

В партнерській програмі беруть участь сайт-продавець товарів чи послуг і сайти-партнери, що утворюють партнерську мережу. Партнери розташовують у себе логотипи, банери або просто посилання на сервер продавця, за які останній платить їм комісійні.

Комісійні виплачують не за показ рекламних матеріалів, а, в залежності від програми, за кожного покупця, що прийшов за посиланням на сайт-продавця, чи за здійснену покупку. Для створення партнерських програм їх організатори використовують спеціальне програмне забезпечення, яке дозволяє реєструвати партнерів і підтримувати користувацький інтерфейс, вести статистику щодо показу рекламних матеріалів, а також відвідачів, які прийшли з сайту партнерів, вести рахунки партнерів і розраховувати винагороду.

Першопрохідником у створенні партнерської мережі в Інтернеті є імперія Джефа Безоса Amazon.com (близько 200 тис. "приєднаних партнерів" за даними Gartner Group) . Цей найбільший онлайнвий магазин також одержав патент на серію ключових складових партнерських програм (технології обрахування посилань, механізм реєстрації і взаємодії з партнерами).

Прикладами сайтів з різних секторів ринку, які широко беруть участь у партнерських програмах є Barnes&Noble.com - торгівля книгами, Cyberian Outpost і BuyDirect.com - продаж комп'ютерної техніки й програмного забезпечення, FAO Schwartz - продаж іграшок, Omaha Steak і The LobsterNet - торгівля продуктами харчування, CD Now - торгівля компакт-дисками , або російський Інтернет-магазин Ozon (www.ozon.ru). Партнерські програми по типу "відсоток із продажу" або "оплата за дію" (per-action commission) дуже сподобалися не тільки рядовим користувачам Інтернет, але й великим порталам, таким як Yahoo і Altavista.

Для сайту продавця до непривабливих сторін участі в партнерських програмах можна віднести необхідність використання досить складного програмного забезпечення, а для власників сайтів-партнерів - факт відправлення свого відвідувача на інший сервер, з якого останній може й не повернутися.

6. Аналіз ефективності рекламних ресурсів

Незважаючи на розповсюдженість таких форм Інтернет-маркетингу як партнерські програми чи e-mail-маркетинг, все більш популярними є системи, які дозволяють скурпульозно відслідковувати і оцінювати вкладення компаній у рекламу й виявляти кінцеву віддачу від цієї реклами [3].

Саме Інтернет завдяки cookies-технологіям надає можливості для точної ідентифікації відвідувача рекламованого ресурсу, для вивчення уподобань кожного унікального відвідувача, а надалі – для розпізнавання його (наприклад, щоб не показувати відвідувачеві той самий банер, що і минулого разу). З допомогою cookies-технологій можна судити, наскільки ефективно спрацювала реклама, сформулювати поведінкову модель користувача в Мережі (які сайти і як часто він відвідує). Отримані дані дозволяють розробити індивідуальний креатив для цього користувача, залежно від того, у яку поведінкову групу він входить, і виявляти соціально-демографічний портрет аудиторії. Це дозволяє оцінювати й надалі орієнтуватися вже не тільки на кількісні, але й на якісні показники поведінки споживачів у Мережі.

Висновки

Враховуючи зростання Інтернет-аудиторії в Україні, Інтернет-маркетинг є одним з можливих джерел поширення інформації разом із пресою, радіо, телебаченням, що становить невід'ємний атрибут маркетингової політики сучасної компанії. Для посилення взаємозв'язку між підприємствами і споживачами саме Інтернет надає широкі можливості, які пов'язані не тільки з використанням WWW, але і ресурсів інших служб Інтернету. Крім того, Інтернет є прекрасним дослідницьким інструментом, адже саме Мережа дозволяє точно визначити, скільки людей скористались даним каналом і/чи здійснили покупку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Данилюк О. І-маркетинг с прикрасами и без // <http://www.management.com.ua/marketing/mark006.html#top>
2. Л.С.Кличменя Электронная коммерция: Учебное пособие – Мн.:Выш.шк., 2004. –191 с.
3. Маркетинг в электронной коммерции // http://www.e-commerce.ru/biz_tech/implementation/marketing/
4. Успенський І.В. ІНТЕРНЕТ-МАРКЕТИНГ Учебник.- СПб.: Изд-во СПГУЭиФ, 2003, 197 с.

