УДК 519.6+517

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ МАТРИЧНИХ СКІНЧЕНИХ ІГОР ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОЇ СИТУАЦІЇ

Ігнатишин М.В.,
Ігнатишин М.І.

У статі доведено корисність застосування теорії матричних скінчених антагоністичних ігор, зокрема матричної моделі конфлікту інтересів продавець - покупець, на основі аналізу моделей, що формалізують розглядувану фінансово-економічну ситуацію торгової організації. Побудовані платіжні матриці гри, що враховують попит, сезонність попиту, залишки на склад, термін зберігання товару. Отримано розв'язок задачі в вигляді оптимального розподілу вільних коштів торгової організації на придбання того чи іншого товару.

Ключові слова: *теорія ігор, матричні ігри, моделювання, оптимізація торгівлі.*

ВСТУП

На сьогодні застосування методів теорії ігор для моделювання процесів та явищ, характерних для економіки України, є надзвичайно актуальним, так як це надає суб'єкту сукупність інструментів, які він може використовувати в практичній діяльності.

Будь-яка діяльність підприємництва обов'язково несе в собі елементи гри. Теорія ігор дає підприємцю чи менеджеру математичний апарат для вибору стратегії поведінки. Крім того за допомогою прийомів теорії ігор здійснюється спонукання підприємця розглядати всі можливі альтернативи як своїх дій, так і стратегії партнерів та конкурентів[1].

Дослідження з даної тематики знайшли відображення у працях вітчизняних та зарубіжних вчених таких як: Рогальський Ф.Б.,Курілович Я.С.,Цокуренко О.О.,Губко М.В., Новиков Д.А. Васильєв В.А, Мороз О.О, Шиян А.А. та ін.

Мета та завдання нашого дослідження полягає у побудові платіжної матриці гри «продавець-покупець» та знаходженні змішаної стратегії продавця, що оптимізує розподіл вільних обігових коштів на придбання товарів та мінімізує збитки пов'язані із зберіганням.

Теорія ігор - це теорія індивідуальних рішень, що приймаються в умовах недостатньої інформації відносно результатів цих рішень. Теорія досліджує взаємодію індивідуальних рішень при деяких припущеннях, що стосуються прийняття рішень в умовах ризику, загальних умов довкілля кооперативної або некооперативної поведінки інших індивідів. Традиційна мікроекономічна теорія пропонує теорію прийняття рішень в умовах невизначеності[4]. Щоб виключити труднощі, які виникають при аналізі практичних ситуацій, у результаті наявності незначних факторів будується спрощена модель ситуації. Така модель називається грою. Отже, гра – це ідеалізована математична модель колективної поведінки деяких осіб (гравців), інтереси яких різноманітні, модель, яка формалізує змістовний опис конфлікту.

Відповідність між набором ситуацій і виграшем гравця називається функцією виграшу. Побудована платіжна матриця відображає виграш кожного гравця за кожної комбінації стратегій, що вибираються. Якщо гравці вибирають однакові стратегії, то виграш одного гравця дорівнює одиниці, а програш другого гравця дорівнює мінус одиниці.

Основним припущенням у теорії ігор є те, що кожен гравець прагне забезпечити для себе максимально можливий виграш за будь-яких дій партнера. Припустімо, що є скінченна антагоністична гра з матрицею виграшів першого гравця А і, відповідно, матриця виграшу другого гравця мінус А. Гравець 1 вважає, що яку б стратегію він не обрав, гравець 2 обере стратегію, яка максимізує його виграш і тим самим мінімізує виграш гравця 1.

Оптимальна стратегія гравця 1, яка забезпечить йому найбільший з можливих виграшів поза стратегією, яку обере суперник, буде полягати у виборі стратегії з найвищим з таких платежів. Таким чином, гравець 1 обирає ту стратегію, яка є розв'язує задачу на його користь[4].

Перспективним напрямом розвитку математичних методів вирішення фінансово-економічних задач є теорія скінчених антагоністичних ігор[3].

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Припустимо, що в торговому підприємстві (ТП, магазин, база) є ***n*** типів товару. В торгове підприємство необхідно завести тільки один із ***n*** типів даного товару. Необхідно вибрати той тип товару, котрий доцільно завести. Якщо ***i*** – тий товар має попит ТП отримає виручку і прибуток від продажу. Якщо

Ігнатишин Марія Василівна, к.е.н., доц.,завідувач кафедри фінансової аналітики контролю та прогнозування, Мукачівський державний університет, тел. 2-13-98
Ігнатишин Микола Іванович, к.т.н.,доц. Кафедри природничих дисциплін, Мукачівський державний університет, тел. 2-11-09

товар не матиме попиту ТП зазнає збитків пов'язаних з зберіганням, псуванням, тощо.

