Душин Е. М. и др. Основы метрологии и электрические измерения. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.
15. Токхейм Р. Основы цифровой электроники. – М.: Мир, 1988. – 383 с.
16. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм – М.: Высшая школа,

1983. – 463 с.
17. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1985. – 576 с.
  18. Телесник Р. В., Яковлев В. Ф. Курс физики. Электричество. – М.: «Просвещение», 1969. – 488 с.
  19. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т.2. Електрика і магнетизм. – Київ: Техніка, 2006. – 452 с.
  20. Пасынков В. В., Чиркин Л. К. Полупроводниковые приборы. – Санкт-Петербург: Лань, 2001. – 480 с.
  21. Зи С. М. Физика полупроводниковых приборов. – М.: Энергия, 1973. – 656 с.
  22. Федотов Я. А. Основы физики полупроводниковых приборов. – М.: Советское радио, 1969. – 592 с.
  23. Струков В. А., Леванюк А. П. Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. – М.: Наука; Физматлит, 1995. – 301 с.
  24. Смоленский Г.А., Боков В. А., Исупов В. А. и др. Физика сегнетоэлектрических явлений. – Л.: Наука, 1985. – 369 с.
  25. Бартновский А. Л. Электрические измерения. Лабораторный практикум. – Киев: «Вища школа», 1977. – 216 с.
  26. Иоссель Ю. Я. Электрические поля постоянных токов – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 159 с.
  27. Рязанов Г. А. Опыты и моделирование при изучении электромагнитного поля – М.: Наука, 1966. – 191 с.
  28. Козлов В. И. Общий физический практикум. Электричество и магнетизм – М.: Изд. Московского университета, 1987. – 270 с.
  29. Лабораторные занятия по физике. Под ред. Л. Л. Гольдина. – М.: Наука, 1983. – 704 с.
  30. Козлов В. И. Общий физический практикум. Электричество и магнетизм. – М.: Изд-во Московского университета, 1987. – 270 с.
  31. Физический практикум. Электричество и оптика. Под ред. В. И. Ивероной. – М.: Наука, 1968. – 815 с.
  32. Новопольский В. А. Электронно-лучевой осциллограф. – М.: Энергия, 1968.
  33. Практикум по физике «Электричество и магнетизм» / Под ред. Ф. А. Николаева. – М.: Высшая школа, 1991. – 150 с.

## ДОДАТКИ

### Основні фізичні сталі

Величина	Позначення	Числове значення
Стала Больцмана	$k$	$1,38066 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Швидкість світла в вакуумі	$c$	$2,99792458 \cdot 10^8$ м/с
Стала Планка	$h$	$6,6261 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Число Авогадро	$N_A$	$6,0220943 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Гравітаційна стала	$\gamma$	$6,6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м <sup>2</sup> /кг <sup>2</sup>
Число Фарадея	$F$	$9,648456 \cdot 10^4$ Кл/моль
Заряд електрона	$e$	$1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	$m_e$	$0,9109534 \cdot 10^{-30}$ кг
Маса протона	$m_p$	$1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Питомий заряд електрона	$e/m_e$	$1,758804 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Електрична стала	$\epsilon_0$	$8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu_0$	$1,25663706 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Радіус електрона	$r_e$	$2,8179380 \cdot 10^{-15}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B$	$9,274078 \cdot 10^{-24}$ А·м <sup>2</sup>
Магнітний момент електрона	$\mu_e$	$9,284832 \cdot 10^{-24}$ А·м <sup>2</sup>
Електрон-вольт	еВ	$1,60202 \cdot 10^{-19}$ Дж

### Робота виходу електронів з металів

Метал	$W$ , еВ	Метал	$W$ , еВ	Метал	$W$ , еВ
Алюміній	4,25	Нікель	4,5	Ртуть	4,52
Вольфрам	4,54	Олово	4,39	Срібло	4,3
Залізо	4,31	Платина	5,32	Цинк	4,24
Мідь	4,4				