УДК 539.3:620.012

РОЗВ'ЯЗОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ СОФІ ЖЕРМЕН ТА ЙОГО ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ

М.І.ІГНАТИШИН

Мукачівський технологічний інститут

Досліджено математичну модель проїзної частини моста, тонкої залізобетонної плити, що описується диференціальним рівнянням Софі Жермен. Застосуванням отриманого розв'язку пов'язано результати статичних випробувань моста з інтегральною циліндричною жорсткістю моста. Дано означення інтегральної циліндричної жорсткості, розраховано циліндричну жорсткість та визначено силові характеристики, що виникають в провідній частині навантаженого моста, - згинальні, крутні моменти; поперечні сили і.т.п.

Отримані результати мають науковий та прикладний характер, можуть бути використанні для прогнозування довговічності мостових .

Вступ

Механіка деформованого тіла сформувалася як один з важливих розділів математичної фізики в першій половині XIX століття.

Основи цієї науки заклали Галілей, Маріот, Гук, Бернуллі, Ейлер, Кулон й інші.

Пріоритет у створенні основ теорії пружності належить французьким математикам і механікам Коші, Навьє й Пуассону, що одержав основні диференціальні рівняння цієї теорії.

Уже в 1825 р. великий французький інженер і вчений Навьє випустив «Курс лекцій по опору матеріалів», заснований на експериментальних даних і наближених теоріях.

У Росії аналогічний курс Н. Ф. Ястржембського з'явився в 1837 р.

Окремо слід виділити французького математика, філософа і механіка, ученицю Лагранжа, що внесла вагомий вклад у диференціальну геометрію, теорію чисел і механіку, - Софі Жермен (Sophie Germain) [1]. Диференціальне рівняння, назване її іменем, описує деформацію тонкої пластини (плити). Її дослідження з цього питання було опубліковано в 1811 р. Коротко це рівняння можна записати так:

$$D \cdot \nabla^2 \nabla^2 w = q. \quad (1)$$

де D - циліндрична жорсткість плити,

∇^2 - оператор Лапласа,

w - поперечна деформація плити,

q - питоме навантаження.

Диференціальні (1) при певних крайових умовах можна застосувати для моделювання деформації проїздної частини моста.

Актуальність теми

В зв'язку зі вступом України в СОТ зростатиме товарообіг, а з ним і кількість та темпи транспортних перевезень. Тому важливим питанням для держави є ремонт і розвиток транспортної інфраструктури, зокрема такого її елемента як мости [2].

Оскільки мостові конструкції експлуатуються протягом тривалого часу, то доцільно при їх розрахунку та випробовуванні оцінити фактичний резерв несучої спроможності конструкції після проявлення її реальних властивостей. Експериментальні дослідження підтверджують наявність впливу довготривалих навантажень на напружено-деформований стан (НДС) конструкцій, наявність перерозподілу зусиль в часі [2,3].

В роботі [4] досліджено вплив зміни жорсткості через появу тріщин та необхідність врахування повзучості на перерозподіл зусиль за умови довготривалих навантажень. Процеси, що приводять до старіння матеріалу [5,6], утворення мікроскопічних тріщин [7] в макроскопічному плані проявляються як зміна жорсткості, зокрема циліндричної жорсткості моста.

При розрахунку будівельних, мостових конструкцій та вантажопідійомних машин застосовують як традиційні методи, так і метод скінчених елементів [8].

В даний час переважають числові методи розрахунку, ефективність яких обґрунтована [9]. Проте, коли є можливість отримати аналітичний розв'язок, навіть громіздкий і з застосуванням спрощеної математичної моделі, його варто отримати і застосувати для вивчення досліджуваного об'єкту. Формула аналітичного розв'язку надзвичайно інформаційно містка і корисна для усвідомлення закономірностей поведінки досліджуваного об'єкту.

Постановка задачі, вихідні дані

Метою даної праці визначення силових характеристик в проїзній частині моста шляхом розгляду однієї з моделей, що пов'язує циліндричну жорсткість залізобетонної плити, конструктивного елемента моста та величину її прогину при навантаженні.

Об'єктом дослідження є статично навантажений міст.

