

УДК 339.7:336.02(477) (043.5)

Г. Т. Михальчинець,
старший викладач кафедри економіки та фінансів, Мукачівський державний університет
ORCID ID: 0000-0003-1109-5896

DOI: 10.32702/2306-6792.2021.11.65

МОДЕЛЮВАННЯ СЕКТОРАЛЬНОЇ РЕЗУЛЬТАТИВНОСТІ ФІНАНСОВОГО РИНКУ

Н. Mykhalchynets,
Senior Lecturer of the Department of economics and finance, Mukachevo State University

MODELING OF THE SECTORIAL PERFORMANCE OF THE FINANCIAL MARKET

Метою статті є характеристика особливостей моделювання секторальної результативності фінансового ринку за змістом динамічного програмування із використанням задач оптимального розподілу інвестицій. Відповідно до цього завданнями дослідження є: 1) виділення комбінаторики відтворення покрокового процесу змін результативності обертання фінансових активів; 2) виділення базового змісту класичних моделей динамічного програмування; 3) формуванні базису відтворення моделі секторальної результативності із використанням задач оптимального розподілу інвестицій. За результатами дослідження констатовано, що значення секторальної результативності фінансового ринку залежить від періоду у часі або від декількох періодів у часі. Її вимірювання має бути реалізоване у динамічних, програмованих моделях, що відтворюють покроковий процес зміни за секторною структурою та за властивими їм секторальними множинами. Однак враховуючи, що результативність, як цільова функція, часові та інші обмеження за нею, або ж і перше, і друге одночасно, характеризуються нелінійними залежностями, базисом відтворення таких моделей мають бути множинні секторальні диференціальні рівняння. Водночас нами виділено наступний базовий зміст класичних моделей динамічного програмування: 1) кожний крок імітації зміни об'єкту здійснюється з врахуванням усіх наслідків у майбутньому; 2) імітування багатокрокового процесу пов'язане зі змінною управління, яку слід добирати окремо до кожного кроку, крім останнього; 3) змінна управління — це штучна змінна, за допомогою якої задаються параметри налаштувань зміни об'єкту. Перспективи подальших розвідок у цьому напрямі полягають у формуванні розширених описів змін секторальної ефективності та поведінки агентів фінансового ринку щодо секторальних множин у будь-який довільний змінний момент часу.

The importance of the sectorial performance of the financial market depends on a period in time or on several periods in time. Therefore, its measurement should be implemented in specific dynamic programmable models, in dynamics reproduce a step-by-step process of change by sector structure and with their respective sectorial sets. However, given that performance, such as the target function, time, and other limitations thereof, or both, are characterized by nonlinear relationships, the basis of replication of such models should be multiple sectorial differential equations (or dynamic programming equations). The purpose of the study is to characterize the features of modeling the sectorial performance of the financial market in terms of the content of dynamic programming using the tasks of optimal investment allocation. According to the study purpose, the objectives of the study are: 1) to highlight the combinatorial reproducing the step-by-step process of changes in the rotation performance of financial assets; 2) to highlight the basic content of classical dynamic programming models; 3) establishing a model replication framework using optimal investment allocation objectives. The study found that the importance of sectorial performance in the financial market depends on a period or on several periods in time. Its measurement should be implemented in dynamic, programmable models that reproduce a step-by-step process of change by sector structure and with their sectorial sets. However, given that performance, such as the target function, time, and other limitations thereof, or both, are characterized by nonlinear relationships, the basis of replication of such models should be multiple sectorial differential equations. In doing so, we have identified the

following basic content of classical dynamic programming models: 1) each step of simulation of a change in an object is performed with all the consequences in the future 2) simulation of a multistep process involves a management variable, which should be selected separately for each step except the last one; 3) a control variable is an artificial variable that sets the settings for changing an object. The prospects for further research in this area lie in the development of extended descriptions of changes in sectorial efficiency and behavior of market agents across sectorial sets at any arbitrary time variable.

Ключові слова: модель, динамічне програмування, задача оптимального розподілу інвестицій, рівняння стану, рівняння розподілу.

Key words: model, dynamic programming, optimal investment allocation problem, state equations, distribution equations.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Значення секторальної результативності фінансового ринку залежить від періоду / кількох періодів у часі. Її вимірювання має бути реалізоване у конкретних динамічних, прогнаних моделях, що відтворюють покроковий процес зміни за секторною структурою та за властивими їм секторальними множинами. Однак враховуючи, що результативність, як цільова функція, часові та інші обмеження за нею, або ж і перше, і друге одночасно, характеризуються нелінійними залежностями, базисом відтворення цих моделей мають бути множинні секторальні диференціальні рівняння або рівняння динамічного програмування.