Для реальних ситуацій характерна невизначеність попиту. В такому випадку формалізація фінансово-економічної ситуації ТП може бути здійснена в рамках теорії скінчених матричних ігор. Моделлю конфлікту інтересів торгового підприємства і покупця буде матрична гра в якій ТП (гравець 1), покупець (гравець 2). Кожна з сторін має n чистих стратегій: i – та стратегія гравця 1 – завіз i – го товару, j – та стратегія гравця 2 – попит на j – тий товар. Очевидно корисним для гравця 1 буде отримати дохід і уникнути збитків. В цьому випадку антагоністична гра з точки зору ТП задається платіжною матрицею гравця 1.

Будуємо скінчену платіжну матрицю гри для гравця 1, що моделює стосунки ТП - покупець. Вихідну інформацію для побудови матриці позначимо так:

– A_i – виручка від продажу i – того товару;

– B_i – залишок i – того товару на складі ТП;

– T_i – термін придатності i – того товару $(i=1,.......,N)$

Для врахування сезонності та інерції попиту виручку вважаємо сумою

$$A_i = kA_i^{(-12)} + (1-k)A_i^{(-1)}, \qquad (1)$$

де $A_i^{(-12)}$ – виручка від продажу i – того товару 12-ть місяців тому (сезонність попиту);

$A_i^{(-1)}$ – виручка від продажу i – того товару 1-н місяць тому (інерція попиту);

k – ваговий коефіцієнт продажу, що враховує сезонність торгівлі ($0 \le k \le 1$).

Δ – макроекономічний показник, що впливає на купівельну спроможність покупців (відносний приріст інфляції, відносний приріст вартості споживчого кошика тощо).

Побудуємо матрицю гри для двох випадків.

1. Високий попит. Гравець 1 отримає максимальну виручку і прибуток якщо завезе товар, що користується попитом, весь товар буде куплено. Діагональні елементи платіжної матриці H_{ii} будуть рівні одиниці:

$$H_{ii} = 1, \qquad (2)$$

інші будуть від'ємні:

$$H_{ij} = -\left[\frac{B_j}{T_j\left[B_j + kA_j^{(-12)} + (1-k)A_j^{(-1)}\right]}\right]^{1+\Delta} \qquad (3)$$

вони математично формалізують збитки зумовлені зберіганням, псуванням, і т. п. завезеного товару і залишків товару на складі ТП. Ці збитки пропорційні залишкам товару на складі ТП та обернено пропорційні терміну зберігання та прогнозованому рівню попиту на товар. При високому попиті можна вважати, що буде реалізовано весь товар і завезений і залишки на складі.

Низький попит. Гравець 1 отримає максимальну виручку і прибуток якщо завезе товар, що користується попитом, буде куплено тільки завезений товар. Діагональні елементи платіжної матриці H_{ii} будуть рівні одиниці. Інші будуть від'ємні: ,

$$H_{ij} = -\left[\frac{B_j}{T_j\left[kA_i^{(-12)} + (1-k)A_j^{(-1)}\right]}\right]^{1+\Delta} \qquad (4)$$

При низькому попиті можна вважати, що буде реалізовано тільки завезений товар.

Платіжна матриця в даній задачі є квадратною. Отже задачу можна представити системою рівнянь, що об'єднує невідомі оптимальні імовірності чистих стратегій p_i та невідому ціну гри ν [5].

$$H^* = \begin{bmatrix} H^T & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, V^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad (5)$$
$$\eta = \begin{bmatrix} p \\ \nu \end{bmatrix}$$

Розв'язок задачі має вид

$$\eta = \left[H^*\right]^{-1} V^* \qquad (6)$$

Очевидно $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$.

Розглянемо два числові приклади для оцінки адекватності побудованих моделей досліджуваній фінансово економічній задачі стосунків ТП - покупці. Вихідні дані та результати розрахунків наведені в таблиці 1.

Таблиця 1. Вихідні дані та результат розрахунку стратегії гравця 1

	Назва товару	$A^{(-12)}$ тис. грн.	$A^{(-1)}$ тис. грн.	B тис. грн.	T місяців	p
Високий попит	Товар №1	90	30	30	1	0,212
	Товар №2	30	90	30	1	0,212
	Товар №3	30	30	90	1	0,162
	Товар №4	30	30	30	2	0,226
	Товар №5	30	30	30	1	0,188
Низький попит	Товар №1	90	30	30	1	0,242
	Товар №2	30	90	30	1	0,242
	Товар №3	30	30	90	1	0,091
	Товар №4	30	30	30	2	0,242
	Товар №5	30	30	30	1	0,182

При числових розрахунках прийнято ваговий коефіцієнт сезонності $k = 0{,}5$, макроекономічний показник не враховувався $\Delta = 0$.