### Електричні властивості металів (при 20 °С)

Метал	Питомий опір $\rho$ , $10^{-6}$ Ом·см	Стала Холла $R$ , $10^{-10}$ м <sup>3</sup> /Кл	Рухливість носіїв струму $b$ , см <sup>2</sup> /(В·с)
Алюміній	2,69	- 0,33	12,3
Вольфрам	5,5	+ 1,1	20
Золото	2,2	- 0,7	32
Мідь	1,67	- 0,53	32
Молибден	6,0	+ 1,8	30
Олово	12,8	- 0,022	0,17
Платина	10,5	-1,27	12
Срібло	1,6	- 0,9	56
Цинк	5,92	+ 1,04	17,5

### Електричні властивості напівпровідників

Речовина	Ширина забороненої зони, еВ	Питомий опір при 20 °С, Ом·см	Рухливість носіїв струму в області власної провідності при 20°С, см <sup>2</sup> /(В·с)	
			Електрони	Дірки
Алмаз	5,4			
Германій	0,68–	$10^8$ – $10^{12}$	1 800	1 200
Кремній	0,75	43	3 800	1 800
Селен (кр.)	1,15	$2,6 \cdot 10^5$	1 300	500
Телур	1,7	$10^5$ – $10^{12}$	–	–
Сульфід свинцю	0,36	0,1	1 700	1 200
Антимонід індію	0,34–	0,2	600	200
Арсенід галію	0,37	0,007	78 000	750
	0,18	150	85 000	420
	1,4			

**Питома магнітна сприйнятливість елементів і сполук**  
(при 20 °С)

Речовина	$\chi, 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$	Речовина	$\chi, 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$
Алюміній	7,54	Сірка	- 6,15
Вісмут	- 17,3	Срібло	- 2,5
Вода	- 9,0	Скло	- 12,56
Вольфрам	3,77	Цинк	- 1,76
Залізо хлористе	1268	Ебоніт	7,54
Залізо хлорне	1080		
Золото	- 1,9	<i>Гази</i>	
Калій	6,5	Азот	- 6,15
Марганцю окис	954,6	Водень	- 25,1
Мідь	- 1,13	Повітря	295,2
Парафін	- 7,5	Гелій	- 6,0
Платина	12,3	Кисень	1328,8

**Точка Кюрі деяких речовин**

Речовина	Точка Кюрі, °С
<i>Сегнетоелектрики</i>	
Титанат барію	+ 120
Сегнетова сіль	Верхня + 22,5; нижня - 15
<i>Феромагнетики</i>	
Залізо	+ 770
Кобальт	+ 1130
Нікель	+ 358
Пермалой	+ 550
Гадоліній	+ 16
Магнетит Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	+ 572

## Формули диференціювання основних функцій:

1.  $(x^m)' = m \cdot x^{m-1} \cdot x' = m \cdot x^{m-1}$ .
2.  $(\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} \cdot x^{1-\frac{1}{2}} \cdot x' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
3.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} \cdot x' = -\frac{1}{x^2}$ .
4.  $(e^x)' = e^x \cdot x' = e^x$ .
5.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a \cdot x' = a^x \cdot \ln a$ .
6.  $(\ln x)' = \frac{1}{x} \cdot x' = \frac{1}{x}$ .
7.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \cdot x' = \frac{1}{x \ln a}$ .
8.  $(\sin x)' = \cos x \cdot x' = \cos x$ .
9.  $(\cos x)' = -\sin x \cdot x' = -\sin x$ .
10.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot x' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$ .
11.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot x' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$ .
12.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot x' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .
13.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot x' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .
14.  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2} \cdot x' = \frac{1}{1+x^2}$ .

$$15. (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2} \cdot x' = \frac{1}{1+x^2}.$$

$$16. (\operatorname{sh} x)' = \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)' = \operatorname{ch} x \cdot x' = \operatorname{ch} x.$$

$$17. (\operatorname{ch} x)' = \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)' = \operatorname{sh} x \cdot x' = \operatorname{sh} x.$$

$$18. (\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} \cdot x' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x} \cdot x' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}.$$

$$19. (\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x} \cdot x' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}.$$