У зв'язку з тим, що така модель має імітувати (відтворювати) секторальну результативність операцій з різними фінансовими активами, всі множинні секторальні диференціальні рівняння, у похідних з початковими умовами, мають забезпечувати їх розподіл. Мова йде про розподіл до моменту, віддаленого від чергового, однак переобчисленого на такий проміжок часу, якому властиве досягнення значень функції Беллмана (максимального та мінімального) [3, с. 50].

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Аналіз останніх досліджень і публікацій ґрунтується на працях Зайдоня З., Вейя В., Хонглейя Х. Гамільтона [9], Картера, М.В., Прайса, С.С., Рабаді Г. [5], Кравчишина В., Медиковського М., Мельника Р. [3]. Цінність окреслених праць у тому, що у них не просто започатковано, а й наочно представлене розв'язання проблеми з моделювання секторальної результативності фінансового ринку. Водночас у більшості моделювання реалізується коштом

побудови рівнянь динамічного програмування зі змінними щодо кількості гравців та кількості варіантів ефективних вкладень. Відтак саме на окреслені праці спирається автор. За цією конструкцією результативність, як цільова функція, часові та інші обмеження за нею знаходяться у нелінійних залежностях. Відтак пошук ефективності має реалізуватися за змістом динамічного програмування із використанням задач оптимального розподілу інвестицій, що ґрунтуються на функціях Беллмана та методах прямого й зворотного прогону даних рівнянь. Саме вирішенню завдань адаптації задач оптимального розподілу інвестицій до потреб моделювання секторальної результативності фінансового ринку присвячена стаття. Відтак базисом дослідження стали класичні наукові праці Модільяні Ф., Міллера М. [8] та Марковіць Х. [7].

МЕТА І ЗАВДАННЯ СТАТТІ

Метою статті є характеристика особливостей моделювання секторальної результативності фінансового ринку за змістом динамічного програмування (із використанням задач оптимального розподілу інвестицій). Відповідно до цього, завданнями дослідження є: 1) виділення комбінаторики відтворення покрокового процесу змін результативності обертання фінансових активів; 2) виділення базового змісту класичних моделей динамічного програмування; 3) формуванні базису відтворення моделі секторальної результативності із використанням задач оптимального розподілу інвестицій.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ З ПОВНИМ ОБґРУНТУВАННЯМ ОТРИМАНИХ НАУКОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Виділення комбінаторики відтворення покрокового процесу змін результативності обер-

Таблиця 1. Особливості набуття моделлю секторальної результативності рис імітаційності для "програвання" схем реагування фінансового ринку на нову інформацію

Риси	Особливості у формуванні параметрів	Особливості імітаційності
Множинності імітації	Формування за кожним сектором у розрізі секторних множин результативності фінансового ринку	Полягає в створенні таблиці диференціальних параметрів, яка максимально характеризує всі секторні множини
Індивідуальності імітації	Передбачають наслідування покрокового процесу зміни результативності у часі	Вся послідовність змін відбивається в окремому диференціальному рівнянні. Це дозволяє прискорювати програвання процесу змін або замі дяти його
Адаптивність імітації	Передбачають спроможність пристосування до мінливості, наслідування змін результативності	Передбачають відтворення їх пристосувань до значень параметрів стану e^k та дії змінної управління u^k
Детермінованості імітації	Передбачають оперування конкретними числовими виразами крокового процесу змін та їх обмежень у рівняннях стану	Рівняння відтворюють умови зміни результативності за кожним кроком обертання активів за безліччю припустимих управлінь (D_k)
Варіаційні імітації	Передбачають введення її показників для кожного кроку та сумарних. При цьому забезпечується побудова ескізів: 1) з накладенням на об'єкти ескізу різних варіантів, щодо умов змін на майбутнє); з накладення обмежень у вигляді системи рівнянь, що визначають залежності між параметрами.	Показники рівнянь відтворюють умови можливих змін $f_k(e^{k-1}, u^k)$ за варіантності еволюції кожної секторної множини з поточного в деякий кінцевий стану (F)
Прогностичні імітації		Введення умов максимуму показника результативності секторної множини від k -го кроку до кінця процесу $F * k (e^{k-1})$ та умов, що оптимальні для керування зміною показника на k -му кроці $u^k * (e^{k-1})$
Еволюційності (історичності) імітації	Кожне рівняння стану розвивається по своїй послідовності подій (ітерацій)	Кожне рівняння стану розвивається по своїй послідовності подій (ітерацій), що залежить не від модельного часу, а від досягнення результативності, що дорівнює полярній функції Беллмана

Джерело: розроблено автором на основі [3, с. 50; 2; 1, с. 88—96].