Числові приклади вибрані з таких міркувань (таблиця1):

– товар №1 мав максимальний попит 12 місяців тому,

– товар №2 мав максимальний попит місяць тому,

– товар №3 є в максимальному залишку на складі,

– товар №4 має максимальний термін зберігання,

– товар №5 має помірний попит, термін зберігання та залишки на складі ТП.

Платіжні матриці розраховані за даними таблиці 1 будуть такі:

– високий попит

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -0{,}333 & -0{,}75 & -0{,}25 & -0{,}5 \\ -0{,}333 & 1 & -0{,}75 & -0{,}25 & -0{,}5 \\ -0{,}333 & -0{,}333 & 1 & -0{,}25 & -0{,}5 \\ -0{,}333 & -0{,}333 & -0{,}75 & 1 & -0{,}5 \\ -0{,}333 & -0{,}333 & -0{,}75 & -0{,}25 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

– низький попит

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -0{,}5 & -3 & -0{,}5 & -1 \\ -0{,}5 & 1 & -3 & -0{,}5 & -1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 1 & -0{,}5 & -1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & -3 & 1 & -1 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & -3 & -0{,}5 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

В останньому стовпчику таблиці 1 числа p_i можуть трактуватись як частка вільних коштів ТП, що має бути виділена на закупівлю i – го товару. Кошти мають бути розподілені так як вказано в таблиці 2.

Таблиця 2. Розподіл вільних коштів на придбання товару

Назва товару	Високий попит	Низький попит	Примітка
1	2	3	4
на товар №1 – 21,2%	21,2%	24,2%,	максимальна виручка 12 місяців тому
на товар №2 – 21,2%	21,2%	24,2%,	максимальна виручка 1 місяць тому
на товар №3 – 16,2%	16,2%	9,10%	максимальний залишок на складі ТП
на товар №4 – 22,6%	22,6%	24,2%	максимальний термін зберігання цього товару
на товар №5 – 18,8%	18,8%	18,2%	Товар не дає великої виручки і термін його зберігання не є вищим.

Адекватність побудованої моделі досліджуваній фінансово - економічній задачі стосунків ТП – покупці випливає з таблиці 2:

1. При високому і низькому попиті модель передбачає виділення більших коштів на товар, що давав більшу виручку та має більший термін зберігання (21,2%, 22,6%, 24,2%),
2. При високому і низькому попиті найменша кількість коштів виділяється на товар, що є в великому залишку на складі (16,2%, 9,10%),
3. При знижені загального попиту покупців на товар з високого на низький запропонована математична модель передбачає зменшення закупівлі товару, що є в значному залишку на складі та дає меншу виручку (з 16,2% до 9,10%, з 18,8% до 18,2%) на користь товару, що дає більшу виручку (з 21,2% до 24,2%, з 22,6% до 24,2%).

ВИСНОВКИ

На основі проведених розрахунків, доведен корисність застосування теорії матричних скінчени антагоністичних ігор, зокрема матричної модел конфлікту інтересів «продавець – покупець», на основ аналізу моделей, що формалізують розгляд фінансово економічних ситуацій торгового підприємства.

Описана вище математична модель авторамı реалізована в програмний продукт, що дає можливісті оптимізувати розподіл коштів торгового підприємства між сотнями найменувань товарів чи мінімізувати збитки пов'язані з зберіганням, псуванням товару невизначеності та зміні попиту покупців, змін макроекономічної ситуації на ринку.

Подальший розвиток даної моделі передбачає дослідження змішаної стратегії поведінки покупця, що дасть можливість вдосконалити модель гри «продавець-покупець».

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: ИПУ, 2005. – 138 с.
2. Васильев В.А. Модели экономического обмена и кооперативные игры. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1984. – 96 с.
3. Рогальський Ф.Б.,Курілович Я.С.,Цокуренко О.О. Математичні методи аналізу економічних систем. - К.:Наукова думка, 2001.-435 с.
4. Шиян А.А. Математична модель для впливу суспільних інститутів на ефективність економіки України // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. - №2. – С.19-23.
5. http://pidruchniki.ws/11840720/ekonomika/zmishani_strategiyi_matrichnoyi_gri.