Предмет дослідження – математична модель, що пов'язує результати статичних вимірювань, - статичне навантаження та величину прогину середини моста, з

механічною характеристикою конструкції, - інтегральною циліндричною жорсткістю моста.

Інтегральною циліндричною жорсткістю моста є жорсткість ізотропної залізобетонної плити, що має таку саму довжину і ширину, як проїзна частина моста, і величина прогину якої під дією заданого навантаження співпадає з прогином моста.

Результати та їх дослідження

Представимо статично навантажений міст як ізотропну залізобетонну плиту ефективною товщиною h .

Запишемо диференціальне рівняння (1) у змінних (η, ξ) , -

$$\eta = \frac{x}{a}, \quad \xi = \frac{y}{b}, \quad (2)$$

де a - довжина плити, b - ширина плити, що дозволяють компактно представити результати.

Диференціальне рівняння деформації плити:

$$\frac{1}{a^4} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} + 2 \cdot \frac{1}{a^2 b^2} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial^2 \eta \cdot \partial^2 \xi} + \frac{1}{b^4} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} = \frac{1}{D} q(\eta, \xi). \quad (3)$$

Розв'язок

$$w(\eta, \xi) = \sum_{i=1}^{\infty} Y_i \cdot \sin(i\pi\eta), \quad (4)$$

де

$$Y_i = A_i \cdot sh(\alpha\xi) + B_i \cdot ch(\alpha\xi) + C_i \cdot y \cdot sh(\alpha\xi) + D_i \cdot y \cdot ch(\alpha\xi) + \varphi_i(\xi) \quad (5)$$

та

$$\alpha = \frac{b}{a} i\pi \quad (6)$$

При $q = const$

$$\varphi_i(\xi) = \frac{2q}{D} \cdot \frac{a^4}{(i\pi)^5} \cdot (1 - \cos(i\pi)) = \frac{2q}{D} \cdot \frac{a^4}{(i\pi)^5} \cdot (1 - (-1)^i) = const \quad (7)$$

Крайові умови:

$$\begin{aligned} w(0) = w(1) = 0, \\ M_1(0) = M_1(1) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_2(0) = M_2(1) = 0, \\ V_2(0) = V_2(1) = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де

$$M_1 = -D \cdot \left(\frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + \nu \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right). \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -D \cdot \left(\frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right), \\ V_2 &= -D \cdot \left(\frac{1}{b^3} \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} + (2 - \nu) \frac{1}{a^2 b} \frac{\partial^3 w}{\partial \eta^2 \partial \xi} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Розв'язок (4) побудований так, що задовольняє крайовим умовам (8).

З крайових умов (9) впливає система чотирьох рівнянь для знаходження констант A_i, B_i, C_i, D_i .

В матричному представленні система рівнянь має вид:

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Елементи матриці:

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{14} = M_{32} = M_{33} = 0, \\ M_{12} &= \left(\frac{\alpha}{b} \right)^2 - \nu \left(\frac{i\pi}{a} \right)^2, \quad M_{13} = 2 \frac{\alpha}{b^2}, \\ M_{21} &= M_{12} sh(\alpha), \quad M_{22} = M_{12} ch(\alpha), \\ M_{23} &= M_{12} sh(\alpha) + M_{13} ch(\alpha), \\ M_{24} &= M_{13} sh(\alpha) + M_{12} ch(\alpha), \\ M_{31} &= \left(\frac{\alpha}{b} \right)^3 - (2 - \nu) \frac{\alpha}{b} \left(\frac{i\pi}{a} \right)^2, \\ M_{34} &= 3 \frac{\alpha^2}{b^3} - (2 - \nu) \frac{1}{b} \left(\frac{i\pi}{a} \right)^2, \\ M_{41} &= M_{31} ch(\alpha), \quad M_{42} = M_{31} sh(\alpha), \\ M_{43} &= M_{34} sh(\alpha) + M_{31} ch(\alpha), \\ M_{44} &= M_{31} sh(\alpha) + M_{34} ch(\alpha). \end{aligned} \quad (13)$$

Елементи правої сторони системи:

$$V = 2 \frac{\nu}{(i\pi)^3} \frac{a^2 q}{D} \left[1 - (-1)^i \right]. \quad (13)$$