тання фінансових активів, доцільно здійснювати за напрямками:

1) валютного ринку, за секторними множинами диференціальних рівнянь формування курсових різниць у похідних з початковими умовами розподілу до функції Беллмана;

2) депозитного ринку за секторними множинами диференціальними рівняннями формування грошових протоків від відсотків за засобами нагромадження або від акумулювання, використання залучених засобів нагромадження у похідних;

3) кредитного ринку за секторними множинами диференціальними рівняннями формування грошових притоків від циркуляції кредитних ресурсів;

4) ринку цінних паперів за секторними множинами диференціальними рівняннями формування номінальних грошових притоків та

притоків від відсотків до функції Беллмана;

5) ринку похідних фінансових інструментів за секторними множинами диференціальними рівняннями купівлі / продажу активів за фіксованою ціною або перекриття ризиків зміни курсу активу до функції Беллмана.

Відповідно до змісту відтворення покрокового процесу змін результативності обертання фінансових активів виділено наступний базовий зміст класичних моделей динамічного програмування: 1) кожний крок імітації зміни секторальної результативності має здійснюватися з врахуванням усіх наслідків у майбутньому [3, с. 50; 6; 7]; 2) імітування багатокрокового процесу пов'язане зі змінною управління (яку слід добирати окремо до кожного кроку, крім останнього) [1, с. 88—96; 2]; 3) змінна управління має бути представлена як штучна похідна, за допомогою якої задаються параметри зміни об'єкту [2; 1]. За окресленим базовим міс- том моделей динамічного

програмування можна сформулювати задачу моделювання — як процес з отримання максимально точної імітації зміни всієї сукупності прийнятних управлінь, які трансформують результативність фінансового ринку за всіма його секторами та максимізують цей показник. Це досягається шляхом розв'язання окресленої задачі через параметризацію результативності фінансового ринку за її секторальними множинами, за напрямками множинності, індивідуальності, адаптивності, детермінованості, варіаційності, прогностичності, еволюційності. Параметризація призводить до набуття моделю досліджуваного об'єкта рис імітації (табл. 1), які дозволяють "програвати" різні схеми реагування на нову інформацію.

Фактично вирішення окреслених завдань потребує відтворення n -крокового процесу змін результативності за секторними множи-

нами фінансового ринку. Це доцільне шляхом розбиття їх на покрокові субзадачі, які можливі за еволюції сегменту з поточного в деякий кінцевий стану.

Під час формування базису відтворення моделі, слід враховувати: саме рівняння стану; ітерації рівняння стану до функції Беллмана (за досягнення якого має забезпечуватися принцип відсутності післядії). Процес моделювання запускається та корегується за змістом: 1) функції оптимального управління її стану у рівняннях стану (які є основними); 2) функції оптимального управління її стану у рівняннях розподілу (які є допоміжними). Зокрема, за змістом функції оптимального управління її станом, у рівняннях стану реалізується відтворення змін секто-

Таблиця 2. Особливості відтворення секторальної результативності фінансового ринку

Базовий сектор	Умови відтворення n -крокового процесу змін результативності у рівняннях стану до функції Беллмана	Обмеження процесу змін
Валютний ринок	Похідні з умовами розподілу (зокрема, за доступними активами, варіантами здійснення операції)	функція управління станом
	Багатомірна матриця, за якою здійснюється формування результативних рівнянь, їх функцій з вхідними елементами. Функції є сумами курсових різниць на кожному кроці.	функція Беллмана
	Послідовне розв'язування крокових завдань пошуку функції курсових різниць для будь-якого n .	
	Управління курсовими різницями u_k на k -му кроці	
Депозитний та кредитний ринок	Похідні з умовами розподілу (за кількістю грошових притоків, варіантів акумулювання та використання залучених засобів або циркуляції кредитних ресурсів).	функція управління станом
	Багатомірна матриця, за якою здійснюється формування результативних функцій грошових потоків за вхідними елементами. Функції представляються як суми курсових різниць на кожному часовому кроці.	функція Беллмана
	Послідовне розв'язування крокових завдань пошуку функції грошового притоку для будь-якого n .	
	Управління грошовими притоками u_k на k -му кроці.	
Ринок цінних паперів та похідних фінансових інструментів.	Похідні з умовами розподілу (за кількістю доступних номінальних грошових притоків, притоків від відсотків, притоку від купівлі-продажу активів або перекриття ризиків);	функція управління станом
	Багатомірна матриця, за якою здійснюється формування результативних функцій грошових потоків за вхідними елементами пулу цінних паперів/похідних фінансових інструментів. Функції мають вигляд суми номінальних грошових притоків, притоків від відсотків, купівлі /продажу активів, перекриття ризиків зміни курсу активу	функція Беллмана
	Послідовне розв'язування крокових завдань пошуку функції грошових притоків та притоків від відсотків для n .	
	Вибір управління грошовими притоками та притоками від відсотків u_k на k -му кроці.	