*Навчальне видання*

**БЛЕЦКАН Дмитро Іванович**  
**ГОРВАТ Андрій Андрійович**  
**КАБАЦІЙ Василь Миколайович**

**ЕЛЕКТРИЧНІ ВИМІРЮВАННЯ**

Підручник для студентів вищих навчальних закладів

Редактор Д. М. Федака  
Художній і технічний редактор М. М. Дем'ян  
Коректор М. П. Керецман  
Комп'ютерний набір та верстка –  
О. Р. Лук'янчук, В. В. Фролова

Здано на виробництво 02. 04. 2008.  
Підписано до друку 01. 07. 2008. Формат 60 x 90/16.  
Папір офсетний. Офсетний друк.  
Гарнітура “Таймс”. Умов.-друк. арк. 25. Умов. ф.-відб. 25,5.  
Облік.-вид. арк. 26,65. Замовлення № 8015. Тираж 600 прим.

ВАТ “Видавництво “Закарпаття”  
88011, м. Ужгород, вул. Гагаріна, 42/1  
Свідоцтво про державну реєстрацію  
ДК № 1548 від 29. 10. 2003 р.

Друк ВАТ “Видавництво “Закарпаття”  
88011, м. Ужгород, вул. Гагаріна, 42/1  
E-mail: [main@vz.com.ua](mailto:main@vz.com.ua)  
<http://www.vidzak.karpat.org>



**Блецкан Д. І., Горват А. А., Кабацій В. М.**

**Б68** Електричні вимірювання: Підручник для студентів вищих навчальних закладів / За редакцією професора Д. І. Блецкана. – Ужгород: ВАТ “Видавництво “Закарпаття”, 2008. – 400 с.; іл. 202.

**ISBN 966-347-047-X**

Підручник складається з двох частин. Перша частина присвячена методам і засобам вимірювання електричних і магнітних величин, викладено відомості про конструкцію, схеми вмикання, застосування та похибки аналогових і цифрових вимірювальних приладів. У другій частині міститься опис 16 лабораторних робіт з розділу “Електрика і магнетизм” курсу загальної фізики. У кожній з них докладно подано основи теорії досліджуваних явищ, описано методику проведення експерименту, указано конкретні завдання, які необхідно виконати, і наведено контрольні питання для самоперевірки. Завдання складені таким чином, щоб викладач міг варіювати їх підбір згідно з індивідуальними здібностями студента.

Для студентів фізичних спеціальностей університетів та інженерно-технічних спеціальностей вузів, а також може бути використаний інженерними працівниками при підготовці лабораторних практикумів.

**ББК 31.122(3 221 я 73)  
УДК 621.317(075.8) + 537**

## Таблиця основних інтегралів.

### I частина:

$$1. \int dx = x + C$$

$$2. \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C$$

$$3. \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$$

$$4. \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg}x + C$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$$

$$6. \int e^x dx = e^x + C$$

$$7. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$8. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$9. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$10. \int \sec^2 x dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg}x + C$$

$$11. \int \operatorname{cosec}^2 x dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg}x + C$$

$$12. \int shx dx = chx + C$$

$$13. \int chx dx = shx + C$$

$$14. \int \frac{dx}{ch^2 x} = thx + C$$

$$15. \int \frac{dx}{sh^2 x} = -cth x + C$$

## II частина:

$$1. \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C$$

$$2. \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + C$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$4. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} + C$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \lambda}} = \ln |x + \sqrt{x^2 + \lambda}| + C$$

$$7. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C = \ln | \operatorname{cosec} x - \operatorname{ctg} x | + C$$

$$8. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C = \ln | \sec x + \operatorname{tg} x | + C$$

$$9. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln | \cos x | + C$$

$$10. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln | \sin x | + C$$