Розв'язок системи (12):

$$\begin{aligned} A_i &= -\frac{1+\nu}{i\pi} b \frac{a^3}{\left\{[(3+\nu)a]^2 + [(1-\nu)i\pi b]^2\right\} sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \left\{[(1-\nu)i\pi b] ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right)\right\}^2} \times \\ &\times V \left[\frac{3+\nu}{i\pi(1-\nu)} \frac{a}{b} sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) + 1 \right] \left[ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - 1 \right], \\ B_i &= -\frac{1+\nu}{i\pi} b \frac{a^3}{\left\{[(3+\nu)a]^2 + [(1-\nu)i\pi b]^2\right\} sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \left\{[(1-\nu)i\pi b] ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right)\right\}^2} \times \\ &\times V \frac{2}{1+\nu} \left\{ sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) + \frac{(\nu-1)i\pi}{2} \frac{b}{a} \left[\frac{(3+4\nu+\nu^2)a^2 + [(1-\nu)i\pi b]^2}{[(1-\nu)i\pi b]^2} sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - ch^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right] \right\}, \\ C_i &= -\frac{1+\nu}{i\pi} b \frac{a^3}{\left\{[(3+\nu)a]^2 + [(1-\nu)i\pi b]^2\right\} sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \left\{[(1-\nu)i\pi b] ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right)\right\}^2} \times \\ &\times V \frac{b}{a} \frac{i\pi(\nu-1)}{1+\nu} sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \left[1 - \frac{3+\nu}{i\pi(\nu-1)} \frac{a}{b} sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right], \\ D_i &= -\frac{1+\nu}{i\pi} b \frac{a^3}{\left\{[(3+\nu)a]^2 + [(1-\nu)i\pi b]^2\right\} sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \left\{[(1-\nu)i\pi b] ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right)\right\}^2} \times \\ &\times V \frac{b}{a} \frac{i\pi(1-\nu)}{1+\nu} \left[\frac{3+\nu}{i\pi(1-\nu)} \frac{a}{b} sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) + 1 \right] \left[ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Розв'язок рівняння (3) буде:

$$\begin{aligned} w(\eta, \xi) &= \frac{2(1+\nu)\nu}{\pi^4} \cdot \frac{qa^5}{Db} \times \\ &\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^i}{i^4 \cdot \left\{ \left[\left[(3+\nu) \frac{a}{b} \right]^2 + [(1-\nu) \cdot i\pi]^2 \right\} \cdot sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - [(1-\nu) \cdot i\pi]^2 \cdot ch^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right\}} \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{3+\nu}{i\pi(1-\nu)} \cdot \frac{a}{b} \cdot sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) + 1 \right] \cdot \left[ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - 1 \right] \cdot sh(\alpha\xi) + \right. \\ &\left. \frac{2}{1+\nu} \times \left\{ sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \frac{i\pi(1-\nu)}{2} \cdot \frac{a}{b} \cdot \left[\frac{\nu^2 + 4\nu + 3^2}{[(1-\nu) \cdot i\pi \cdot \frac{b}{a}]^2} + 1 \right] \cdot sh^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - \right. \right. \\ &\left. \left. - ch^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right\} \times \right. \\ &\left. \times ch(\alpha\xi) - \right. \\ &\left. - \frac{b}{a} \cdot \frac{i\pi(1-\nu)}{1+\nu} \cdot sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \cdot \left[1 + \frac{3+\nu}{i\pi(1-\nu)} \cdot \frac{a}{b} \cdot sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right] \cdot \xi \cdot sh(\alpha\xi) + \right. \\ &\left. + \frac{b}{a} \cdot \frac{i\pi(1-\nu)}{1+\nu} \cdot \left[1 + \frac{3+\nu}{i\pi(1-\nu)} \cdot \frac{a}{b} \cdot sh\left(i\pi \frac{b}{a}\right) \right] \cdot \left[ch\left(i\pi \frac{b}{a}\right) - 1 \right] \cdot \xi \cdot ch(\alpha\xi) + \right. \\ &\left. + \frac{a}{b} \cdot \frac{(\nu+3)^2}{i\pi(1+\nu)\nu} \cdot \left(1 - ch^2\left(i\pi \frac{b}{a}\right) + \frac{b}{a} \cdot i\pi \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)\nu} \right) \right\} \times \\ &\times \sin(i\pi\eta) \end{aligned} \quad (16)$$