Джерело: сформовано на основі [5].

Таблиця 3. Особливості відтворення процесу розподілу потоків коштів за імітаціями відтворення змін секторальної результативності фінансового ринку

Базовий сектор	Умови відтворення n -крокового процесу змін результативності у рівняннях стану до функції Беллмана	Обмеження процесу змін		
		функції управління розподілом	функція Беллмана	
валютного ринку; депозитного ринку; кредитного ринку; ринку цінних паперів; ринку похідних фінансових інструментів.	Похідні з умовами розподілу (за обсягом доступних вільних грошових коштів a_0 , що вивільнені та ефективність активів, що наявна). При цьому: 1) період перерозподілу розбивається на етапи k по роках, що нумеруються починаючи з першого; 2) кількість коштів, що виділяються для вкладення у кожний актив позначається через x_k і u_k ; 3) визначається загальна кількість коштів на кожному етапі (через рівняння перерозподілу)	Притоки коштів $f_n(y)$, на всіх етапах операції	Максимальне та мінімальне значення $g_n(y)$	
	Багатомірна матриця, за якою здійснюється формування результативних функцій, визнає розмір коштів до повернення. Дія функції рівняння ґрунтується на імітації процесів вкладення коштів в актив на початку року та імітації притоків коштів у кіпці кожного року $f_n(y)$. У сумі ці притоки визначатимуть обсяг повернення $g_n(y)$ та кількість вільних коштів a_1 .			
	Послідовне розв'язування крокових завдань перерозподілу обсягу повернення $g_n(y)$ або кількості вільних коштів a_0			

Джерело: сформовано на основі [5].

Таблиця 4. Початковий алгоритмічний вигляд рівнянь стану та рівнянь розподілу у відтворенні секторальної результативності фінансового ринку

Рівняння	Початковий алгоритмічний вигляд до ітерацій	Роль у формуванні моделі
рівняння стану*	$\varepsilon^k = T_k(\varepsilon^{k-1}, u^k), k = 1, \dots, n$	повторне застосування за напрямками перетворень зі стану ε^{k-1} в стан ε^k за принципом оптимальності
рівняння розподілу*	$a^k = T_k(x_{k-1} + y_{k-1} = a_{k-1} - kx_k + ky_{k-1}, u^k), k = 1, \dots, n$ <i>n1. ...n – актив приносить $gn(y)$ на кроці x_k, n-й на кроці y_k, \dots Загальний $gn(y)$ на k-ом кроці $kx_k + ky_k$.</i>	

Примітка: ε^{k-1} та ε^k — початковий та кінцевий стан за множинами; u^k — дія управління на k -му кроці; $k = 1, \dots, n$ — крок з управління розподілом; a^k — обсяг доступних вільних грошових коштів.

Джерело: [5].

ральної результативності фінансового ринку. Особливості відтворення наведені у таблиці 2.

Зокрема, для початку моделювання умови розподілу похідних, для кожної секторної множини, задаються за сукупністю доступних активів (x_i) та результатами від їх обертання на ринку (f_1). Такі дані записуються у матриці, що має вигляд прямокутної таблиці чисел, за якими визначаються похідні рівнянь. За похідними:

1) імітується виконання умов відтворення крокового процесу обертання активу у секторальній множині; 2) визначається результативність певного сектору фінансового ринку на k -му кроці, яка під дією управління u^k переходить зі стану ε^{k-1} у стан ε^k . Такі перетворення прагнуть до пошуку оптимальності у межах рівнянь станів.

За змістом функції оптимального управління станом у рівняннях розподілу реалізується ілюстрування процесів можливого перерозподілу потоків коштів. Перерозподіл можливий за кожною секторальною множиною фінансового ринку. Однак це можливо, якщо

відома початкова кількість вільних коштів ε_0 , які мають розподілитися за секторною множиною (протягом n років) та між наявними у ній активами (залежно від змін їх ефективності). Особливості відтворення процесу розподілу потоків коштів, за імітаціями змін секторальної результативності фінансового ринку, наведено нами у таблиці 3.

Умови відтворення n -крокового процесу змін результативності (у рівняннях стану до функції Беллмана), за секторними множинами фінансового ринку, є такими:

- 1) результативність відбиватиме базове рівняння стану;
- 2) розподіл потоків коштів (за статикою результативності) відбиватиме рівняння розподілу.

Початковий алгоритмічний вигляд рівнянь стану та рівнянь розподілу (табл. 4), забезпечує формування лише статичних моделей. Вони не є детермінованими, оскільки їх значення отримуються в конкретний момент часу, крім того, ці значення не визначаються значеннями величин попередніх моментів часу.

Таблиця 5. Трансформований алгоритмічний вигляд для ітерацій рівнянь стану та рівнянь розподілу, що прагне до оптимального управління

Рівняння	Трансформований алгоритмічний вигляд для ітерацій	Роль у формуванні моделі
рівняння стану*	$F_{k+1} = \sum_{i=k+1}^n (\varepsilon^{i-1}, u^i) = F_{k+1}(\varepsilon^k, u^{k+1}, \dots, u^n)$, прагне до $\Gamma_{k+1}^*(\varepsilon^k)^{***}$	Реалізація здатності забезпечити оптимальне управління $F_{k+1}^*(\varepsilon^k) = \max_{u_{k+1}} F_{k+1}(\varepsilon^k, u^{k+1})$
рівняння розподілу/перерозподілу**	$F_{ak+1} = \sum_{i=k+1}^n (da^{i-1}, u^i) = F_{ak+1}(a^k, u^{k+1}, \dots, u^n)$, прагне до $\Gamma_k^*(a^k)^{***}$	Реалізація здатності забезпечити оптимальне управління $F_k^*(a^k) = \max_{y_k} (y_k + F_{k+1}(a_{k+1}))$

Примітка: u^{k+1}, \dots, u^n — первинні ітерації з управління результативністю або $u^{k+1} = (u^{k+1}, \dots, u^n)$ наступні ітерації з управління результативністю; ε^k — кінцевий стан; $k+1, \dots, n$ — ітерація; F_{k+1} — показники ефективності управління результативністю секторальної множини фінансового ринку; $F_{k+1}^*(\varepsilon^k)$ — умовний максимум.

** u^{k+1}, \dots, u^n — n первинні ітерації з управління розподілом/перерозподілом коштів або u^{k+1} наступні ітерації з управління розподілом коштів; a^k — кінцева кількість вільних коштів; $k+1, \dots, n$ — ітерація (ітераційний крок); $F_{ak+1} = F_{2ak+1}(da^k, u^{k+1}, \dots, u^n)$ — показники загального обсягу вільних коштів секторальної множини фінансового ринку; $F_k^*(a^k)$ — умовний максимум по притоках коштів $fn(y)$, на всіх етапах операції; — частка кількості коштів, що вивільнені за активом.

*** прагнення до оптимального управління у моделях, що формовані $u_{k+1} = (u(k+1), \dots, u_n)$ на кроках $k+1, \dots, n$.

Джерело: [5].

Таблиця 6. Алгоритм ланцюга запуску змін рівнянь стану та рівнянь перерозподілу у секторних множинах

Рівняння стану*	Ланцюг запуску змін	Результат
	$F_n^* = (\varepsilon^{n-1})$ $= \max_{uk} [f_n(\varepsilon^{n-1}, u^n)]$	створення ескізів зміни результативності
розподілу/ перерозподілу **	$F_n^* = (a^{n-1})$ $= \max_{uk} [f_n(a^{n-1}, u^n)]$	створення ескізів перерозподілу коштів, вкладених в секторну множину. Ескіз особливо докладний, якщо відомі функції поквартального доходу і поквартального залишку вільних коштів

Примітка: * u^k — початкова змінна управління для рівняння стану результативності; u^n — змінна управління для інших ітерацій перетворення рівняння стану результативності; ε^{n-1} — рівняння стану за передньою ітерацією.

** u^k — початкова змінна управління для рівняння перерозподілу коштів секторних множин; u^n — змінна управління на ітераціях; a^{n-1} — рівняння перерозподілу за передньою ітерацією.