Використовуючи співвідношення (16), запишемо формулу для визначення жорсткості плити, що пов'язана з експериментально визначеною деформацією плити, наприклад, в центрі:

$$D = \frac{2\nu}{\pi^3} \cdot \frac{qa^4}{w(0,5;0,5)} \quad (17)$$

Дані статичних випробувань можна застосувати як вихідні і пов'язати їх через математичну модель з механічною характеристикою конструкції, яку назвемо інтегральною циліндричною жорсткістю моста.

Нижче наведено графіки поверхонь, що описують поперечний прогин та силові фактори, що діють в проїзній частині моста.

На рис. 1 зображено поверхню, що описується формулою (16) і представляє деформацію проїздної частини моста. Нехай при загальній величині навантаження 46 т. максимальний прогин моста $0,48 \text{ мм.} = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$

Інтегральна циліндрична жорсткість проїздної частини моста за формулою (17) буде $D = 4,807 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м.}$

На рис.2 зображено питомий згинальний момент в площині $\eta = const$, значення моменту в центрі $M_1(0,5;0,5) = -7,83 \cdot 10^4 \text{ Н.}$

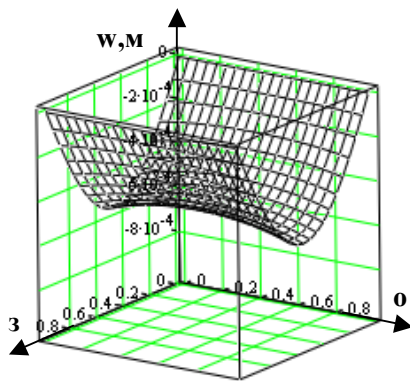


Рисунок 1 – Поверхня, що описує деформацію проїздної частини залізобетонного моста під дією статичних випробувань. Довжина моста в проєкті $a = 16,10 \text{ м.}$, ширина моста $b = 11,6 \text{ м.}$

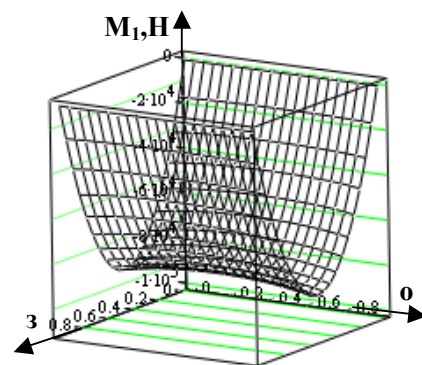


Рисунок 2 – Питомий згинальний момент в площині $\eta = const$.

На рис.3 зображено питомий згинальний момент в площині $\xi = const$, значення моменту в центрі $M_2(0,5;0,5) = -1,608 \cdot 10^4 \text{ Н.}$

На рис.4 зображено питомий крутний момент, значення моменту в центрі $H(0,5;0,5) = 0$ Н та $H(1;0) = H(0;1) = 1,81 \cdot 10^4$ Н, $H(1;1) = H(0;0) = -1,81 \cdot 10^4$ Н відповідно.

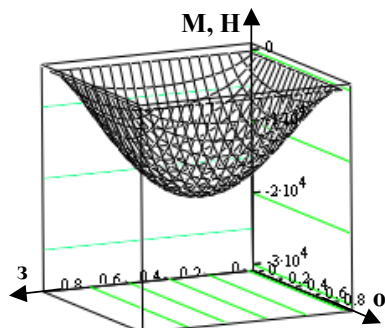


Рисунок 3 – Питомий згинальний момент в площині $\xi = const$.

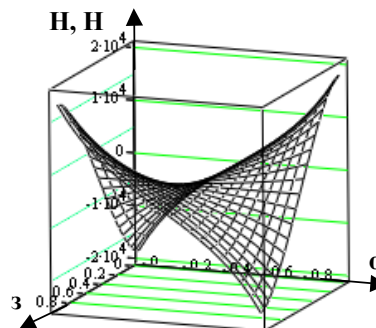


Рисунок 4 – Питомий крутний момент.