Джерело: [5].

Виходячи з класичних рівнянь стану та розподілу коштів, за всіма секторними множинами, має здійснюватися багаторазове повторення математичних операцій із визначення ε^k та a^k . Це доцільне за напрямками їх перерозподілу або перетворень зі початкового стану ε_{k-1} у стан ε_k . Під час ітерацій важливо наблизитися до принципу оптимальності.

За перетворень рівнянь розподілу слід враховувати, що, a^k , крім обсягу доступних вільних грошових коштів, позначатиме кошти, які виділяються усіма активами на k -му етапі, відтак вони визначаються також залишком коштів, одержуваних на попередньому $k-1$ -му етапі.

Відтак оптимальне управління розподілом на кожному етапі буде орієнтуватися на вагові коефіцієнти доступних вільних грошових коштів за активами. Це важливе для реалізації здатності забезпечити оптимальне управління у моделях, що формовані.

Трансформований алгоритмічний вигляд для ітерацій рівнянь стану та рівнянь розподілу, що прагнуть до оптимального управління (табл. 5) забезпечує формування динамічних моделей, які відтворюють зміни модельованих об'єктів, які можуть відбутися з плином часу.

Трансформували алгоритмічний вигляд рівнянь, для ітерацій, отримаємо такі відтворення n -крокового процесу змін, які прагнуть до їх умовного максимуму.

Відтак базовим елементом (відтворення результативності фінансового ринку та розподілу вільних коштів, за секторні множини) є комбінаторні задачі вибору їх оптимального управління на k -му кроці, якщо відомі оптимальне управління u^{k+1}, \dots, u^n на наступних кроках $k+1, \dots, n$, максимальні значення показника результативності $F_{k+1}^*(\varepsilon^k)$ та $F_k^*(a_k)$ умовний максимум припливах коштів $f_n(u)$ від операцій на цих кроках. Разом з тим величини $F_{k+1}^*(\varepsilon^k)$ та $F_k^*(a_k)$ визначаються виключно ε^k та a^k для кроків $k+1, \dots, n$. Відтак аналітично процес формування

знань про [5]: 1) мінімальну та максимальну секторальні результативності визначає те, як стан ε^k залежить від управління u^k , за рівнянням стану або як $F_{k+1}^*(\varepsilon^k)$ залежить від u^k ; 2) мінімальний та максимальний обсяги повернення коштів, визначає те, як стан a^k залежить від управління u^k за рівнянням стану та як $F_k^*(a_k)$ залежить від u^k . Кожне таке значення є шуканим виразом функціонального рівнянням (або рівнянням Беллмана).

Відповідно до змісту та базових алгоритмів відтворення секторальної результативності фінансового ринку, констатовано, що вибірка даних в моделі починається з формування первинного рівняння стану. Це здійснюється за секторними множинами без перетворень зі стану ε_{k-1} в стан ε_k та за даними рівнянь з розподілу вільних коштів. Однак, саме імітації змін результативності та перерозподілу вільних коштів, у секторних множинах, запускають множинні ітераційні перетворення отриманих сукупностей значень: зі станів ε_{k-1} у стан ε_k , до досягнення умовного максимуму результативності; з розподілу a_{k-1} в розподіл a_k , до досягнення умовного максимуму за обсягом повернення коштів.

Загальна функціональність множинних моделей забезпечується через дію змінних управління результативністю та розподілом/перерозподілом u^k . Ці змінні, за сукупністю значень u^{k+1}, \dots, u^n , відбивають спосіб дій зі швидкого досягнення загального максимуму кожної окремої секторної множини від початкового ітераційного кроку k до кінцевого $k+1, \dots, n$.

Відтак дія кожної змінної, у множинних моделях, буде використана у якості елементу динамічної трансляції змін результативності та перерозподілу вільних коштів у секторних множинах. Це доцільне за схемою, відповідно до якої будується ланцюг запуску змін.

Ланцюг запуску змін керується за уніфікованим алгоритм, що однаково обчислюється у

Таблиця 7. Алгоритмічний зміст процедур переобчислень змінної управління u^k та передуючих їй значень зі стану ε_{k-1} в стан ε_k

Сервісна процедура	Виключення значень результативності до функції Беллмана	Алгоритм формування рекурентного співвідношення	Умовні позначення, що є частиною рекурентного співвідношення
прямої прогонки рівнянь стану	максимум береться за припустимим крокам від k до $k+1, \dots, n$	$f_0(x_0) = 0$ $f_j(x_j) = \max \{R_j(k_j) + f_{j-1}(x_{j-1})\}, j = 1, 2, 3,$ позаяк $c_j(k_j) = x_j - x_{j-1}$, отже, $x_{j-1} - x_j - c_j(k_j) \geq 0$ Звідки $c_j(k_j) \leq x_j$	$f1(x1)$ - максимальна результативність, отримана на етапі 1, при заданому значенні $x1$; $f2(x2)$ - максимальна результативність, отримана на етапах 1 і 2, при заданому значенні $x2$; $f2(x3)$ - максимальна результативність, отримана на етапах 1, 2, 3, при заданому значенні $x3$; $c_j(k_j)$ - останній ітераційний крок, що визначає максимум результативності;
зворотної прогонки рівнянь стану	максимум береться за кроками від k до $k+1, \dots, n$, вирази і умовні оптимальні управління $c_j(k_j) \leq y_j$	$f_3(y_3) = 0$ $f_j(y_j) = \max \{R_j(k_j) + f_{j+1}(y_j - c_j(k_j))\}, j = 1, 2, 3,$ де k_j , т.е. $c_j(k_j) \leq y_j$	$y1$ - обсяг вкладень/відтоків розподілених на етапах 1, 2, 3; $y2$ - обсяг вкладень/відтоків розподілених на етапах 2, 3; $y3$ - обсяг вкладень/відтоків розподілених на етапі 3; $f3(y3)$ - максимальна результативність на етапі 3, при заданому значенні; $f2(y2)$ - максимальна результативність на етапах 2, 3, при заданому значенні $y2$; $f1(y1)$ - максимальна результативність на етапах 1, 2, 3 при заданому значенні $y1$;

Джерело: сформовано автором на основі [5].

процесі всіх ітераційних перетворень рівнянь стану результативності та рівнянь перерозподілу коштів у моменти часу моделювання. Алгоритм ланцюга запуску змін рівнянь стану та рівнянь перерозподілу коштів у секторних множинах наведено у таблиці 6.

За логікою запуск ланцюга переобчислення змінної управління u^k здійснюватиметься на k -му ітераційному кроці, за яким досягається умовний максимум, який залежний від стану ε^k та обсягу a^k на початку k -го кроку. Оскільки серед всіх можливих в майбутньому станів для чергового кроку ітерації відбирається найбільш підійшли, $u^{k*} = u^{k*}(\varepsilon^{k-1})$ або $u^{k*} = u^{k*}(a^{k-1})$ — розглянуті як умовне оптимальне керування на k -му кроці, для якого змінна управління за алгоритмом прийме вигляд $k=n: F^*n+1=0$, що передбачає відсутність наступної ітерації ($n+1$).

Для полегшення переобчислень змінної управління u^k та передуючих їй ітераційних перетворень рівняння стану зі стану ε_{k-1} в стан ε_k , та перерозподілу a_{k-1} в стан a_k , мають бути введені сервісні елементи ланцюга запуску змін. У якості таких сервісних елементів моделювання мають бути обрані про-

цедури динамічного програмування, які дозволяють виключити невідомі. Для цього ідеальними є процедури прямої та зворотної прогонки функцій рівнянь. Ці процедури здатні максимально знизити трудомісткість обчислень, коштом послідовного виключення невідомих за їх рекурентним співвідношенням.

Впровадження окреслених сервісних процедур доцільне за напрямками перетворень зі стану ε_{k-1} в стан ε_k . Це призведе до реалізації 2-х стадій перетворень: попередньої; остаточної.

Відповідно та таких особливостей, алгоритмічний зміст процедур переобчислень змінної управління u^k та передуючих їй значень стану зі стану ε_{k-1} в стан ε_k , у межах алгоритмів, наведено у таблиці 7.

Зокрема, процедури сервісних переобчислень застосовуються у межах кожної з моделей динамічного програмування. Вони відтворюють зміни станів та перерозподілу з високою точністю. А саме: 1) у межах умовної оптимізації — ідентифікують умовні оптимальні вирази у результативності та від перерозподілу

вільних коштів, орієнтуючись на умовні оптимальні змінні керування для кожного кроку; 2) у межах безумовної оптимізації — ідентифікують оптимальні розв'язання вихідної задачі та max (min) результативності та перерозподілу вільних коштів.