На рис.5 зображено питому поперечну силу в площині $\eta = const$, значення на краях $Q_1(0;0,5) = -1,639 \cdot 10^4$ Н/м, $Q_1(1;0,5) = 1,639 \cdot 10^4$ Н/м відповідно.

На рис.6 зображено питому поперечну силу в площині $\xi = const$, значення на краях $Q_2(0,5;0) = -3,004 \cdot 10^3$ Н/м, $Q_2(0,5;1) = 3,004 \cdot 10^3$ Н/м відповідно.

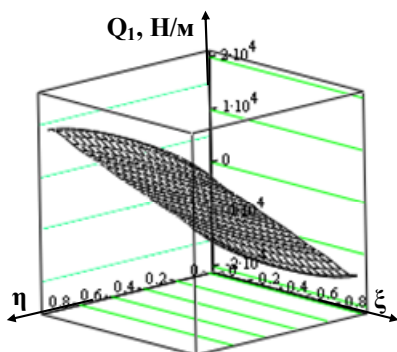


Рисунок 5 – Питома поперечна сила в площині $\eta = const$.

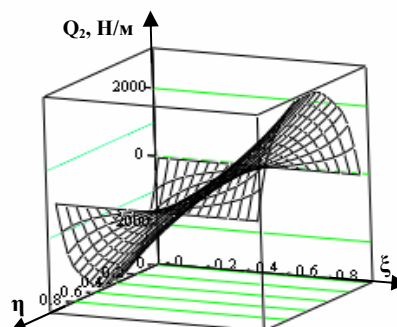


Рисунок 6 – Питома поперечна сила в площині $\xi = const$.

Висновки

Результатом дослідження математичної моделі мостової залізобетонної плити та використання результатів статичних випробовувань є наступне:

1) Отримано значення механічної характеристики моста, - інтегральну циліндричну жорсткість. Величина цього показника однозначно пов'язує зовнішнє статичне навантаження та силові фактори, що в результаті виникають.

2) Отримано поверхневі графіки розподілу силових факторів.

Інтегральна циліндрична жорсткість та її відносна зміна у часі, яку можна виявити при повторному статичному випробовуванні, є корисною інформацією про залишковий ресурс експлуатації моста. Зростання інтегральної циліндричної жорсткості з часом вказуватиме на зростання силових факторів, що діють в середині конструкції. Спадання інтегральної циліндричної жорсткості з часом вказуватиме появу тріщин.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Енциклопедичний словник Брокгауза й Ефрона в 82 тт. й 4 доп. тт. — М.: Терра, 2001 р. — 40 726 стор. Тираж: 5000 экз. Тверде плетіння. Формат: 84x104/32
 2. Лучко Й.Й., Сулим Г.Т., Кириян В.І. Механіка руйнування мостових конструкцій та методи прогнозування залишкової довговічності. / За редакцією Й.Й.Лучка – Львів: Каменяр, 2004, - 885 с.
 3. Лучко Й.Й., Коваль П.М., Корнієв М.М. і ін. Мости: Конструкції та надійність / За редакцією В.В.Панасюка і Й.Й.Лучка, - Львів: Каменяр, 2005, - 989 с.
 4. А. С. Моргун, , І. А. Моргун. Дослідження зміни жорсткості через появу тріщин залізобетонних балок при статичних довготривалих навантаженнях. Вісник Вінницького політехнічного інституту, 2007, № 1.
 5. Прокопович И. Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. М: Госстройиздат, 1963. — 276 с.
 6. Бондаренко В. М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков, 1968. — 210 с.
 7. Моргун А. С. О вычислении $\psi^*(t)$ с учетом возрастания нагрузки во времени // Вопросы строительства и архитектуры, вып.7. — Минск: Высшая школа, 1977. — С. 25—30.
 8. Баженов В.А., Дашенко О.Ф., Коломієць Л.В., Ухов О.В. Будівельна механіка та металеві конструкції: Підручник.- Одеса: Астропринт, 2001.-432с. ISBN 966-549-629-8.
- Сулим Г.Т., Гурняк Л.І., Станкевич В.З. Числові методи в опорі матеріалів та їх програмне забезпечення. Навчальний посібник. – Луцк: Вид-во ЛДТУ, 2006. – 147 с.