**ВИСНОВКИ З ПРОВЕДЕНОГО
ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ
ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ЦЬОМУ
НАПРЯМІ**

Значення секторальної результативності фінансового ринку залежить від періоду у часі або від декількох періодів у часі. Її вимірювання має бути реалізоване у динамічних, програмованих моделях, що відтворюють покроковий процес змін за секторною структурою та за властивими їй секторальними множинами. Однак враховуючи, що результативність, як цільова функція, часові та інші обмеження за нею, або ж і перше, і друге одночасно, характеризуються нелінійними залежностями, базисом відтворення таких моделей мають бути множинні секторальні диференціальні рівняння. Нами виділено наступний базовий зміст класичних моделей динамічного програмування: 1) кожний крок імітації зміни об'єкту здійснюється з врахуванням усіх наслідків у майбутньому; 2) імітування багатокрокового процесу пов'язане зі змінною управління, яку слід добирати окремо до кожного кроку, крім останнього; 3) змінна управління — це штучна величина, за допомогою якою задаються параметри налаштувань зміни об'єкту.

Перспективи подальших розвідок у цьому напрямі подлягають у формуванні розширених описів змін секторальної ефективності та поведінки агентів фінансового ринку (щодо секторальних множин) у будь-який довільний змінний момент часу.

Література:

1. Дослідження операцій в транспортних системах: навч. посіб./ Андрейцев А.Ю., Вяла Ю.Е., Гейлик А.В., Клецька Т.С., Кліндухова В.М., Крюков М.М., Ляшко О.В., Чабак Л.М. —К.: ДУІТ, 2020. — 136 с.

2. Зленко Ю. Математична складова задач динамічного програмування / Ю. Зленко // Наукові записки молодих учених, 2018. — № 1. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1389>

3. Кравчишин В. Модифікація методу динамічного програмування при визначенні активного складу вітрової електричної станції /

В. Кравчишин, М. Медиковський, Р. Мельник // JCPEE., 2016. — Вип. 6 (2). — С. 83—90.

4. Осадча К.П. Аналіз методів розробки алгоритмів розв'язання математичних задач засобами мови Python / К.П. Осадча, О.В. Хромишев // Системи обробки інформації, 2016. — Вип. 2 (139). — С. 114—117.

5. Carter M.W., Price C.C., Rabadi G. Operations research: a practical approach, Boca Raton: CRC Press, 2019, 471 p.

6. Hamdy A. Taha. Operations Research: An Introduction 10th Edition, Boston: Pearson, 2017.

7. Markowitz H. MeanVariance analysis in portfolio choice and capital markets. — Cambridge, Massachusetts: Blackwell, 1990. — 387 p.

8. Modigliani F., Miller M. The cost of capital, corporation finance, and theory of investment. American Economic Review. — 1958. — № 6. — P. 261—297.

9. Zaidon Z., Wei W., Honglei X. Hamilton — Jacobi-Bellman equations on time scales. — Mathematical and Computer Modelling, 2009. — pp. 2019—2028.

References:

1. Andrejtsev, A.Yu. Viala, Yu.E. Hejlyk, A.V. Klets'ka, T.S. Klindukhova, V.M. Kriukov, M.M. Liashko, O.V. and Chabak, L.M. (2020), *Doslidzhennia operatsij v transportnykh systemakh*, DUIT, Kyiv, Ukraine.

2. Zlenko, Yu. (2018), *Naukovi zapysky molydykh uchenykh*, vol. 1, available at: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1389> (Accessed 15 May 2021).

3. Kravchysyn, V. (2016), *JCPEE*, vol. 6 (2), pp. 83—90.

4. Osadcha, K.P. (2016), *Systemy obrobky informatsii*, vol. 2 (139), pp. 114—117.

5. Carter, M.W. Price, C.C. and Rabadi, G. (2019), *Operations research: a practical approach*, CRC Press, Boca Raton, USA.

6. Hamdy, A. T. (2017), *Operations Research: An Introduction*, 10th Edition, Pearson, Boston, USA.

7. Markowitz, H. (1990), *MeanVariance analysis in portfolio choice and capital markets*, Blackwell, Cambridge, Massachusetts, USA.

8. Modigliani, F. and Miller, M. (1958), "The cost of capital, corporation finance, and theory of investment", *American Economic Review*, vol. 6, pp. 261—297.

9. Zaidon, Z. Wei, W. and Honglei, X. (2009), *Hamilton- Jacobi-Bellman equations on time scales*, *Mathematical and Computer Modelling*, pp. 2019—2028.

Стаття надійшла до редакції 17.05.2021 р.



МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: www.msu.edu.ua

E-mail: info@msu.edu.ua, pr@mail.msu.edu.ua

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>